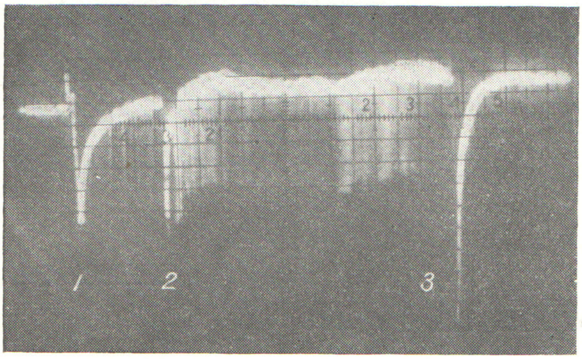

Осциллограмма контроля ускорения:
1 — инжекция электронов; 2 — включение ВЧ-поля; 3 — импульс сброса электронов на мишень.

В конце декабря 1963 г. установка была запущена в бетатронном и синхротронном режимах. Синхротронный режим был получен на второй день после запуска установки в бетатронном режиме. Переход из бетатронного режима в синхротронный происходит надежно; настройка ускорителя проста; ускоритель устойчиво работает при давлении $2 \cdot 10^{-5}$ *мм рт. ст.*

На рисунке приведена осциллограмма контроля ускорения. На осциллограмме виден процесс ускорения в бетатронном режиме, момент включения ВЧ-поля и отчетливо видны захват и ускорение электронов в синхротронном режиме. При работе на ускорителе наблюдаются характерные зависимости величины тока, захваченного в синхротронный режим ускорения, от мощности ВЧ-генератора, частоты и момента включения ВЧ-поля.

В заключение выражаем благодарность студентам Томского политехнического института В. И. Журавлеву, А. М. Волошину, П. И. Матяжу, А. А. Кущу, А. Н. Першину, принимавшим участие в пуско-наладочных работах на установке, а также Е. С. Коваленко и А. П. Ольшанскому за участие в разработке теории ускорителя, составлении его проекта и в измерениях на моделях.

Поступило в Редакцию 9/VII 1964 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Воробьев. «Изв. высш. учебн. заведений. Электромеханика», № 5, 106 (1958).
2. Б. Н. Морозов. «Радиотехника и электроника», **6**, 1496 (1961).
3. Е. В. Падусова, В. И. Шиманский, Е. В. Милютина. «Изв. Томск. политехническ. ин-та», **105**, 81 (1960).
4. Е. С. Коваленко. «Изв. высш. учебн. заведений. Физика», № 6, 85 (1959).
5. Е. С. Коваленко. Там же, № 3, 175 (1960).
6. А. Н. Диденко, Е. С. Коваленко. «Атомная энергия», **10**, 69 (1961).
7. А. А. Воробьев, А. Н. Диденко. «Атомная энергия», **12**, 242 (1962).
8. J. Datlov et al. Czechosl. J. Phys., **12B**, 894 (1962).

УДК 621.384.60

О прохождении через критическую энергию в ускорителе с автоуправлением

Э. А. Жильков

В настоящее время в циклических ускорителях широко используются системы автоподстройки частоты ускоряющего поля по пучку, которые позволяют значительно повысить устойчивость синхротронных колебаний к различным возмущениям [1—3]. В данной работе исследуется влияние системы автоуправления на сгусток частиц малых размеров при переходе через критическую энергию в ускорителе с сильной фокусировкой. Сгусток рассматривается по методу моментов [4, 5]. Система уравнений для совокупности моментов получена в работе [5]. Для описания поведения сгустка при приближении к критической энергии используется линеаризированная система уравнений для моментов. Это дает возможность рассмотреть переход через критическую точку центра сгустка и изменение его размеров при переходе.

Малые фазовые колебания центра сгустка описываются системой уравнений [5, 6]

$$\left.\begin{aligned} \frac{d\Delta E}{dt} &= -\frac{eV_0\omega_s \sin\varphi_s}{2\pi}\,\eta; \\ \frac{d\eta}{dt} &= \omega_0\left[K(t) + \frac{\gamma^2}{\gamma^2-1}\beta_\lambda\right]\frac{\Delta E}{E_s} + \omega_0\beta_\eta\eta + \delta, \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

где β_λ и β_η — реальные коэффициенты цепей обратной связи по импульсу $\lambda = \frac{\Delta p}{p}$ и фазе $\eta = \varphi - \varphi_s$ соответственно; член δ учитывает действие внешних возмущений. Все остальные обозначения поясняются в работе [7]. Решение системы (1) без системы автоуправления в окрестности критической точки хорошо изучено [7]. Основным следствием этого решения является переброс фазы ускоряющего поля в момент $t = t_k$ на $-2\,|\varphi_s|$, иначе ускорительный режим нарушается. Система автоуправления изменяет характер фазового движения. Из анализа движения центра сгустка нельзя сделать вывод об изменении фазы ускоряющего поля при переходе через критическую энергию. При сильной обратной связи частота колебаний центра сгустка в основном определяется коэффициентом обратной связи по импульсу β_λ и не зависит от знака $K(t)$. Однако частоты всех высших моментов, на которые система автоуправления влияет слабо [5, 8], становятся после критической энергии мнимыми. Устойчивость сгустка можно обеспечить только в том случае, если изменить фазу ускорения. Прямым следствием переброса фазы является изменение после критической точки знака у β_λ. Этот результат согласуется с выводами работ

[2, 4]. В критической точке коэффициент β_λ должен обращаться в нуль, т. е. цепь обратной связи по импульсу должна разрываться.

Выясним влияние на колебания центра сгустка цепи обратной связи по фазе β_η. Для широкополосной системы автоуправления уравнение (1) вблизи критической точки принимает вид

$$\frac{d^2\Delta E}{d\tau^2} \mp \omega_0\beta_\eta \frac{d\Delta E}{d\tau} + \Omega_1^2\tau\Delta E = -\frac{eV_0 \sin\varphi_s}{2\pi}\delta, \qquad (2)$$

где

$$\tau = t - t_k; \qquad \Omega_1^2 = \frac{eV_0 q\omega_s^2 \sin\varphi_s K'(t_k)}{2\pi E_s}.$$

Как видно из уравнения (2), коэффициент β_η после перехода знака не изменяет. Решение уравнения (2) при $\delta = 0$ выражается через функцию Бесселя порядка $\pm {}^1/_3$ *:

$$\Delta E = \frac{3}{2}\cdot\frac{E_s\Omega_0^2}{q\omega_s K_1'} w^{1/3} \exp\left\{-\frac{3}{2}\lambda(\omega^{2/3}+\lambda^2)\right\} \times$$
$$\times [C_1 J_{-1/3}(w) - C_2 J_{1/3}(w)], \qquad (3)$$

причем

$$\Omega_0 = \left(\frac{2}{3}\Omega_1^2\right)^{1/3}; \quad w = \frac{2}{3\Omega_1^2}\left(\Omega_1^2\tau - \frac{1}{4}\omega_0^2\beta_\eta^2\right)^{3/2};$$

$$\lambda = -\frac{\omega_0\beta_\eta}{2\Omega_0}.$$

Константы C_1 и C_2, определяемые из начальных условий, выбирались такими, чтобы при $\lambda \to 0$ решение (3) переходило в решение без системы автоуправления. Для критической точки находим

$$\left(\frac{\Delta E}{E_s}\right)_{w\to 0} \longrightarrow \frac{3\Omega_0^2 e^{-3/2\lambda^3}}{2^{2/3}\Gamma(2/3)\, q\omega_s K'} C_1. \qquad (4)$$

Чтобы исследовать поведение фазы в критической точке, воспользуемся формулами (1) и (3), из которых следует

$$\eta = w^{1/3}\exp\left[-\frac{3}{2}\lambda(w^{2/3}+\lambda^2)\right]\times$$
$$\times\{C_1[w^{1/3}J_{2/3}(w) + \lambda J_{-1/3}(w)] +$$
$$+ C_2[w^{1/3}J_{-2/3}(w) - \lambda J_{1/3}(w)]\}.$$

Отклонение по фазе в критической точке достигает следующего предельного значения:

$$(\eta)_{w\to 0} \longrightarrow \left[\frac{2^{2/3}}{\Gamma(1/3)}C_2 + \frac{2^{1/3}\lambda}{\Gamma(2/3)}C_1\right] e^{-3/2\lambda^3}. \qquad (6)$$

Пользуясь асимптотикой функций Бесселя, определяем выражение для фазы вдали от критической точки (адиабатическое приближение)

$$\eta = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\, e^{-3/2\lambda w^{2/3}}\left\{C_1\left[w^{1/6}\sin\left(w-\frac{\pi}{12}\right) + \right.\right.$$
$$\left. + \lambda w^{-1/6}\cos\left(w-\frac{\pi}{12}\right)\right] +$$
$$\left. + C_2\left[w^{1/6}\cos\left(w+\frac{\pi}{12}\right) - \lambda w^{-1/6}\cos\left(w-\frac{5\pi}{12}\right)\right]\right\}. \qquad (7)$$

* Рассматривается случай $\tau > 0$.

Как и следовало ожидать, малые фазовые колебания как в адиабатической области, так и в критической точке сильно затухают ($\lambda > 1$).

Оценим действие возмущений на фазовое движение центра сгустка. Раскачка фазовых колебаний за счет действия возмущения описывается уравнениями

$$\frac{dC_{1,2}}{dw} = \pm\frac{\pi}{\sqrt{3}\,\Omega_0}\delta(w)\exp\left\{\frac{2}{3}\lambda w^{2/3}\right\} J_{\pm 1/3}(w). \qquad (8)$$

Если возмущение постоянно в критической области (например, возмущение частоты $\delta = \Delta\omega_0$), то для приращения величин $C_{1,2}$ получим

$$\Delta C_{1,2} = \pm\frac{\pi\Delta\omega_0}{\sqrt{3}\,\Omega_0}\int\limits_{w_0}^{w} e^{2/3\lambda w^{2/3}} J_{\pm 1/3}(w')\,dw'. \qquad (9)$$

Полагая $w_0 \to -\infty$, а $w \to 0$ и вычисляя интеграл приближенно для случая $\lambda > 1$, имеем

$$\Delta C_1 \approx 2{,}5\frac{\Delta\omega_0}{\omega_0}\cdot\frac{\Omega_0}{\omega_0\beta_\eta^2}; \qquad \Delta C_2 \approx 3{,}7\frac{\Delta\omega_0}{\omega_0\beta_\eta}. \qquad (10)$$

В частности, для $\beta_\eta \approx 10^{-2} \approx 1$ (именно такие значения β_η характерны для системы автоуправления ускорителя на 7 *Бэв* Института теоретической и экспериментальной физики [3]) допуск на возмущение частоты ускоряющего поля значительно снижается. То же относится и к возмущениям магнитного поля $\Delta\langle B_z\rangle_s$, причем в выражении (10) надо только заменить $\frac{\Delta\omega_0}{\omega_0}$ на $-\alpha\frac{\Delta\langle B_z\rangle_s}{\langle B_z\rangle_s}$. Таким образом, в ускорителе с автоуправлением общая картина фазового движения центра сгустка при переходе критической точки качественно не изменяется. В критической точке предельные значения энергии, фазы и допуски зависят от параметров системы автоуправления и при разумном выборе последних могут быть существенно уменьшены.

Остановимся на поведении размеров сгустка вблизи критической энергии. В качестве основных характеристик размеров сгустка выберем вторые моменты: $\Psi = \overline{\eta^2}$, $V = \overline{\Delta E^2}$, $W = \overline{\eta\Delta E}$. Система уравнений для малых колебаний размеров сгустка имеет вид [5]

$$\dot\Psi = \frac{2q\omega_s K(t)}{E_s}W; \quad \dot V = -\frac{eV_0\omega_s\sin\varphi_s}{\pi}W;$$
$$\dot W = \frac{q\omega_s K(t)}{E_s}V - \frac{eV_0\omega_s\sin\varphi_s}{2\pi}\Psi. \qquad (11)$$

Решая (11) в окрестности критической точки, находим:

$$\left.\begin{aligned}
\Psi &= v^{4/3}[A_1 J_{2/3}^2(v) + A_2 J_{2/3}(v) J_{-2/3}(v) + \\
&\quad + A_3 J_{-2/3}^2(v)]; \\
W &= \frac{E_s g^2}{2qw_s K'} v\,[2A_1 J_{2/3}J_{-1/3} + \\
&\quad + A_2(J_{-1/3}J_{-2/3} - J_{1/3}J_{2/3}) - 2A_3 J_{1/3}J_{-2/3}]; \\
V &= \frac{eV_0\sin\varphi_s E_s g}{2\pi q K'} v^{2/3}[A_3 J_{1/3}^2(v) - \\
&\quad - A_2 J_{1/3}(v) J_{-1/3}(v) + A_1 J_{-1/3}^2(v)],
\end{aligned}\right\} \qquad (12)$$

где

$$\Omega^2 = \frac{eV_0 q\omega_s^2\sin\varphi_s K'(tk)}{2\pi E_s}; \quad v = \frac{2}{3}\Omega\tau^{3/2}; \quad g = \frac{2}{3}\Omega^{2/3}.$$

Константы A_i составляют примерно десятую часть от C_i. Как видно из (12), колебания размеров сгустка в адиабатической области ($v \gg 1$) происходят на удвоенной частоте колебаний центра сгустка, причем в процессе ускорения фазовые размеры сгустка Ψ адиабатически затухают, а энергетический разброс V адиабатически увеличивается. Разлагая функции Бесселя в ряды, находим значения размеров сгустка в критической точке:

$$(\Psi)_{v\to 0} \to \frac{2^{4/3}}{\Gamma^2(1/3)} A_3;$$

$$\left(\frac{V}{E_s^2}\right)_{v\to 0} \to \frac{2^{2/3} eV_0 \sin\varphi_s g A_1}{\Gamma^2(2/3)\, 2\pi q E_s K'};$$

$$\left(\frac{W}{E_s}\right)_{v\to 0} \to \frac{g^2 A_2}{\Gamma(1/3)\,\Gamma(2/3)\, q\omega_s K'}. \qquad (13)$$

Подсчитаем увеличение орбиты, соответствующее возрастанию энергетического разброса сгустка в критической точке:

$$\frac{\overline{\Delta R^2}}{R^2} = \alpha^2 \left(\frac{eV_0 \sin\varphi_s \omega_s}{2\pi E_s q}\right)^2 \frac{2^{2/3}}{\Gamma^2(2/3)} A_1. \qquad (14)$$

Выбираем $\alpha \approx 10^{-2}$; $eV_0 = 10^4$ *эв*; $E_s = 5\cdot 10^9$ *эв*; $\omega_s = 10^6$ *гц*; $g \approx 3\cdot 10^2$; $R \approx 3\cdot 10^4$ *см*, тогда $\overline{\Delta R^2} \approx 0{,}1 A_1$. Отсюда можно сделать вывод, что увеличение размеров сгустка в критической области неопасно, поскольку даже в критической точке размеры не превышают квадрата амплитуды свободных колебаний центра сгустка вне критической области в отсутствие системы автоуправления.

В линейном приближении система автоуправления не влияет на размеры сгустка. С учетом нелинейности вне критической области в работе [8] при равномерном распределении по энергиям получено выражение для частоты колебаний размеров сгустка

$$\omega = 2 - \frac{\bar{\varepsilon}}{2}\left(1 + \frac{5}{3}\operatorname{ctg}^2\varphi_s\right) - i \operatorname{ctg}\varphi_s \bar{\varepsilon} \times$$

$$\times \frac{\left[\dfrac{\operatorname{ctg}\varphi_s}{6}\left(\omega_0\beta_\eta \pm \dfrac{2i\gamma^2}{\gamma^2-1}\cdot\dfrac{\beta_\lambda}{K(t)}\right) \pm \beta_\Psi \mp \beta_V - i\beta_W\right]}{3 + 2i\omega_0\beta_\eta \mp \dfrac{\gamma}{\gamma^2-1}\cdot\dfrac{\beta_\lambda}{K(t)}}.$$

В этой формуле частота выражена в единицах частоты линейных синхротронных колебаний и принято во внимание изменение знаков у коэффициентов обратной связи по импульсу и размерам после критической точки. Из уравнения (15) следует, что при $|\beta| > 1$ имеется возможность обеспечить устойчивость сгустка за счет только системы автоуправления по центру $|\beta_\lambda, \beta_\eta|$ как до, так и после перехода. Устойчивость сгустка можно повысить введением обратной связи по размерам. При других распределениях, когда имеется собственное затухание, необходимо анализировать параметр ξ [5, 6] до и после критической энергии примерно так же, как это сделано в работе [6]. Вследствие нелинейности уравнений центр сгустка не совпадает с равновесной фазой, а сдвинут относительно ее на величину равновесных размеров сгустка [5]. Смещать надо центр сгустка. Полученные результаты справедливы для сгустка малых размеров в линейном приближении. Для решения нелинейной задачи необходимо особое рассмотрение.

Автор выражает искреннюю благодарность А. Н. Лебедеву за руководство работой, А. А. Коломенскому и Э. Л. Бурштейну за обсуждение результатов.

Поступило в Редакцию 15/VI 1964 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. K. Johnsen, C. Schmelzer. Proc. of Int. Conf. on High Energy Accel. CERN, 1956, p. 395;
2. W. Schnell. Proc. of Int. Conf. on High Energy Accel. CERN, 1959, p. 485.
3. Ю. С. Иванов, А. А. Кузьмин. «Приборы и техника эксперимента», № 4, 106 (1962).
4. H. Hereward. Proc. of Int. Conf. on High Energy Accel. Brookhaven, 1961, p. 236.
5. Э. А. Жильков, А. Н. Лебедев. «Атомная энергия», 18, 22 (1965).
6. Э. А. Жильков. «Приборы и техника эксперимента», № 1, 17 (1965).
7. А. А. Коломенский, А. Н. Лебедев. Теория циклических ускорителей. Гл. IV. М., Физматгиз, 1962.
8. Э. А. Жильков. «Атомная энергия», 18, 58 (1965).

УДК 621.384.61

О потерях частиц, вызванных прохождением нелинейных резонансов в ускорителях и накопителях

А. А. Коломенский

В последнее время появляются сообщения о проектах больших накопительных систем для протонов, предназначенных для реализации метода встречных соударений пучков [1, 2]. Цель настоящей работы — анализ одного из возможных механизмов потерь частиц, который необходимо учитывать при разработке и использовании систем такого рода.

Характерное свойство циклических ускорителей и накопителей — опасные резонансные комбинации параметров, определяемые соотношениями

$$q_r\nu_r + q_z\nu_z = m \quad (q_{r,\,z},\ m \text{ — целые числа}), \qquad (1)$$

где ν_r, ν_z — частоты радиальных и вертикальных бетатронных колебаний, выраженные в единицах частоты обращения ω. Порядок резонанса k определяется как $k = |q_r| + |q_z|$. При задании допусков исходят из требования, чтобы рабочая точка ν_r, ν_z на диаграмме устойчивости не приближалась к границам ячейки,