

тральные распределения в железе и в смеси железа с полиэтиленом и бором, для которых  $\frac{\Sigma_c}{\xi \Sigma_s} < 1,4$  и форма спектра практически не зависит от примененного приближения.

Как и следовало ожидать, на расстоянии нескольких длин свободного пробега от источника установившаяся форма спектра хорошо согласуется с формой спектра, рассчитанного на основании уравнения (2) для точечных источников нейтронов с энергией больше энергии определяемых потоков нейтронов. Кроме того, для большинства индикаторов расчетный вклад побочных резонансов в полную активность оказался незначительным. Поэтому неточность характеристик побочных резонансов не могла существенно повлиять на результаты измерений.

Экспериментальная проверка применимости различных приближенных методов решения уравнения (2) для  $\frac{\Sigma_c}{\xi \Sigma_s} > 1,4$  была проведена в двух средах: смесь графита с бором (около 7 вес. % бора) и смесь железа с карбидом бора (~ 1,65 вес. %  $B_4C$ ).

Установившаяся форма спектра в этих средах (см. рисунок) в пределах экспериментальных ошибок измерений, а также ошибок, связанных с некоторой неточностью определения концентрации бора в этих смесях, совпадает с формой спектра, рассчитанного на основании приближенного решения настоящей работы.

Предложенный метод решения кинетического уравнения без учета пространственной зависи-

мости потока нейтронов позволил найти аналитическое выражение, определяющее форму спектра в однородных средах, в которых  $\Sigma_s = \text{const}$ ,  $\Sigma_c \approx \frac{1}{\sqrt{E}}$ . Экспериментальная

проверка подтвердила возможность применения полученного выражения для сред с максимальной величиной отношения  $\frac{\Sigma_c}{\xi \Sigma_s}$ , равной 10. Применимость полученного выражения для определения формы спектра замедляющихся нейтронов в средах с  $\frac{\Sigma_c}{\xi \Sigma_s} > 10$  требует дальнейшей экспериментальной проверки.

Автор выражает благодарность Ю. А. Егорову за помощь в работе, М. Е. Нетече, А. В. Никитину и Ю. В. Орлову за полезное обсуждение полученных результатов, а также А. И. Васильеву и Г. Г. Моисееву за помощь, оказанную при проведении эксперимента.

Поступила в Редакцию 13/V 1964 г.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Г. И. Марчук. Численные методы расчета ядерных реакторов, М., Атомиздат, 1958.
2. P l a s t e k. Phys. Rev., 69, 429 (1946).
3. Ядерные реакторы. Т. 1. М., Изд-во иностр. лит., 1956.
4. В. Н. Аваев, Ю. А. Егоров. В сб. «Вопросы дозиметрии и защиты от излучений». М., Атомиздат, 1965.
5. D. H u g h e s, L. H a r v e y. Neutron Cross Sections. BNL—325, N. Y., 1958.



УДК 621.039.519.22

## Новый метод восстановления истинных спектров

А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин, А. Н. Думова,  
Л. В. Майоров, В. И. Мостовой

Изложен новый метод решения интегральных уравнений первого рода, позволяющий восстанавливать в некотором смысле спектры, искаженные измерительным прибором. Этот метод применяется для обработки результатов измерений энергетического спектра медленных нейтронов в уран-водной решетке.

В связи с большими требованиями к точности экспериментальных данных в различных задачах физики реакторов значительный интерес представляет изучение тех возможностей, которые открывает математическая обработка

результатов измерений. Такая обработка может ослабить требования к разрешающей способности приборов, с которыми работают экспериментаторы, и указать, какие характеристики приборов необходимо улучшить, чтобы получить оптимальную информацию.

Задачи обработки экспериментальных данных, как правило, относятся к классу так называемых некорректных задач, до сих пор еще мало исследованных. В настоящей работе приводятся два примера использования нового



метода решения некорректных задач, развитого А. Н. Тихоновым для интегральных уравнений Фредгольма первого рода [1].

В первом примере рассматривается задача восстановления истинного энергетического спектра надтепловых нейтронов в урановом блоке реактора по результатам измерений с помощью механического селектора. Второй пример посвящен вычислению скалярного энергетического потока тепловых нейтронов в замедлителе гетерогенной решетки по измеренному направлению потоку. Приведенные примеры иллюстрируют возможности решения некоторых некорректных задач физики реакторов.

**Восстановление истинного энергетического спектра в урановом блоке реактора по результатам измерений с помощью механического селектора**

**Постановка задачи и метод решения.** Измерения энергетического спектра медленных нейтронов в блоке гетерогенного реактора становятся, как известно, все более трудными по мере продвижения в область резонансного поглощения. В этой области в спектре наблюдаются глубокие и острые провалы, соответствующие резонансам поглощения. Поэтому, чтобы избежать большой потери информации, необходимо использовать приборы с очень хорошим разрешением. Это в свою очередь приводит к уменьшению интенсивности измеряемого излучения, в результате чего увеличиваются статистические ошибки эксперимента.

Математическая обработка результатов измерений может ослабить требования к разрешающей способности экспериментальной установки. В настоящей работе приводятся предварительные результаты такой обработки спектра в области энергий 0,2—200 эв, измеренного с помощью механического селектора. Пучок нейтронов выводился из уранового блока подкритической уран-водной решетки параллельно оси блока [2].

Общее описание метода измерения спектров нейтронов с помощью механического селектора приводится, например, в работах [3] и здесь не рассматривается.

Искажение истинного спектра при измерениях методами механической селекции происходит вследствие ряда причин, из которых мы будем учитывать только влияние конечной ширины импульса нейтронов, выходящих из ротора, и конечной ширины канала временного анализа-

тора (неопределенностью в пролетном расстоянии, связанной с конечной длиной счетчика, пренебрегается). Функция пропускания ротора принимается равной единице, так как поправки на пропускание нейтронов вращающимся ротором, на энергетическую зависимость чувствительности счетчика, потери в воздухе и т. д. были сделаны при предварительной обработке экспериментальных данных [2].

При сделанных предположениях число нейтронов  $u_i$ , зарегистрированных  $i$ -м каналом временного анализатора, связано с истинным спектром нейтронов, выходящих из блока,  $n(t)$ , уравнением

$$u_i = \int_{-\tau/2}^{\tau/2} dt' \int_{-\Delta}^{\Delta} n(t_i + t' - t'') K(t'') dt'' \quad (1)$$

Здесь  $i$  — номер канала;  $\tau$  — ширина канала временного анализатора;  $\Delta$  — полуширина импульса нейтронов, выходящих из ротора механического селектора;  $t_i - \frac{\tau}{2}$  — момент времени, соответствующий началу регистрации нейтронов  $i$ -м каналом анализатора;  $n(t)$  — плотность нейтронов, соответствующая истинному спектру нейтронов, падающему на ротор [ $t_i = it$  — время, которое нейтроны с данной скоростью  $v_i$  затрачивают на пролет расстояния  $L$  между ротором и регистрирующим счетчиком ( $L = tv_i$ )];  $K(t'')$  — форма импульса.

Заменив переменные в интегралах уравнения (1), приведем его к виду

$$u_i = \int_{t_i - \Delta}^{t_i + \Delta} dt K(t_i - t) z(t), \quad (2)$$

где

$$z(t) = \int_{t - \tau/2}^{t + \tau/2} n(t') dt'. \quad (3)$$

Таким образом, решая уравнение (2), можно определить лишь интегральные средние по интервалам порядка ширины каналов, которые тем лучше аппроксимируют истинный спектр, чем меньше  $\tau$ . Эти интегральные средние  $z(t)$  представляют решение интегрального уравнения первого рода, которое решается методом регуляризации [1]. Идея метода состоит в том, что в качестве приближенного значения  $z(t)$  находят функцию  $z_\alpha(t)$ , реализующую минимум



функционала

$$F(z) = \int dt \int [K(t, t') z(t') dt' - u(t)]^2 dt + \alpha \Omega(z).$$

Здесь  $\alpha$  — малый числовой параметр, определяющийся средней квадратичной ошибкой измерения, а

$$\Omega(z) = \int \left( \frac{dz}{dt} \right)^2 p(t) dt$$

— регуляризатор, позволяющий находить  $z_\alpha(t)$  в классе достаточно гладких функций. Задача на минимум функционала  $F(z)$  сводится к уравнению Эйлера, которое решается конечно-разностными методами.

**Результаты.** Ядро уравнения (2) обычно аппроксимируется гауссовой функцией вида  $(2\pi\sigma)^{-1/2} \exp(-t^2/2\sigma^2)$ , где  $\sigma$  выбирается так, что

$$\int_{-\Delta}^{\Delta} K(t) t^2 dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_{-\infty}^{\infty} t^2 e^{-t^2/2\sigma^2} dt. \quad (4)$$

Если ротор селектора имеет прямоугольную щель, то ширина импульса нейтронов (с достаточно большой скоростью),

$$2\Delta = \frac{s}{\omega R}. \quad (5)$$

Здесь  $s$  — ширина щели ротора;  $\omega$  — угловая скорость вращения;  $R$  — радиус ротора. При достаточно высоких скоростях нейтронов форма импульса, выходящего из ротора, близка к треугольной [3], поэтому

$$\sigma^2 = \int_{-\Delta}^{\Delta} \frac{1}{\Delta} \left(1 - \frac{|t|}{\Delta}\right) t^2 dt = \frac{\Delta^2}{6} \quad (6)$$

или

$$\sigma \approx \frac{\Delta}{\sqrt{6}} \approx \frac{s}{\omega R 2 \sqrt{6}}. \quad (7)$$

Таким образом, получаем окончательный вид уравнения для функции  $z(t)$ , соответствующего ротору с прямоугольной щелью:

$$u_i = \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{(t_i-t)^2}{2\sigma^2}\right] z(t) dt. \quad (8)$$

Это уравнение можно достаточно точно решить, если, во-первых, функция  $z(t)$  медленно изменяется в интервале длины  $\tau$ , во-вторых, ошибки экспериментально определяемой функции  $u_i$  не слишком велики.

Требование (1) необходимо выполнять для того, чтобы интеграл в правой части уравне-

ния (8) можно было представить с хорошей точностью некоторой квадратурной формулой, дающей его приближенное значение. В такой формуле можно использовать не более  $N$  значений функции в точках, отстоящих друг от друга на расстоянии порядка  $\tau$ , так как функция  $u_i$  в результате измерений известна в точках  $t_i$ :  $i = 1, 2, \dots, N$ ;  $t_i = i\tau$ . С другой стороны, ядро уравнения (8) должно отличаться от нуля при  $|t_i - t| > \tau$ , так как в противном случае его можно рассматривать просто как  $\delta$ -функцию и считать, что  $u_i \approx z(t_i)$ .

Проводилась обработка двух экспериментальных спектров, соответствующих одному и тому же истинному спектру, измеренному с помощью селекторов, обладающих различной разрешающей способностью. Нейтронные импульсы регистрировались анализатором с шириной канала  $\tau \approx 6$  мксек.

Первый экспериментальный («аппаратурный») спектр получен на селекторе с достаточно хорошим разрешением  $\sigma = \sigma_1 = 4$  мксек ( $s = 0,4$  см;  $R = 6,76$  см;  $\omega = 0,104 \cdot 10^{-2}$ ). Так как в этом случае  $\sigma < \tau$ , то «истинный» спектр  $z^{(1)}(t)$  должен слабо отличаться от измеренного. Функция  $u_i^{(1)}$  изображена на рис. 1 сплошной линией.

Второй экспериментальный спектр  $u_i^{(2)}$  получен на селекторе с худшим разрешением  $\sigma = \sigma_2 = 17$  мксек ( $s = 0,1$  см;  $R = 6,76$  см;  $\omega = 0,224 \cdot 10^{-3}$  мксек). Функция  $u_i^{(2)}$  изображена на рис. 1 штрих-пунктирной линией и, естественно, представляется более гладкой кривой, чем  $u_i^{(1)}$ .

Чтобы проверить правильность предположений о виде ядра интегрального уравнения и точности экспериментальных данных о спектре  $u_i^{(2)}$ , вычислялись интегралы

$$u_i^{(3)} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2^2}} e^{-\frac{(t'-t_i)^2}{2\sigma_2^2}} u^{(1)}(t') dt'.$$

Если  $u_i^{(1)}$  действительно можно считать истинным спектром, то функция  $u_i^{(3)}$  должна совпасть с измеренным спектром  $u_i^{(2)}$ . На рис. 1 пунктирной кривой изображена функция  $u_i^{(3)}$ . Она очень близка к экспериментальному спектру  $u_i^{(2)}$ , что указывает на правильность задания ядра, однако несколько более гладкая, чем  $u_i^{(2)}$ . Расхождения, наблюдаемые особенно явно для каналов с номерами  $i \approx 30 \div 35$ , можно объяснить ошибками измерений. Поэтому трудно надеяться, что путем решения интегрального уравнения (2) удастся



точно восстановить истинный спектр  $u_i^{(1)}$  по спектру  $u_i^{(2)}$  вблизи  $i \approx 30$ .

Чтобы продемонстрировать возможности метода регуляризации решения интегрального

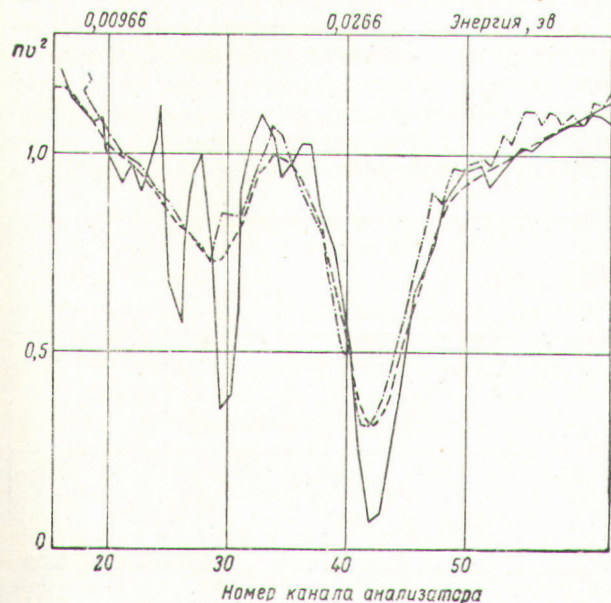


Рис. 1. Спектры нейтронов в урановом блоке, измеренные с помощью механических селекторов с различной разрешающей способностью  $\sigma$ .

Сплошная линия соответствует  $\sigma \approx 4$  мксек; штрих-пунктирная линия  $\sigma \approx 17$  мксек; пунктирная линия изображает искусственный аппаратный спектр  $u_i^{(3)}$ .

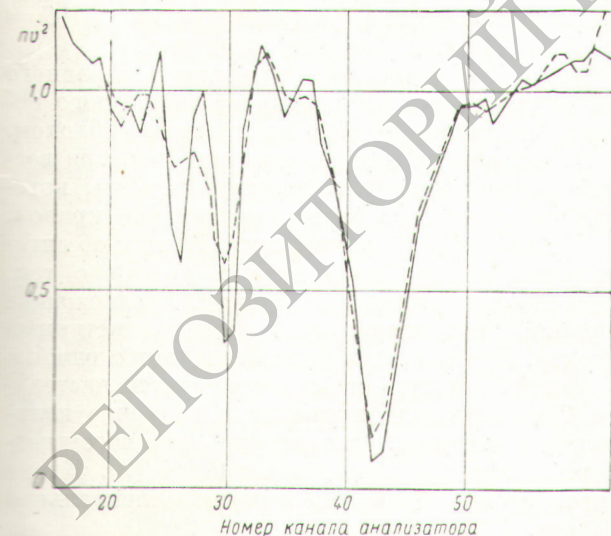


Рис. 2. Восстановление «истинного» спектра по аппаратурному.

Сплошная линия соответствует истинному спектру; пунктирная изображает решения уравнения (8), в котором левая часть представляет искусственный аппаратный спектр.

уравнения (2), спектр  $u_i^{(1)}$  восстанавливался по искусственному спектру  $u_i^{(3)}$ . Результаты приводятся на рис. 2. Тонкая структура спектра восстановлена довольно хорошо при  $i \approx 40$  и несколько хуже при  $i \approx 30$ . Последнее объясняется тем, что число точек (т. е. число каналов анализатора), которым задан экспериментальный спектр, недостаточно для его точного описания, поэтому погрешности интегрирования по небольшому числу точек дают излишне гладкую кривую в этой области.

Восстановление истинного спектра по экспериментальному спектру  $u_i^{(2)}$  приводится на рис. 3. Как видно из сравнения этих двух спектров, хорошо восстановлен участок при  $i \approx 40$ . Расхождение при  $i \approx 30$  следовало ожидать, как уже отмечено выше, из-за слишком большой экспериментальной ошибки в этой области.

На основании проведенных расчетов можно заключить, что тонкая структура спектра может быть определена не только с помощью более тонких экспериментов, но также и путем более полной математической обработки результатов измерений. При этом, имея в виду последующую математическую обработку, нужно соответствующим образом улучшить те или иные пара-

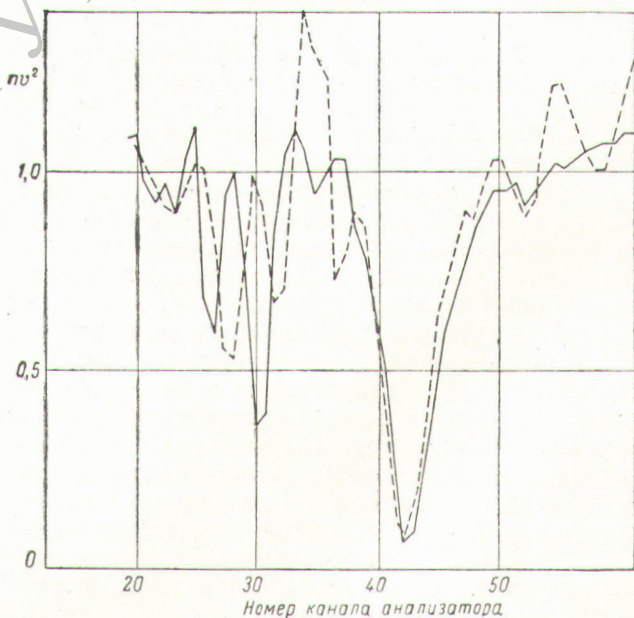


Рис. 3. Восстановление истинного спектра по экспериментальному ( $u_i^{(2)}$ ).

Сплошная линия соответствует истинному спектру; пунктирная изображает спектр нейтронов в урановом блоке, полученный при восстановлении истинного спектра по искаженному в результате измерений с помощью механического селектора ( $\sigma \approx 17$  мксек).



метры прибора, подбирая оптимальные соотношения между ними (в данном случае такими параметрами являются скорость вращения ротора, ширина канала анализатора и величина статистических ошибок).

**Вычисление скалярного энергетического потока в замедлителе по измеренному направленному потоку**

При измерениях энергетического спектра тепловых нейтронов в решетке реактора, как правило, из некоторой точки решетки выводится пучок нейтронов, параллельный оси блока. Таким образом измеряется энергетический спектр направленного потока нейтронов, который может существенно отличаться от представляющего наибольший интерес для практики энергетического спектра скалярного потока нейтронов.

Для одномерной решетки при изотропном рассеянии нейтронов скалярный энергетический поток  $\Phi(E, r)$  в точке  $r$  связан с энергетическим спектром потока нейтронов в направлении оси решетки  $\Phi_{||}(E, r)$  соотношением

$$[\Sigma_s(E) + \Sigma_a(E)] \Phi_{||}(E, r) = \int_0^{E_{гр}} \Sigma_s(E, E', r) \Phi(E', r) dE' + S(E, r) \quad (9)$$

(здесь все обозначения общеприняты).

Если известны направленный поток  $\Phi_{||}(E, r)$  в точке и характеристики среды  $\Sigma_a(E)$ ,  $\Sigma_s(E, E')$ ,  $S(E, r)$ , можно определить скалярный поток в той же точке, решая уравнение (1). Указанный выше метод позволяет найти устойчивое решение этого уравнения.

Особый интерес представляет определение скалярного потока в уран-водных решетках. В работе [4] для таких решеток по вычисленному скалярному потоку определялся направленный поток, который сравнивался с измеренным. В этой работе было показано, что вычисленные спектры мало чувствительны к анизотропии рассеяния в воде. Таким образом, чтобы по измеренному направленному потоку найти скалярный поток в воде, можно воспользоваться уравнением (9).

В качестве примера рассмотрим уран-водную решетку, для которой в работе [2] измерялись энергетические спектры направленного потока в различных точках ячейки.

Дифференциальное сечение рассеяния нейтронов в воде вычислялось по программе УПРАС

(универсальная программа расчета сечений) [5] в предположении, что вода описывается моделью кристалла, имеющего акустический спектр, определенный экспериментально [6], и оптический спектр с частотами  $\omega_1 = 0,2 \text{ эв}$  и  $\omega_2 = 0,4 \text{ эв}$ . Вычисленные сечения неупругого рассеяния хорошо соответствуют экспериментальным данным. Источники тепловых нейтронов считались изотропными и вычислялись в предположении, что при энергии  $E > 0,25 \text{ эв}$  спектр надтепловых нейтронов имеет фермиевский вид

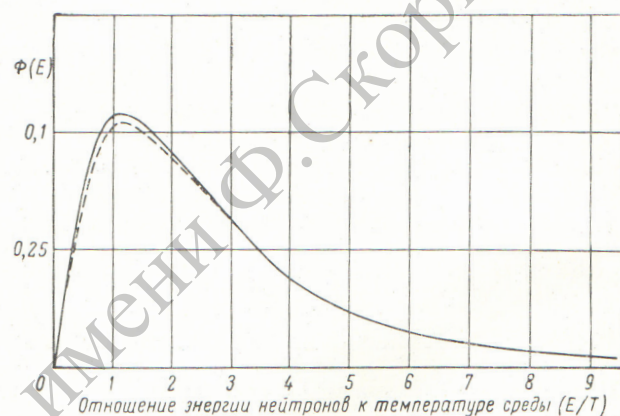


Рис. 4. Направленный (—) и скалярный (---) потоки нейтронов в уран-водной решетке.

$CE^{-1}$  и не зависит от угла. Величина  $C$  определялась как предел экспериментального направленного потока, умноженного на  $E$  [ $C = E\Phi_{||}(E)$ ] при больших энергиях.

На рис. 4 приводятся графики измеренного направленного и вычисленного скалярного потоков нейтронов в воде на границе с блоком.

В заключение следует отметить, что при восстановлении истинного спектра ошибки, которые искажали вид экспериментальной кривой, вообще говоря, увеличиваются. Вопрос об оптимальном выборе параметра  $\alpha$  связан с тем, насколько данные измерений, содержащие ошибки, позволяют восстановить истинный спектр. При слишком малом значении  $\alpha$  ошибки в восстановленном спектре становятся настолько большими, что приводят к раскачке полученного решения. Оценке ошибок в восстановленном спектре посвящена работа [7]. Кроме того, этому будет посвящена специальная работа.

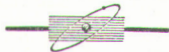
Поступила в Редакцию 15/VI 1964 г.

**ЛИТЕРАТУРА**

1. А. Н. Тихонов. «Докл. АН СССР», 149, 529 (1963).



2. В. И. Мостовой и др. «Атомная энергия», 13, 547 (1962).
3. В. И. Мостовой, М. И. Певзнер, А. И. Цитович. В кн. «Материалы международной конференции по мирному использованию атомной энергии (Женева, 1955)». Т. 4. М., Изд-во АН СССР, 1957, стр. 19.
4. Н. Нонек, Н. Такаhashi. Nucl. Sci. Engng, 15, 115 (1963).
5. Л. В. Майоров, В. Ф. Турчин, М. С. Юдкевич. Доклад № 360, представленный СССР на Третью международную конференцию по мирному использованию атомной энергии (Женева, 1964).
6. P. Egelstaff et al. Proc. Simp. Chalk-River. Vol. 1, 1962, p. 343.
7. А. Н. Тихонов, В. Б. Гласко. «Ж. вычислительной и математической физики», 4, 564 (1964).



УДК 621.039.588/539.125.52

## Измерение спектра нейтронов в никеле, железе и нержавеющей стали

И. И. Бондаренко, В. Г. Лифоров, В. Н. Морозов,  
М. Н. Николаев, В. А. Парфенов, В. А. Семенов

Приводятся результаты измерений спектров нейтронов в средах, полученные методом времени пролета на импульсном быстром реакторе ИБР с разрешением 0,04 мксек/м. Исследованы спектры нейтронов, выходящих из железных и никелевых призм различной толщины, а также из призм, изготовленных из нержавеющей стали. В измеренных спектрах четко проявилась «тонкая структура», обусловленная резонансным характером сечений исследованных сред. Полученные в экспериментах спектры нейтронов сравниваются с результатами расчетов, выполненных по многогрупповой системе констант с учетом резонансной самоэкранировки сечений. Анализируются причины имеющих небольшие расхождений.

Наиболее распространенными методами измерения пространственно-энергетических распределений быстрых и промежуточных нейтронов в средах являются методы, основанные на измерении пространственной зависимости отношений скоростей реакций, обладающих различным энергетическим ходом сечения [1—5]. Выводы, основанные на результатах таких измерений, не всегда однозначны, поэтому в некоторых точках исследуемой сборки часто приходится определять энергетический спектр нейтронов с помощью более точных (и более сложных) прямых методов нейтронной спектроскопии — с помощью фотоэмulsion [1, 2], камер Вильсона [1], счетчиков и камер  $^{235}\text{U}$  [2, 3] или в некоторых случаях с помощью резонансных детекторов [3—5].

Однако все указанные методы обладают недостаточной разрешающей способностью, чтобы в результатах эксперимента в явном виде проявилась «тонкая структура» нейтронного спектра, связанная с резонансным характером сечений среды. В то же время изучение именно

этой структуры представляется весьма важным для проверки и развития представлений о картине распространения нейтронов в средах, в состав которых входят резонансные рассеиватели и поглотители нейтронов. Впервые на необходимость учета резонансной структуры сечений при расчетах быстрых реакторов было указано И. И. Бондаренко в 1957 г. С тех пор выполнено большое число работ, в которых были развиты методы учета резонансной структуры сечений при расчетах реакторов [6—12], исследовано влияние резонансных эффектов в макроскопических опытах [13, 14] и разработаны методы экспериментального определения средних характеристик сечений, необходимых для учета резонансных эффектов в расчетах реакторов [12, 15]. Однако во всех этих работах влияние резонансной структуры сечений на распространение нейтронов в средах рассматривалось лишь с точки зрения определения интегральных характеристик. Детальные же спектры нейтронов в резонансной области не изучались.

В настоящее время единственным экспериментальным методом, позволяющим измерять спектры нейтронов с высокой разрешающей способностью, является метод времени пролета. Применение этого метода к исследованию спектра быстрых нейтронов, замедляющихся в среде, осложняется тем, что минимальная длительность импульса определяется статистической неопределенностью времени замедления, которая для ядер с массовым числом  $\sim 50$  составляет  $\sim 15$  мксек. Таким образом, для этих исследований требуется импульсный источник высокой интенсивности, позволяющий