

О форме спектра замедляющихся нейтронов в поглощающих средах

В. Н. Аваев

Рассматривается приближенный метод решения кинетического уравнения для бесконечной однородной среды с равномерно распределенными источниками при условии $\Sigma_s = \text{const}$ и $\Sigma_c \approx \frac{1}{\sqrt{E}}$.

Получено простое аналитическое выражение для определения формы спектра. Рассчитанная на основе этого выражения форма спектра сравнивалась с полученной экспериментально.

Форма спектрального распределения замедляющихся нейтронов дает некоторые ценные сведения, необходимые для точного расчета характеристик ядерного реактора и его биологической защиты.

Пространственно-энергетическое распределение замедляющихся нейтронов описывается кинетическим уравнением Больцмана, которое для стационарного состояния записывается в виде

$$\begin{aligned} \Omega \nabla \varphi + \Sigma \varphi = \\ = \int_{u-r}^u du' \int d\Omega' \Sigma_s \varphi(\mathbf{r}, \Omega', u') f(\mu_0, u-u') + \\ + S(\mathbf{r}, \Omega, u). \end{aligned} \quad (1)^*$$

Уравнение (1) в общем виде не решается, поэтому нельзя найти аналитическую зависимость, с помощью которой можно определить форму спектрального распределения, а также потоки нейтронов различных энергий в произвольных средах. Для бесконечных однородных сред с равномерно распределенными источниками уравнение (1) несколько упрощается:

$$\Sigma \varphi = \int_{u-r}^u du' \Sigma_s \varphi(u') f_0(u-u') + S(u). \quad (2)$$

Как известно, строгое решение уравнения (2) возможно только в том случае, если единственным замедляющим элементом является водород**. Для более тяжелых замедлителей

* Использованы общепринятые обозначения [1].

** Точное решение уравнения (2) для элементов произвольной массы без поглощения приведено в работе [2].

($\mu > 1$) точного решения уравнения (2) нет. В работе [3] описаны приближенные решения уравнения (2). Ниже приводится обсуждение результатов приближенных методов решения уравнения (2).

Приближенный метод решения кинетического уравнения для бесконечной среды

Для рассмотрения приближенного метода решения уравнения (2) предположим, что 1) $\Sigma_s = \text{const}$ и целиком обусловлено упругим рассеянием; 2) Σ_c изменяется по закону $1/\sqrt{E}$; 3) вероятность нейтрона с летаргией u' обладать после рассеяния летаргией u описывается выражением

$$f(u-u') = \frac{1}{1-\alpha} e^{-(u-u')}, \quad (3)$$

где α — минимальное значение отношения энергии нейтрона после рассеяния к его энергии до рассеяния. Причем из уравнения (3) функция $f(u-u')$ определяется в области $u' \leq u \leq u' + \ln 1/\alpha$, а в остальной области $f(u-u') = 0$. Это обстоятельство учтено при выборе пределов интегрирования в уравнении (2). После дифференцирования уравнения (2) по переменной u и несложных преобразований получим

$$\begin{aligned} \Sigma \frac{d\varphi}{du} + \left(\frac{\Sigma_c}{2} - \frac{1}{1-\alpha} \Sigma_s \right) \varphi(u) + \\ + \int_{u-r}^u du' \Sigma_s \varphi(u') \frac{1}{1-\alpha} e^{-(u-u')} + \\ + \frac{e^{-r}}{1-\alpha} \Sigma_s \varphi(u-r) = \frac{dS}{du}. \end{aligned} \quad (4)$$

Воспользовавшись уравнением (2), преобразуем выражение (4) к виду

$$\begin{aligned} \Sigma \frac{d\varphi}{du} + \left(\frac{3}{2} \Sigma_c - \frac{\alpha}{1-\alpha} \Sigma_s \right) \varphi(u) + \\ + \frac{e^{-r}}{1-\alpha} \Sigma_s \varphi(u-r) - S = \frac{dS}{du}. \end{aligned} \quad (5)$$

Выражение $\varphi(u-r)$ разложим в ряд Тейлора:

$$\varphi(u-r) = \varphi(u) - r \frac{d\varphi}{du} + \frac{r^2}{2!} \frac{d^2\varphi}{du^2} + \dots \quad (6)$$

Ограничимся в уравнении (6) двумя первыми членами разложения и примем во внимание, что $r = \ln \left(\frac{\mu+1}{\mu-1} \right)^2$, $\alpha = \left(\frac{\mu-1}{\mu+1} \right)^2$ и $\xi = -1 + \frac{(\mu-1)^2}{2\mu} \ln \left(\frac{\mu-1}{\mu+1} \right)$. Тогда выражение (5) запишется в виде

$$(\Sigma_c + \xi \Sigma_s) \frac{d\varphi}{du} + \frac{3}{2} \Sigma_c \varphi = S + \frac{dS}{du}. \quad (7)$$

Введем функцию $\psi(u)$, которая связана с $\varphi(u)$ соотношением

$$\psi = \varphi (\Sigma_c + \xi \Sigma_s). \quad (8)$$

Выразим в уравнении (7) $d\varphi/du$ через $d\psi/du$ и, воспользовавшись соотношением, связывающим плотность замедления $q(u)$ с $\varphi(u)$, получим систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\psi}{du} + \Sigma_c \varphi &= S + \frac{dS}{du}; \\ \frac{dq}{du} + \Sigma_c \varphi &= S. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

На основании этой системы уравнений можно записать:

$$\psi(u) = q(u) + S(u); \quad (10)$$

$$\frac{dq}{du} + \frac{\Sigma_c}{\Sigma_c + \xi \Sigma_s} q(u) = \frac{\xi \Sigma_s}{\Sigma_c + \xi \Sigma_s} S(u). \quad (11)$$

Решение дифференциального уравнения (11) имеет вид

$$q(u) = \int_{-\infty}^u S(u') \frac{\xi \Sigma_s}{\xi \Sigma_s + \Sigma_c(u')} e^{-\int_{u'}^u \frac{\Sigma_c(u'')}{\xi \Sigma_s + \Sigma_c(u'')} du''} du'. \quad (12)$$

Принимая во внимание, что $\Sigma_s = \text{const}$, а $\Sigma_c \approx 1/\sqrt{E}$, запишем уравнение (12) в виде

$$q(u) = \int_{-\infty}^u S(u') \frac{\xi \Sigma_s [\xi \Sigma_s + \Sigma_c(u')]}{[\xi \Sigma_s + \Sigma_c(u)]^2} du'. \quad (13)$$

В случае точечного источника, для которого $S(u) = S_0 \delta(u - u_0)$, получим выражения для $q(u)$ и $\varphi(u)$:

$$q(u) = \frac{S_0 \xi \Sigma_s [\xi \Sigma_s + \Sigma_c(u_0)]}{[\xi \Sigma_s + \Sigma_c(u)]^2}; \quad (14)$$

$$\varphi(u) = \frac{S_0 [\xi \Sigma_s + \Sigma_c(u_0)]}{(\xi \Sigma_s)^2 \left(1 + \frac{\Sigma_c(u)}{\xi \Sigma_s} \right)^3} + \frac{S_0 \delta(u - u_0)}{\xi \Sigma_s + \Sigma_c(u)}. \quad (15)$$

Следует отметить, что выражения (12) — (15) для $\xi = 1$ полностью совпадают с аналогич-

ными выражениями, получаемыми при точном решении уравнения (2), когда водород является единственным замедляющим элементом.

Приведенный выше способ решения уравнения (2) был рассмотрен для среды, состоящей из однородных ядер. Если же среда состоит из ядер различных элементов, то, полагая, что $\psi = \varphi \left(\sum_k \Sigma_{ck} + \sum_k \xi_k \Sigma_{sk} \right)$, где индекс k относится к ядрам k -го сорта, для определения $q(u)$ получим выражение, аналогичное уравнению (11):

$$\begin{aligned} \frac{dq}{du} + \frac{\sum_k \Sigma_{ck}}{\sum_k \Sigma_{ck} + \sum_k \xi_k \Sigma_{sk}} q(u) &= \\ &= \frac{\sum_k \xi_k \Sigma_{sk}}{\sum_k \Sigma_{ck} + \sum_k \xi_k \Sigma_{sk}} S(u). \end{aligned} \quad (16)$$

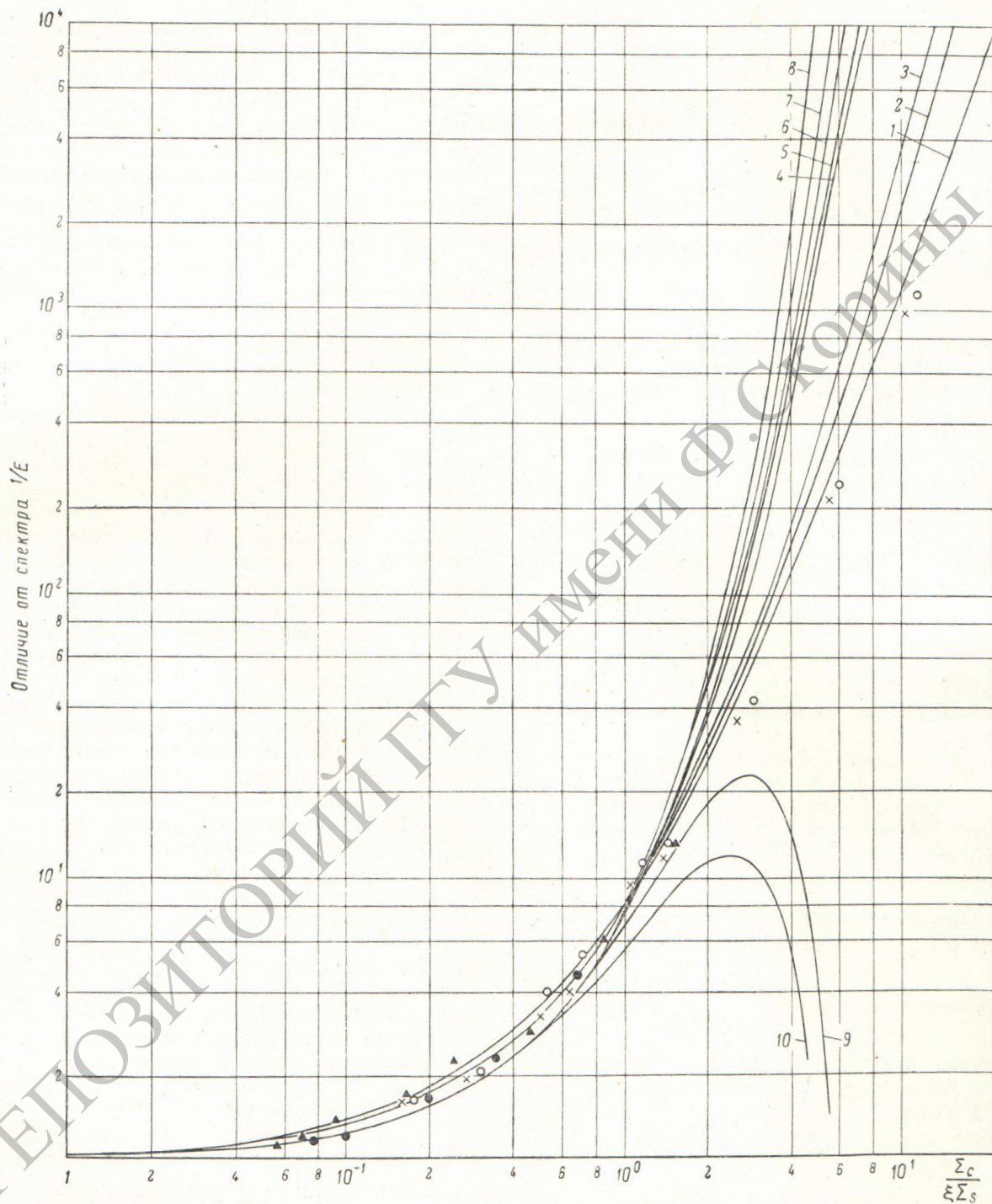
Исходя из уравнения (12), легко получить зависимости, аналогичные выражениям (13) — (15), для сред, состоящих из смеси различных ядер.

Сравним полученные выражения для потоков замедляющихся нейтронов с результатами решения уравнения (2) различными методами. Проведем сравнение для точечного источника в предположении, что сечением поглощения при энергии нейтронов источника можно пренебречь, а энергия нейтронов источника больше энергий определяемых потоков нейтронов. Эти предположения вводятся как для удобства вычисления, так и для возможности сравнения результатов расчета с экспериментом. На рисунке приведены результаты этого сравнения, показывающие, во сколько раз уменьшается поток нейтронов в среде с поглощением по сравнению с потоком нейтронов в этой же среде, но без учета поглощения.

Кривая 1 (см. рисунок) получена на основе решения уравнения (2) для чисто водородного замедлителя и по данным настоящей работы для замедлителя любого состава. На рисунке приведены также кривые, полученные на основании приближений Ферми, Вигнера и Грюлинг — Герцеля. Кроме того, спектральные распределения были рассчитаны по уравнению

$$\varphi(u) = \frac{1}{\xi (\Sigma_s + \Sigma_c)} e^{-\left[\left(\mu + \frac{1}{\xi} \right) \frac{\Sigma_c}{\Sigma_s} - \frac{1}{3} \mu \left(\frac{\Sigma_c}{\Sigma_s} \right)^2 \right]}. \quad (17)$$

Это выражение является асимптотическим решением уравнения (2) при $\frac{\Sigma_c}{\Sigma_s} = \frac{\text{const}}{\sqrt{E}}$ и прене-



Отличие от спектра $1/E$ в зависимости от $\frac{\sum c^2}{\sum s^2}$.

Расчетные данные: 1 — приближение настоящей работы; 2, 4, 6 — приближение Вигнера при ξ 0,72; 0,2 и 0,1 соответственно; 3, 7 — приближение Грюлингга — Герцеля при ξ 0,72 и 0,1 соответственно; 5, 9, 10 — расчет на основании уравнения (17) при ξ 0,157; 0,72 и 1,0 соответственно; 8 — приближение Ферми. Экспериментальные данные: ▲ — форма спектра в железе; ● — форма спектра в смеси железа, полиэтилена и бора; × — форма спектра в смеси бора с углеродом; ○ — форма спектра в смеси железа с карбидом бора.

брежении членами $\left(\frac{\Sigma_c}{\Sigma_s}\right)^2$ и $\mu\left(\frac{\Sigma_c}{\Sigma_s}\right)^2$. Как видно из приведенного рисунка, отличие от спектра $1/E$, т. е. формы спектра, для отношений $\frac{\Sigma_c}{\xi\Sigma_s}$, изменяющихся от 0 до 1,3—1,4, почти одинаково для всех приближений, за исключением приближения, в котором используется уравнение (17). При этом приближении совпадение наблюдается для значения $\frac{\Sigma_c}{\xi\Sigma_s} \leq 0,8$. Максимальная разница в форме спектра в этих областях составляет около 20%, причем наименьшее отличие от спектра $1/E$ дает приближение Ферми, а наибольшее — приближение, использованное в настоящей работе. Для значений $\frac{\Sigma_c}{\xi\Sigma_s} > 1,4$ [а для результатов, полученных с использованием уравнения (17), для $\frac{\Sigma_c}{\xi\Sigma_s} > 0,8$] форма спектра, определенная различными методами, существенно отличается, причем это различие растет с увеличением отношения $\frac{\Sigma_c}{\xi\Sigma_s}$. Следует отметить, что форма спектра, определенная с помощью приближений Вигнера, Грюлинга — Герцеля, а также из уравнения (17), при постоянном значении $\frac{\Sigma_c}{\xi\Sigma_s}$ существенно зависит от величины ξ . Как видно из рисунка, при одинаковом отношении $\frac{\Sigma_c}{\xi\Sigma_s}$ отличие от спектра $1/E$ для этих приближений растет с увеличением ξ .

Экспериментальная проверка

Спектральное распределение нейтронов изучалось на водо-водяном исследовательском реакторе. Для проведения измерений в экспериментальный короб (размер 680×680 мм), расположенный в защите реактора, загружался исследуемый материал.

Форма спектра нейтронов в области энергий от 0,46 эв до 6 кэв определялась резонансными индикаторами. При обработке результатов измерений применялась методика «вычитания вклада $1/v$ », и форма спектра определялась методом сравнения со спектром $1/E$. В работе [4] приводятся подробные характеристики индикаторов, а также особенности использованной методики определения формы спектра. Изложим кратко основные положения работы [4].

Использование резонансных индикаторов для определения формы спектра в сильно поглощающих средах связано с необходимостью

точного учета вклада побочных резонансов в полную активность индикатора. Дело в том, что характеристики побочных резонансов высоких энергий не всегда хорошо известны. Для выяснения возможности применения метода резонансных индикаторов в сильно поглощающих средах были проведены контрольные эксперименты, в которых измерялась форма установившегося спектра в смесях полиэтилена с карбидом бора при весовом соотношении 1 : 1,5 и 1 : 4 соответственно. Исходя из того, что отношение $\frac{\Sigma_s(\text{водород})}{\xi\Sigma_s(\text{бор}) + \xi\Sigma_s(\text{углерод})}$ равно 20 для первой и 7,2 для второй смеси, предполагали, что форма спектра существенно не изменится вследствие замедления на углеводе и боре и с достаточной точностью может быть вычислена на основании уравнения, определяющего форму спектра в чистой водородсодержащей среде. Сравнение экспериментальных и расчетных форм спектра показало, что для индикаторов с энергиями 18,8 эв и выше наблюдается хорошее согласие. Для индикаторов, определяющих потоки нейтронов с энергиями 1,46 эв (индий) и 4,9 эв (золото), наблюдаемое расхождение было отнесено за счет вклада побочных резонансов с неизвестными характеристиками, влияние которых не учитывалось в расчете формы спектра. В работе [5] указывается на наличие резонансов в диапазоне энергий 100 и 300 эв для индия и золота соответственно. Ввиду того, что эти резонансы находятся в довольно узком диапазоне энергий, они были условно заменены одним резонансом. Для индия энергия резонанса была принята равной 100 эв, а для золота 300 эв. На основании расчетной формы спектра были определены характеристики этих резонансов для первой смеси. По этим характеристикам рассчитывались потоки нейтронов с энергиями 1,46 и 4,9 эв для второй смеси, которые оказались близкими к расчетным. Индикатор с резонансом при 0,46 эв (европий) оказался непригодным для определения потоков нейтронов для этих сред, так как разность между полной активацией индикатора и активацией, обусловленной побочными резонансами, сравнима с ошибкой измерения.

Следует отметить, что, прежде чем приступить к измерениям спектральных распределений в смесях полиэтилена с карбидом бора, несмотря на очевидность, была проверена применимость изложенных выше теоретических результатов к конкретным экспериментальным условиям. Для этого были измерены спек-

тральные распределения в железе и в смеси железа с полиэтиленом и бором, для которых $\frac{\Sigma_c}{\xi \Sigma_s} < 1,4$ и форма спектра практически не зависит от примененного приближения.

Как и следовало ожидать, на расстоянии нескольких длин свободного пробега от источника установившаяся форма спектра хорошо согласуется с формой спектра, рассчитанного на основании уравнения (2) для точечных источников нейтронов с энергией больше энергии определяемых потоков нейтронов. Кроме того, для большинства индикаторов расчетный вклад побочных резонансов в полную активность оказался незначительным. Поэтому неточность характеристик побочных резонансов не могла существенно повлиять на результаты измерений.

Экспериментальная проверка применимости различных приближенных методов решения уравнения (2) для $\frac{\Sigma_c}{\xi \Sigma_s} > 1,4$ была проведена в двух средах: смесь графита с бором (около 7 вес. % бора) и смесь железа с карбидом бора (~ 1,65 вес. % B_4C).

Установившаяся форма спектра в этих средах (см. рисунок) в пределах экспериментальных ошибок измерений, а также ошибок, связанных с некоторой неточностью определения концентрации бора в этих смесях, совпадает с формой спектра, рассчитанного на основании приближенного решения настоящей работы.

Предложенный метод решения кинетического уравнения без учета пространственной зависи-

мости потока нейтронов позволил найти аналитическое выражение, определяющее форму спектра в однородных средах, в которых $\Sigma_s = \text{const}$, $\Sigma_c \approx \frac{1}{\sqrt{E}}$. Экспериментальная

проверка подтвердила возможность применения полученного выражения для сред с максимальной величиной отношения $\frac{\Sigma_c}{\xi \Sigma_s}$, равной 10. Применимость полученного выражения для определения формы спектра замедляющихся нейтронов в средах с $\frac{\Sigma_c}{\xi \Sigma_s} > 10$ требует дальнейшей экспериментальной проверки.

Автор выражает благодарность Ю. А. Егорову за помощь в работе, М. Е. Нетече, А. В. Никитину и Ю. В. Орлову за полезное обсуждение полученных результатов, а также А. И. Васильеву и Г. Г. Моисееву за помощь, оказанную при проведении эксперимента.

Поступила в Редакцию 13/V 1964 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. И. Марчук. Численные методы расчета ядерных реакторов, М., Атомиздат, 1958.
2. P l a s t e k. Phys. Rev., 69, 429 (1946).
3. Ядерные реакторы. Т. 1. М., Изд-во иностр. лит., 1956.
4. В. Н. Аваев, Ю. А. Егоров. В сб. «Вопросы дозиметрии и защиты от излучений». М., Атомиздат, 1965.
5. D. H u g h e s, L. H a r v e y. Neutron Cross Sections. BNL-325, N. Y., 1958.



УДК 621.039.519.22

Новый метод восстановления истинных спектров

А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин, А. Н. Думова,
Л. В. Майоров, В. И. Мостовой

Изложен новый метод решения интегральных уравнений первого рода, позволяющий восстанавливать в некотором смысле спектры, искаженные измерительным прибором. Этот метод применяется для обработки результатов измерений энергетического спектра медленных нейтронов в уран-водной решетке.

В связи с большими требованиями к точности экспериментальных данных в различных задачах физики реакторов значительный интерес представляет изучение тех возможностей, которые открывает математическая обработка

результатов измерений. Такая обработка может ослабить требования к разрешающей способности приборов, с которыми работают экспериментаторы, и указать, какие характеристики приборов необходимо улучшить, чтобы получить оптимальную информацию.

Задачи обработки экспериментальных данных, как правило, относятся к классу так называемых некорректных задач, до сих пор еще мало исследованных. В настоящей работе приводятся два примера использования нового