

Ж 53
А92

АКАДЕМИЯ НАУК СОЮЗА ССР
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ
ПО ИСПОЛЬЗОВАНИЮ
АТОМНОЙ ЭНЕРГИИ СССР

Атомная энергия

Ежемесячный журнал
ГОД ИЗДАНИЯ ДВЕНАДЦАТЫЙ

АТОМИЗДАТ ■ МОСКВА ■ 1968

Том 24 ■ Июнь ■ Вып. 6

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

А. И. АЛИХАНОВ, А. А. БОЧВАР, А. П. ВИНОГРАДОВ, Н. А. ВЛАСОВ (зам. главного редактора),
И. Н. ГОЛОВИН, Н. А. ДОЛЛЕЖАЛЬ, А. П. ЗЕФИРОВ, В. Ф. КАЛИНИН, Н. А. КОЛОКОЛЬЦОВ
(зам. главного редактора), А. К. КРАСИН, А. И. ЛЕЙПУНСКИЙ, В. В. МАТВЕЕВ, М. Г. МЕНЩЕ-
РЯКОВ, М. Д. МИЛЛИОНЩИКОВ (главный редактор), П. Н. ПАЛЕЙ, Д. Л. СИМОНЕНКО,
В. И. СМЕРНОВ, В. С. ФУРСОВ, В. Б. ШЕВЧЕНКО.

СОДЕРЖАНИЕ

СТАТЬИ

- Н. В. Губкин, Д. Т. Десятников, И. К. Руднева. Пре-
имущество применения метода подземного выще-
лачивания урана в условиях обводненных пла-
стовых месторождений 511
- А. И. Зубов, Г. Н. Котельников. Жилые твердые
битумы в урановом месторождении 514
- М. Х. Ибрагимов, А. В. Жуков. Метод расчета нерав-
номерностей температуры в пучках твэлов, охлаж-
даемых жидкими металлами 520
- М. Н. Ивановский, Ю. В. Милованов, В. И. Субботин.
О характере зависимости коэффициента тепло-
отдачи при капельной конденсации от темпера-
турного напора 523
- И. Т. Мишев, М. Г. Христова. Исследование концен-
трации радиоактивного газа Ar^{41} в воздухе, выбра-
сываемом через трубу реактора ИРТ-1000 530
- И. А. Кондуров, А. И. Егоров, Д. М. Каминер,
Е. М. Коротких, А. М. Никитин. Измерение сече-
ний захвата нейтронов радиоактивными ядрами
 Co^{58m} , Co^{64} и Sc^{46} 533
- В. И. Белоглазов; Ю. М. Базаев, А. К. Вальтер,
В. А. Вишняков, Ф. С. Гороховатский, И. А. Гри-
шаев, Ю. И. Добролюбов, Е. В. Еременко, А. И. Зы-
ков, В. М. Кобезский, В. В. Кондратенко,
Г. Ф. Кузнецов, Н. И. Мочешников, В. В. Муфель,
В. И. Мякота, В. В. Петренко. Линейный ускоре-
тель электронов на 2 Гэв. Физико-технического
института АН УССР 540
- В. Б. Красовицкий, В. И. Курилко, М. А. Стржеме-
чный. Нелинейная теория взаимодействия моду-
лированного пучка с плазмой 545
- Ю. В. Скобцев, Э. И. Юрченко. Движение пролетных
частиц в системе с минимумом V 549
- Ф. В. Кондратьев, Г. В. Синютин. Исследование рабо-
ты цезиевого термоэмиссионного преобразователя
с вольфрамовым катодом 553
- В. С. Кеесельман. Аналитические соотношения для
расчета глубины проникновения ионов в вещество 557

АННОТАЦИИ ДЕПОНИРОВАННЫХ СТАТЕЙ

- М. П. Леончук. Расчет переходных режимов парогене-
ратора на ЦВМ 564
- С. А. Козловский, В. С. Кызьюров, А. А. Сметанин.
Определение потока быстрых нейтронов детекто-
ром $ZnS(Ag)$ + плексиглас и детектором Бассона 564
- В. А. Брикман, В. П. Савина. Исследование объем-
ных полей поглощенных доз нейтронных излуче-
ний в полиэтиленовом образце 565
- В. А. Брикман, В. П. Савина. Экспериментальное
исследование объемных полей поглощенных доз
реакторного γ -излучения в полиэтиленовом образце 566
- В. П. Громов, Ю. Ф. Зубов, Д. Б. Поаднеев. Рассеяние
быстрых нейтронов железными и алюминиевыми
барьерами 567

ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ

- Л. Н. Москвин, В. И. Портнягин. Влияние солей
 Na , K , Mg и Ca на экстракцию Ce и Y ДЭГФК
из кислых растворов 568
- М. К. Ют. Коррозия сталей и никелевых сплавов
в расплавах натрийборсиликатных стекол при тем-
пературах 1000 и 1200°С 570
- Г. Н. Маслов, Ф. Насыров, Н. Ф. Пашкин. Гамма-
излучение при взаимодействии нейтронов с энер-
гией 14 Мэв с ядрами атомов B , C , N , O , F , Al 573
- Г. И. Михайлов, Л. П. Старчик. Анализ лития по вы-
ходу реакции $Li^2(\alpha, \alpha')Li^*$ 575
- В. А. Толстиков, В. П. Королева, В. Е. Колесов,
А. Г. Довбенко, Ю. Н. Шубин. Радиационный
захват быстрых нейтронов ядрами Sn^{122} , Sn^{124}
и Sb^{121} , Sb^{123} 576
- Р. В. Джагапшания, Ю. Г. Ляскин, Л. И. Хейфец,
В. И. Коеротов, В. И. Мукосей. Расчет коэффи-
циента полезного действия шарового источника
 β -излучения 580
- О. В. Федоров. Спирально-молибдатный тип зоны окис-
ления 582



п 235609
~~225473/м~~

РЕПОЗИТОРИЙ Ф. СКОРИНЫ

нестабильности, известной под названием укорочение импульса или разрушение пучка. Причиной этого эффекта является возбуждение пучком в диафрагмированном волноводе аксиально несимметричных волн с поперечными составляющими магнитного и электрического поля типа E_{11} и H_{11} [8]. Укорочение токового импульса начинается с заднего фронта, поскольку последние электроны находятся в наиболее сильном поперечном отклоняющем поле.

Формы такового импульса при разных токах в пучке показаны на рис. 5.

Фазовая протяженность сгустков измерялась при помощи ВЧ-сепаратора с продольным полем и магнитного анализатора. Протяженность сгустка, составляющая в начале ускорителя 20° , за счет потери крайних в сгустке электронов сокращается к концу до 16° . В этом угле заключено не менее 85% ускоренных частиц.

В настоящее время на ускорителе ведутся работы по дальнейшему улучшению параметров ускоренного пучка.

Поступила в Редакцию 6/X 1967 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сб. «Теория и расчет линейных ускорителей». М., Атомиздат, 1962.
2. К. Д. Синельников, П. М. Зейдлиц, И. А. Гришаев. В кн. «Труды сессии АН УССР по мирному использованию атомной энергии». Киев, Изд. АН УССР, 1958, стр. 16.
3. К. Д. Синельников, И. А. Гришаев, В. М. Грижко. В кн. «Труды III Межвузовской конференции». Томск, Изд. Томского ун-та, 1961, стр. 3.
4. А. К. Вальтер, И. А. Гришаев, Е. В. Временко, В. В. Кондратенко. В кн. «Труды Международной конференции по ускорителям (Дубна, 1963)». М., Атомиздат, 1964, стр. 420.
5. А. К. Вальтер, И. А. Гришаев, Г. К. Демьяненко, А. И. Зыков, Л. А. Махненко. Там же, стр. 435.
6. В. А. Вишняков, И. А. Гришаев, А. Е. Толстой. В сб. «Ускорители». М., Атомиздат, 1960, стр. 5.
7. И. А. Гришаев, Л. К. Мякушко, Б. А. Терехов, Г. Л. Фурсов. «Приборы и техника эксперимента», № 3, 144 (1960).
8. В. А. Вишняков, И. А. Гришаев, А. И. Зыков. ЖТФ, 36, 2091 (1966).

Нелинейная теория взаимодействия модулированного пучка с плазмой

В. Б. КРАСОВИЦКИЙ, В. И. КУРИЛКО, М. А. СТРЕЖЕМЕЧИЙ

УДК 533.9

Как известно, при прохождении пучка заряженных частиц через плазму имеет место пучковая неустойчивость [1, 2]: малые возмущения параметров пучка и плазмы экспоненциально нарастают со временем. Однако такой экспоненциальный рост возмущений характерен только для начальной стадии развития процесса неустойчивости. При больших амплитудах возмущений становятся существенными эффекты обратного влияния возбуждаемых колебаний на характеристики пучка и плазмы. В случае, когда плотность пучка мала, а возбуждаемые частицы близки к резонансным частотам пучка в системе отсчета, где покоятся частицы пучка, рост амплитуды колебаний ограничивается вследствие изменения функции распределения пучка под действием возбуждаемых колебаний [3—7]*. Нелинейность плазмы (замедляющей среды) ограничивает рост амплитуды колебаний в случае, когда плотность пучка не слишком

мала, а возбуждаемые частоты близки к резонансным частотам плазмы (среды) [8, 9].

В настоящей работе рассматривается нелинейная теория взаимодействия модулированного пучка с плазмой. Как известно [10, 11], взаимодействие модулированного пучка с плазмой характеризуется некоторыми особенностями, обусловленными существованием в системе дополнительных параметров (частоты и глубины модуляции пучка). В частности, как было показано в работах [10, 11], модуляция существенно меняет спектр возбуждаемых колебаний и может приводить к срыву пучковой неустойчивости. Ниже описан случай сильно модулированного пучка, когда фазовые размеры сгустка малы по сравнению с длиной волны. В этом случае основным нелинейным эффектом, приводящим к ограничению амплитуды колебаний, является перемещение сгустка из тормозящей фазы, в которой сгусток отдает энергию полю, в ускоряющую фазу, где происходит обратный процесс поглощения энергии поля сгустком. Этот эффект можно учесть, если заменить электронную и ионную компоненты сгустка бесконечно тонкими слоями с соответствующей

* Нелинейная теория, учитывающая изменение функции распределения частиц пучка под действием возбуждаемых колебаний со случайными фазами, развито в работах [3, 4]; возбуждение волн с фиксированной фазой рассмотрено в работах [5—7].

плотностью заряда $\pm \sigma |e|$. При этом предполагается, что в целом каждый сгусток нейтрален, так что плотности зарядов обеих компонент равны по величине и отличаются только знаком*.

Пусть периодическая последовательность таких нейтральных сгустков (слоев), движущихся друг за другом на расстоянии $\delta z = l$ со скоростью v_0 , проходит вдоль сильного магнитного поля через однородную плазму. В стационарном состоянии координаты электронного и ионного эквивалентных слоев совпадают, так что ВЧ-поле не возбуждается. При наличии возмущения электронная компонента слоя смещается относительно ионной, каждый слой становится диполем и начинает взаимодействовать с плазмой.

В общем случае система уравнений, описывающих взаимодействие такого пучка с плазмой, состоит из уравнений движения для обеих компонент каждого слоя и уравнений, описывающих поле:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{z}_{\pm}^{(s)} &= \pm \frac{|e|}{m_{\pm}} \operatorname{Re} E [t, z_{\pm}^{(s)}(t)], & -\infty < s < +\infty; \\ \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + \omega_p^2 E &= -4\pi \frac{\partial j}{\partial t}; \\ j &= |e| \sigma \sum_{s=-\infty}^{+\infty} \{ z_{+}^{(s)} \delta [z - z_{+}^{(s)}(t)] - \\ &\quad - z_{-}^{(s)} \delta [z - z_{-}^{(s)}(t)] \}, \end{aligned} \right\} (1)$$

где $z_{\pm}^{(s)}(t)$ — лагранжева координата электронной (—) и ионной (+) компонент слоя с номером s .

Найдем решение этой системы уравнений в предположении, что частота модуляции $\omega_m \equiv \frac{2\pi v_0}{l}$ близка к плазменной частоте $\omega_p \equiv \sqrt{\frac{4\pi e^2 n_p}{m_-}}$, $\left| \frac{\omega_p}{\omega_m} - 1 \right| \ll 1$, а длина волны возмущения равна расстоянию между частицами.

Так как при этом начальные фазы всех слоев одинаковы, то в уравнениях движения (1) можно принять $z_{\pm}^{(s)}(t) = sl + v_0 t + \delta_{\pm}(t)$, где смещение электронной и ионной компонент $\delta_{\pm}(t)$ уже не зависит от индекса s . Будем

* Впервые такой подход был использован Г. В. Филимоновым при рассмотрении черенковского возбуждения замедляющей системы заданным током [12].

искать решение уравнения для поля в виде*:

$$E(z, t) = E(t) \exp [i(\omega_m t - k_0 z)], \quad k_0 \equiv \frac{2\pi}{l}, \quad (2)$$

где $E(t)$ — комплексная функция времени. Подставив (2) в уравнение для поля вида (1) и усреднив его по периоду l , получим систему уравнений в полных производных:

$$\ddot{\delta}_{\pm} = \pm \frac{|e|}{m_{\pm}} \operatorname{Re} \{ E(t) \exp [-ik_0 \delta_{\pm}(t)] \}, \quad (3a)$$

$$\begin{aligned} \dot{E} + i(\omega_m - \omega_p) E &= \\ &= -\frac{2\pi |e| v_0 \sigma}{l} (e^{ik_0 \delta_+} - e^{ik_0 \delta_-}) \end{aligned} \quad (3b)$$

(точкой обозначена производная по времени t). Легко показать, что у системы (3) существует первый интеграл:

$$\frac{\sigma}{l} v_0 (m_+ \dot{\delta}_+ + m_- \dot{\delta}_-) + \frac{1}{4\pi} |E|^2 = \text{const}, \quad (4)$$

отражающий закон сохранения энергии. Первые два слагаемых в выражении (4) представляют собой кинетическую энергию частиц пучка, а последнее слагаемое — сумму кинетической энергии частиц плазмы и энергии поля. При этом линейная зависимость энергии частиц пучка от скоростей $\dot{\delta}_{\pm}$ объясняется тем, что в рассматриваемом приближении (малые плотности пучка) изменение скорости частиц мало: $|\dot{\delta}_{\pm}| \ll v_0$, поэтому величинами порядка $\dot{\delta}_{\pm}^2$ можно пренебречь.

Из уравнений системы (3) видно, что при $m_- \ll m_+$ вклад ионов оказывается существенным только в законе сохранения энергии (4), тогда как в уравнениях для поля смещением ионов можно пренебречь, если принять $\delta_+ = 0$. В этом случае систему (3) можно свести к нелинейному уравнению четвертого порядка в полных производных для координат электронной компоненты сгустка:

$$\begin{aligned} & \left[\xi^{(4)} + \frac{q^2}{2} \dot{\xi} \sin \xi \right] (\Delta + \xi) - \\ & - \ddot{\xi} \left[\xi^{(3)} + \frac{q^2}{2} (1 - \cos \xi) \right] + \\ & + (\Delta + \xi)^3 \ddot{\xi} + \frac{1}{2} q^2 (\Delta + \xi) \sin \xi = 0, \end{aligned} \quad (5)$$

* При этом гармониками поля $E(t, z)$ пренебрегается, что справедливо в случае резонансов $|\omega_p - \omega_m| \ll \omega_m$ и $|k_0 \delta| \gg \left| 1 - \frac{\omega_p}{\omega_m} \right|$.

где введены следующие безразмерные переменные: $\tau \equiv \omega_m t$; $\xi \equiv k_0 \delta_-$; $\Delta \equiv 1 - \omega_p / \omega_m$; $q^2 \equiv \frac{\omega_b^2}{\omega_p^2} = \frac{4\pi e^2 \sigma}{m_- I \omega_m^2}$.

Рассмотрим сначала решение этого уравнения в линейном приближении: $|\dot{\xi}| \ll \Delta$, $\xi \ll 1$. В этом случае уравнение (4) принимает вид

$$\xi^{(4)} + \Delta^2 \ddot{\xi} + \frac{1}{2} \Delta q^2 \dot{\xi} = 0. \quad (6)$$

Решение (6) будем искать в виде $\xi = \xi_0 \exp(\lambda \tau)$. В этом случае неустойчивость имеет место при $\text{Re } \lambda > 0$, где

$$\lambda^2 = -\frac{\Delta^2}{2} \pm \sqrt{\frac{\Delta^4}{4} - \frac{1}{2} \Delta q^2}. \quad (7)$$

Как видно из выражения (7), экспоненциально нарастающее решение уравнения (6) существует при обоих знаках расстройки Δ . Однако при $\Delta < 0$ неустойчивость имеет место при любом соотношении между Δ и q , в то время как при $\Delta > 0$ существует пороговое значение q_c : неустойчивость наблюдается только при $q^2 > q_c^2 \equiv \frac{1}{2} \Delta^3$. Физически такая зависимость инкремента нарастания неустойчивости от знака расстройки Δ можно объяснить следующим.

В системе отсчета, движущейся со скоростью v_0 , смещение электронного слоя относительно ионного приводит к возникновению электростатического поля. Это поле будет притягивать или отталкивать электронный слой к ионному в зависимости от знака диэлектрической постоянной среды, в которой происходит взаимодействие плазмы. При $\omega_m > \omega_p$ диэлектрическая постоянная плазмы на частоте первой гармоники (а именно она и является существенной) положительна: $\epsilon \equiv 1 - \omega_p^2 / \omega_m^2 = 2\Delta > 0$, и электростатическое поле стремится вернуть электронный слой в исходное положение. Действительно, при $q^2 \ll \Delta^3$, согласно выражению (3б), $\mathcal{E} = -\frac{q^2}{\epsilon} \xi$ ($\mathcal{E} = \frac{eE}{2\pi m_- v_0^2}$ — электрическое поле в безразмерных единицах, так что каждый электронный слой образует осциллятор с частотой $\Omega_b \equiv q / \sqrt{\epsilon}$, равной частоте продольных колебаний частиц пучка в среде (плазме) с диэлектрической постоянной ϵ . Неравенство $q^2 \ll \Delta^3$ фактически означает, что частота Ω_b мала по сравнению с частотой плазменной волны, пересчитанной в систему отсчета, связанную с пучком: $\Omega_b \ll \Omega_p \equiv \Delta$. При $\Omega_b \sim \Omega_p$ ($q^2 \sim \Delta^3$) наступает резонанс между частотой поля

и частотой пучка, в результате чего в системе плазма — пучок возникает неустойчивость, обусловленная аномальным или нормальным эффектом Доплера. Действительно, при $q > q_c$ уравнение (7) имеет два комплексных корня с положительной реальной частью:

$$\lambda = \left(\frac{1}{8} q^2 \Delta\right)^{1/4} \left\{ \sqrt{1 - \sqrt{\frac{\Delta^3}{2q^2}}} \pm \pm i \sqrt{1 + \sqrt{\frac{2\Delta^3}{q^2}}} \right\}. \quad (8)$$

Вычисляя фазовые скорости соответствующих волн $v_{\Phi}^{\pm} = \frac{1}{k_0} (\omega_m \pm \text{Im } \lambda)$, можно убедиться в том, что верхний знак соответствует аномальному, а нижний нормальному эффекту Доплера. Согласно выражению (4), увеличение энергии поля в обоих случаях сопровождается торможением частиц пучка. При этом максимальный инкремент нарастания колебаний оказывается равным (в единицах ω_m)

$$\gamma_{\text{макс}} = \frac{\sqrt{3}}{4} q^{2/3}; \quad \Delta_{\text{макс}} = \frac{1}{2} q^{2/3}. \quad (9)$$

При $\omega_m < \omega_p$ условие синхронизма нарушается ($\Omega_b \gg \Omega_p$), а инкремент нарастания стремится к нулю: $\gamma \sim (\Delta q^2)^{1/4}$.

При $\omega_m < \omega_p$ ($\Delta = -|\Delta|$) диэлектрическая постоянная плазмы на частоте первой гармоники отрицательна, электростатическое поле отталкивает электронный слой от ионного, что приводит к экспоненциальному росту возмущения со временем. Так как при этом фазовая скорость волны равна скорости пучка v_0 , то генерирование поля объясняется черенковским механизмом излучения. И в этом случае, согласно выражению (4), поле возбуждается за счет уменьшения кинетической энергии частиц пучка. Максимальный инкремент нарастания при $\Delta < 0$ достигается в точке $\Delta_{\text{макс}} = -\left(\frac{q}{2}\right)^{2/3}$ и имеет вид

$$\gamma_{\text{макс}} = \left(\frac{q}{2}\right)^{2/3}. \quad (10)$$

Для нахождения максимальной амплитуды поля, возбуждаемого пучком, и смещения электронного слоя относительно ионного необходимо решить нелинейное уравнение (5). В общем случае при произвольном соотношении между q и Δ такое решение можно найти путем численного интегрирования (5). Ниже будут рассмотрены аналитические нелинейные решения этого уравнения, которые могут быть получены при некоторых ограничениях на соотношения между параметрами пучка и плазмы.

При $q^2 \ll \Delta^3$ и $\Delta < 0$, когда инкремент нарастания линейной теории $\gamma \equiv \frac{q}{\sqrt{2|\Delta|}}$ мал по сравнению с частотой Ω_p ($\gamma \ll \Omega_p$), в уравнении (5) первый и второй члены малы по сравнению с третьим и четвертым, а величина $\xi \sim \gamma$ по сравнению с Δ , поэтому ими можно пренебречь. В результате для функции $\xi(\tau)$ получим уравнение маятника с положением равновесия в верхней точке [7, 8]:

$$\ddot{\xi} - \gamma^2 \sin \xi = 0. \quad (11)$$

Из этого уравнения видно, что при $|\xi| \ll 1$ амплитуда возмущения нарастает экспоненциально. Насыщение роста колебаний наступает, когда смещение электронного слоя относительно ионного по порядку величины сравнивается с длиной волны ($\xi \sim 1$). Из первого интеграла уравнения (11)

$$\frac{1}{2} \dot{\xi}^2 = \frac{1}{2} \dot{\xi}_0^2 + \gamma^2 (\cos \xi_0 - \cos \xi) \quad (12)$$

следует, что электронный слой будет колебаться относительно ионного, если выполнено условие $\cos \xi_0 + \frac{1}{2\gamma^2} \dot{\xi}_0^2 < 1$, которое обеспечивает наличие точек поворота. Физически существование точек поворота объясняется синусоидальной зависимостью поля (3) от координаты ξ : $\mathcal{E} = \frac{q^2}{2|\Delta|} \sin \xi$. При больших амплитудах смещения $|\xi| < \pi$ это поле притягивает электронный слой к ионному, что и приводит к периодическому изменению смещения ξ со временем. При этом максимальная амплитуда поля

$$\mathcal{E}_{\text{макс}} = \frac{q^2}{2|\Delta|}. \quad (13)$$

При $\Delta > 0$ аналитическое решение уравнения (5) можно получить вблизи поворота неустойчивости $q - q_c \ll q_c$, где инкремент нарастания $\gamma \equiv \frac{\Delta}{2\sqrt{2}} \sqrt{q^2/q_c^2 - 1}$ мал по сравнению с частотой Δ : $\gamma \ll \Delta$. В этом случае насыщение роста амплитуды смещения наступает при малых ξ , поэтому будем искать аналитическое решение (5) в области $\xi \ll 1$. Пренебрегая членами порядка ξ^4 , можно представить выражение (5) в виде

$$\begin{aligned} & \xi^{(4)} + \Delta^2 \ddot{\xi} + \frac{1}{2} \Delta q^2 \dot{\xi} + \frac{3}{4} \xi \dot{\xi} \Delta^3 + 3\Delta \xi \ddot{\xi} + \\ & + \frac{1}{\Delta} (\ddot{\xi} \dot{\xi}^{(4)} - \dot{\xi} \dot{\xi}^{(3)}) + \frac{1}{2} \Delta^2 \xi \dot{\xi}^2 - \frac{1}{8} \Delta^2 \xi^2 \ddot{\xi} + \\ & + 3\dot{\xi} \dot{\xi}^2 - \frac{\Delta^4}{24} \xi^3 = 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Для нахождения решения этого уравнения используем метод Боголюбова:

$$\begin{aligned} \xi &= x(\tau) \cos \left[\frac{\Delta \tau}{\sqrt{2}} + \vartheta(\tau) \right] + \\ &+ y(\tau) \sin \left[2 \left(\frac{\Delta \tau}{\sqrt{2}} + \vartheta(\tau) \right) \right], \end{aligned} \quad (15)$$

где $x(\tau)$, $y(\tau)$ и $\vartheta(\tau)$ — функции, меняющиеся за время порядка $1/\gamma$, большое по сравнению с периодом $\frac{\sqrt{2}}{\Delta}$: $\dot{x} \ll \Delta x$; $\dot{y} \ll \Delta y$ и $\dot{\vartheta} \ll \Delta \vartheta$. Подставляя уравнение (15) в (14), усредняя по периоду $T = \frac{\sqrt{2}}{\Delta}$ и пренебрегая членами порядка γ/Δ по сравнению с единицей, получаем систему из двух нелинейных уравнений второго порядка:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x} - \gamma^2 x + 2\Delta^2 \left(\frac{3}{16} \right)^2 x^3 + \frac{\Delta^3}{4\sqrt{2}} \dot{\vartheta} &= 0; \\ \dot{\vartheta} &= \frac{5}{2} \frac{\dot{x}}{x} \dot{\vartheta}; \quad y = \frac{1}{6\sqrt{2}} x^2. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Интегрируя уравнение для фазы ϑ и подставляя решение этого уравнения $\dot{\vartheta} = \dot{\vartheta}_0(x/x_0)^{5/2}$ в уравнение для амплитуды x , находим

$$\begin{aligned} \ddot{x} - \gamma^2 x + 2 \left(\frac{3\Delta}{16} \right)^2 x^3 + \\ + \frac{\Delta^3}{4\sqrt{2}} \dot{\vartheta}_0 \left(\frac{x}{x_0} \right)^{5/2} = 0. \end{aligned} \quad (17)$$

Первый интеграл уравнения (17) имеет вид

$$\begin{aligned} \dot{x}^2 - \gamma^2 x^2 + \left(\frac{3}{16} \Delta \right)^2 x^4 + \\ + \frac{\Delta^3}{7\sqrt{2}} \dot{\vartheta}_0 x_0 \left(x/x_0 \right)^{7/2} = \text{const}. \end{aligned} \quad (18)$$

Максимальную амплитуду смещения x_m можно определить, если принять в выражении (18) $\dot{x}(x_m) = 0$, $x_0 \ll x_m$, $\dot{\vartheta}_0 \ll \gamma^2 x_m^2$:

$$\left(\frac{3}{16} \right)^2 x_m^2 + \frac{\Delta}{7\sqrt{2}} \dot{\vartheta}_0 x_0^{-5/2} x_m^{3/2} = \frac{\gamma^2}{\Delta^2}. \quad (19)$$

При $\dot{\vartheta}_0 = 0$ максимальное значение амплитуды смещения частицы

$$x_{\text{макс}} = \frac{4\sqrt{2}}{3} \sqrt{q^2/q_c^2 - 1} \ll 1, \quad (20)$$

а максимальная амплитуда электрического поля, согласно выражению (3), равна $\mathcal{E}_m \sim q^{2/3} \gamma$.

Физически насыщение амплитуды колебаний можно объяснить следующим. Как было отмечено выше, в линейной теории при $\Delta > 0$ неустойчивость имеет место лишь при наличии резонанса между частотой продольных колеба-

ний пучка Ω_b и частотой плазменной волны в системе отсчета, где покоится пучок. Рост амплитуды поля при неустойчивости приводит, согласно выражению (4), к торможению частиц пучка, а следовательно, к нарушению условия резонанса осциллятора с волной.

Представляет интерес исследовать возможность срыва рассмотренных выше неустойчивостей с помощью внешнего ВЧ-поля. Подставив в уравнение движения электронов (3) член, соответствующий внешней волне:

$$E_e = E_0 \exp [i(\omega_m t - k_0 z)], \quad (21)$$

получим систему уравнений в безразмерных переменных:

$$\begin{aligned} \ddot{\xi} &= -\operatorname{Re} \{ (\mathcal{E}_0 + \mathcal{E}) \exp(-i\xi) \}; \\ \dot{\mathcal{E}} + i\Delta\mathcal{E} &= \frac{1}{2} q^2 (e^{i\xi} - 1), \end{aligned} \quad (22)$$

где $\mathcal{E}_0 = a_0 e^{i\varphi_0}$ — комплексная амплитуда внешней волны; \mathcal{E} — амплитуда поля, генерируемого пучком. Для того чтобы исследовать устойчивость системы (22), будем искать ее решение в виде $\mathcal{E} = \bar{\mathcal{E}} + \mathcal{E}_1$, $\xi = \bar{\xi} + \xi_1$, где $\bar{\mathcal{E}} = \bar{\xi} = 0$ описывают стационарное состояние системы (при этом $\varphi_0 = \pm \pi/2$), а \mathcal{E}_1 и ξ_1 характеризуют возмущение. Линеаризуя систему (22) и исключая \mathcal{E}_1 , получаем уравнение, аналогичное (6):

$$\begin{aligned} \xi^{(4)} + (\Delta^2 - a_0 \sin \varphi_0) \ddot{\xi} + \\ + \left(\frac{1}{2} q^2 \Delta - \Delta^2 a_0 \sin \varphi_0 \right) \xi = 0. \end{aligned} \quad (23)$$

Считая, что $\xi = \xi_0 \exp(\lambda, \tau)$, находим

$$\begin{aligned} \lambda^2 = -\frac{1}{2} (\Delta^2 - a_0 \sin \varphi_0) \pm \\ \pm \sqrt{\frac{1}{4} (\Delta^2 + a_0 \sin \varphi_0)^2 - \frac{1}{2} \Delta q^2}. \end{aligned} \quad (24)$$

При $\Delta < 0$ нарастающие со временем решения (24) отсутствуют при выполнении условия $\varphi_0 = -\pi/2$ и $a_0 > q^2/2|\Delta|$. В этом случае внешнее поле создает периодическую потенциальную яму, крутизна «стенок» которой про-

порциональна амплитуде внешней волны, условие $\varphi_0 = -\pi/2$ означает, что каждый ступок должен находиться на дне этой ямы.

При $\Delta > 0$ и $q^2 > q_c^2$ неустойчивость срывается при $\varphi_0 = +\pi/2$, если амплитуда поля a_0 удовлетворяет неравенству $(\Delta^2 + a_0)^2 > 2q^2\Delta$. В этом случае срыв неустойчивости обеспечивается за счет уменьшения жесткости (частоты колебаний) осциллятора под действием внешнего поля, что приводит к нарушению условия резонанса $\Omega_b = \Omega_p$, необходимого для развития неустойчивости. Однако при этом амплитуда поля не должна быть слишком большой: $a_0 < q^2/2\Delta$, так как в противном случае поляризационные силы, возвращающие электронный ступок к ионному, становятся меньше сил расталкивания под действием внешнего поля, что приводит к развитию неустойчивости во внешнем поле.

Авторы благодарны Я. Б. Файнбергу за предложенную тему, постоянный интерес к работе и полезные дискуссии.

Поступила в Редакцию 16/X 1967 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. И. Ахиезер, Я. Б. Файнберг. «Докл. АН СССР», 69, 555 (1949); ЖЭТФ, 21, 1262 (1951).
2. D. Bohm, E. Gross. Phys. Rev., 75, 1819 (1949).
3. А. А. Веденов, В. П. Велихов, Р. З. Сагдеев. «Успехи физ. наук», 73, 701 (1964).
4. В. Д. Шапиро. «Изв. вузов. Радиофизика», 4, 867 (1961).
5. Ю. Л. Климантович. ЖЭТФ, 36, 1405 (1959).
6. В. Д. Шапиро. «Изв. вузов. Радиофизика», 7, 736 (1964).
7. В. Б. Красовицкий, В. И. Курилко. ЖЭТФ, 49, 1831 (1965).
8. В. Б. Красовицкий, В. И. Курилко. ЖЭТФ, 48, 353 (1965).
9. В. Б. Красовицкий, В. И. Курилко. ЖЭТФ, 51, 445 (1966).
10. Я. Б. Файнберг, В. Д. Шапиро. «Атомная энергия», 18, 315 (1966).
11. В. И. Курилко. ЖЭТФ, 38, 118 (1968).
12. Г. Ф. Филимонов. «Радиотехника и электроника», 6, 1508 (1961).

Движение пролетных частиц в системе с минимумом B

ю. в. скосырев, э. и. юрченко

УДК 621.039.623

В настоящее время замкнутые ловушки со средним минимумом B являются перспективными для удержания плазмы. В данной работе исследовано движение частиц в дрейфовом приближении в магнитной конфигурации с мини-

мумом B , ось которой представляет собой винтовую линию. Рассматриваемая система является незамкнутой, однако на этой простейшей модели можно проследить основные свойства замкнутых конфигураций с пространственной