

Из выражений (6) и (7) найдем сумму декрементов

$$\sigma = \langle \zeta_x \rangle + \langle \zeta_s \rangle = \frac{1}{2} \left\langle \Gamma \left(1 + \frac{\partial \ln P}{\partial \ln E} \right) \right\rangle, \quad (9)$$

характеризующую скорость изменения общего фазового объема колебаний в процессе движения. Найденное выражение (9) показывает, что эта скорость определяется только видом зависимости потерь от энергии E . Если мощность потерь P уменьшается при увеличении E быстрее, чем E^{-1} , то $\sigma < 0$, что соответствует возрастанию суммарного фазового объема, при котором нельзя добиться одновременного затухания бетатронных и синхротронных колебаний. Этого можно добиться при условии, если P спадает медленнее, чем E^{-1} , или тем более если P нарастает с E .

В качестве примера приведем приближенные оценки величины σ для некоторых частных случаев.

1. Потери на ионизацию

ведут к раскачке колебаний при $\beta < \frac{1}{\sqrt{2}}$:

$$P \propto \frac{1}{\beta}, \quad \sigma \approx \frac{1}{2} \left\langle \Gamma \frac{2\beta^2 - 1}{\beta^2} \right\rangle. \quad (10)$$

2. Потери на тормозное излучение дают раскачку колебаний при $\beta < \frac{1}{2}$:

$$P \propto \beta E^2, \quad \sigma \approx \frac{1}{2} \left\langle \Gamma \frac{4\beta^2 - 1}{\beta^2} \right\rangle. \quad (11)$$

3. Потери на магнитотормозное релятивистское излучение ($\beta = 1$)

$$P \propto E^2, \quad \sigma = \frac{3}{2} \langle \Gamma \rangle \quad (12)$$

приводят, как известно, к затуханию колебаний, что весьма существенно для работы электронных ускорителей и накопителей.

Вычисление среднеквадратичных значений амплитуд колебаний, возбуждаемых в результате потерь на ионизацию, тормозное излучение и т. д., с учетом трения, описываемого формулами (6) и (7), будет сделано в другой работе.

Поступило в Редакцию 25/V 1965 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Коломенский, А. Н. Лебедев. Теория циклических ускорителей. М., Физматгиз, 1962.

УДК 539.107

О равномерном облучении поверхности объектов импульсным пучком электронов

Ю. С. Рябухин, А. Г. Васильев, А. Н. Беляков

В последние годы все большее распространение получает использование электронных ускорителей в качестве радиационных аппаратов [1, 2] (для модификации свойств полимерных изделий, стерилизации и т. д.). В связи с этим важной проблемой является обеспечение равномерности облучения поверхности объектов импульсным пучком электронов. Рассмотрим условия равномерного облучения плоских объектов.

Примем, что площадь облучаемой поверхности много больше площади неразвернутого пучка, ось пучка перпендикулярна поверхности, распределение тока в пучке симметрично относительно оси пучка и продолжительность импульса достаточно мала для того, чтобы «пятно» от импульса на поверхности практически не «размывалось» при движении объекта относительно

пучка (или наоборот). Рассмотрим бесконечную плоскость, на которой центры пятен от импульсов образуют прямоугольную решетку с параметрами a и b (рис. 1). Функция $D(x, y)$, определяющая дозу в точке с координатами x, y , зависит от распределения тока в сечении пучка и параметров решетки a и b . Если отклонение электронов от оси пучка подчиняется нормальному гауссовому закону

$$I = I_{\text{макс}} e^{-r^2/2\sigma^2} \quad (1)$$

(здесь $I_{\text{макс}}$ — плотность тока по оси пучка; I — плотность тока на расстоянии r от оси пучка в плоскости пятна; σ — стандартное отклонение электрона от оси пучка), то в заштрихованном прямоугольнике (см. рис. 1) функция $D(x, y)$ будет иметь вид

$$D(x, y) = C \left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(na-x)^2}{2\sigma^2}} \right) \left(\sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(mb-y)^2}{2\sigma^2}} \right), \quad (2)$$

где C — константа, определяемая величиной $I_{\text{макс}}$ и другими условиями облучения.

Не останавливаясь на вычислении различных числовых параметров распределения, рассмотрим одну величину, которая характеризует неравномерность облучения, — ϵ , т. е. отношение минимальной дозы $D_{\text{мин}}$ к максимальной $D_{\text{макс}}$. Очевидно, доза минимальна в точке с координатами $x = 0,5 a$; $y = 0,5 b$ и максимальна

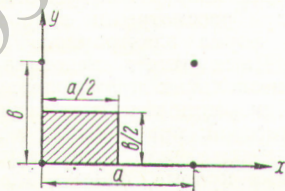


Рис. 1. Прямоугольная решетка, образуемая центрами пятен на поверхности.

в точке с координатами $x = y = 0$. Если обозначить

$$e^{-a^2/2\sigma^2} = q_1; \quad e^{-b^2/2\sigma^2} = q_2, \quad (3)$$

то выражение для ε можно записать в виде

$$\varepsilon = \frac{2q_1^{0,25}(1+q_1^2+q_1^4+q_1^6+\dots)2q_2^{0,25}(1+q_2^2+q_2^4+q_2^6+\dots)}{(1+2q_1+2q_1^3+2q_1^5+\dots)(1+2q_2+2q_2^3+2q_2^5+\dots)} = \frac{\vartheta_2(q_1)\vartheta_2(q_2)}{\vartheta_3(q_1)\vartheta_3(q_2)}, \quad (4)$$

где ϑ_2, ϑ_3 — так называемые тэта-функции. Отношение квадратов этих функций выражается через некоторый угол α как

$$\frac{\vartheta_2^2}{\vartheta_3^2} = \sin \alpha, \quad (5)$$

причем значения α табулированы; по заданному значению $\log q$ в таблице находят величины α [3].

Подставив (5) в (4), окончательно получим

$$\varepsilon = (\sin \alpha_1 \cdot \sin \alpha_2)^{1/2}. \quad (6)$$

Если $a = b$, то $\varepsilon = \sin \alpha$, если $\frac{b}{a} = 0$, то $\varepsilon = \sin^{1/2} \alpha$.

При заданной величине дозы, т. е. при заданной концентрации пятен на поверхности, равномерность облучения будет наилучшей при $a = b$.

На рис. 2 приведена рассчитанная по формуле (6) зависимость ε от a/σ для различных соотношений между a и b . Существенно то обстоятельство, что при изменении b/a от 0 до 1 (при $b \leq a$) величины ε практически не отличаются от единицы, если большая сторона прямоугольной решетки превышает σ не более чем в 1,6 раза (см. рис. 2). Если это соотношение a/σ достигнуто, то дальнейшая перестройка решетки в сторону сближения величин a и b практически не улучшает равномерность. Заметим далее, что в диапазоне $\frac{a}{\sigma} < 1,95$ равно-

мерность облучения не хуже 95%, а в диапазоне $\frac{a}{\sigma} < 2,10$ не хуже 90% при любых соотношениях сторон.

Выясним условия, которым должны подчиняться основные параметры, характеризующие процесс облу-

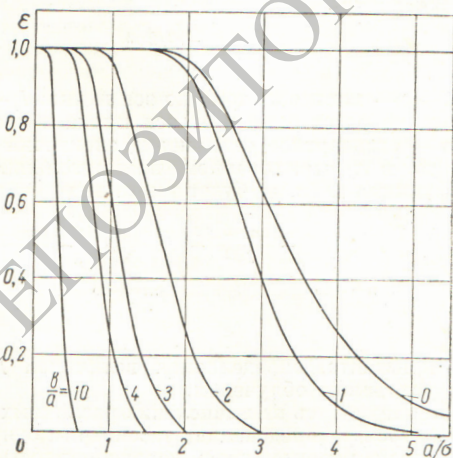


Рис. 2. Отношение минимальной дозы к максимальной (цифры на графике — величины b/a для каждой кривой).

чения, чтобы последнее было равномерным. При этом будем исходить из того факта, что в большинстве практических случаев достаточно выполнить требование $\frac{a}{\sigma} \leq 2$ (a — большая сторона прямоугольной ячейки).

В этом случае при любых соотношениях между сторонами ячейки выполняется условие $\varepsilon \geq 0,94$.

Пусть I_0 — полный ток пучка, мкА ; t — время облучения, сек ; S — размер облучаемой поверхности, см^2 ; $\left(\frac{dE}{dz}\right)$ — массовая тормозная способность электронов в материале облучаемого объекта*, $\text{МэВ} \cdot \text{э}^{-1} \cdot \text{см}^2$. Тогда средняя поглощенная в поверхностном слое доза

$$D = \frac{0,1 \left(\frac{dE}{dz}\right) I_0 t}{S} \text{ Мрад}. \quad (7)$$

Принимая во внимание неравенство $\frac{a}{\sigma} \leq 2$ и учитывая, что $S \leq abft$ (f — частота посылок импульсов пучка, сек^{-1}), из (7) находим требование, предъявляемое к полному току пучка

$$I_0 \leq 40 \frac{b}{a} \frac{D}{\left(\frac{dE}{dz}\right) f \sigma^2}. \quad (8)$$

Формула (8) позволяет достаточно просто решить вопрос о пределах применимости тех или иных ускорителей для осуществления радиационных процессов. Как видно из (8), максимально допустимый ток пучка ускорителя тем больше, чем больше значения f, D, σ и чем ближе ячейка решетки к квадратной. Существуют следующие пути достижения равномерного облучения при больших токах:

1. Увеличение частоты посылок f (в разумных пределах).

2. Увеличение σ . Этот способ целесообразно использовать, когда частота посылок ускорителя недостаточна для равномерного облучения. Увеличение σ может быть достигнуто увеличением расстояния между выходным окном ускорителя и облучаемым объектом (расхождение пучка), расфокусировкой пучка, применением рассеивающих фольг. Для увеличения площади поперечного сечения пучка можно использовать также его развертку.

3. Создание квадратной «решетки» на поверхности. Выше при рассмотрении вопроса о равномерности облучения форма электронного пучка принималась гауссовой. Нами была исследована форма электронного пучка нескольких промышленных линейных ускорителей. Измерения показали отклонение формы пучков от гауссовой: при больших r полученные кривые падают медленнее, чем соответствующие кривые Гаусса. Реальные кривые, однако, можно аппроксимиро-

* Величина dE/dz для материалов с малым атомным номером Z (в частности, для органических веществ) практически равна ионизационным потерям, которые для тонких пленок, когда можно не учитывать многократное рассеяние, рассчитываются по формуле Бете [4].

вать суперпозицией двух гауссовых кривых; причем приведенное выше рассмотрение условий равномерного облучения нетрудно обобщить на этот случай.

Для того чтобы центры пятен образовали на поверхности прямоугольную решетку (см. рис. 1), пучок должен двигаться относительно объекта по принципу строчной развертки. Для этого достаточно перед пучком соответствующим образом перемещать сам облучаемый объект: он пересекает пучок со скоростью v и за его пределом смещается на величину δ (расстояние между строками). Приняв во внимание, что в выражении (7) $a = \delta$, а $\epsilon = \frac{v}{f}$, и учитывая, что $S = asft$, получим формулу для вычисления средней поглощенной дозы:

$$D = 0,1 \frac{\left(\frac{dE}{dz}\right) I_0}{\delta v} \text{ Мрад.} \quad (9)$$

На практике проще пользоваться другим вариантом облучения. Облучаемые объекты располагаются по поверхности цилиндрического барабана достаточно большого радиуса, который вращается перед пучком, одновременно перемещаясь вдоль своей оси на величину δ за оборот. Приняв во внимание, что в данном случае в формуле (9) $v = 2\pi nR$, где n — число оборотов барабана в 1 сек, а R — радиус вращения поверхности объекта, для средней поверхностной дозы получим

$$D = \frac{0,1}{2\pi} I_0 \frac{dE}{dz} \cdot \frac{1}{R\delta n} \text{ Мрад.} \quad (10)$$

Другой практически важный вариант заключается в однократной протяжке перед пучком со скоростью v ленты шириной H . Если пучок не развернут, то, используя приведенную выше теорию, можно записать

$$\epsilon = \frac{D_{\text{мин}}}{D_{\text{макс}}} = q_1 \sin^{1/2} \alpha_2 = q_1 \frac{\partial_2(q_2)}{\partial_3(q_2)}, \quad (11)$$

$$\text{где } q_1 = e^{-H^2/8\sigma^2}; \quad q_2 = e^{-b^2/2\sigma^2}.$$

Доза будет минимальной на краю объекта в точке, состоящей на равном расстоянии от центров пятен. При достаточно больших значениях σ можно добиться удовлетворительной равномерности облучения и в дан-

ном варианте. Найдем среднюю поглощенную дозу при облучении ленты, длина которой много больше σ . Для этого в формуле (7) достаточно заменить полный ток пучка I_0 на ток I_1 части пучка, попадающего на ленту. Заметив, что в (1) $I_{\text{макс}} = \frac{I_0}{2\pi\sigma^2}$ и $r^2 = x^2 + y^2$, найдем

$$I_1 = I_{\text{макс}} \int_{-H/2}^{H/2} e^{-x^2/2\sigma^2} dx \int_{-\infty}^{\infty} e^{-y^2/2\sigma^2} dy = I_0 \Phi\left(\frac{H}{2\sigma}\right), \quad (12)$$

где

$$\Phi(\xi) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\xi} e^{-t^2/2} dt$$

интеграл вероятностей, значения которого берутся из таблиц. Подставив в (7) значения I_1 и $\frac{S}{t} = Hv$, получим

$$D = 0,1 \left(\frac{dE}{dz}\right) I_0 \frac{\Phi\left(\frac{H}{2\sigma}\right)}{Hv} \text{ Мрад.} \quad (13)$$

В заключение авторы пользуются возможностью поблагодарить А. Х. Брегера за участие в обсуждении работы.

Поступило в Редакцию 26/VIII 1964 г.
В окончательной редакции 20/VII 1965 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Х. Брегер. Источники ядерных излучений и их применение в радиационно-химических процессах. М., Изд-во ВИНТИ, 1960.
2. K. Wright. Introduction Electron Beam Technology, J. Willy, N.Y.—London, 1962.
3. Е. Янке, Ф. Эмде. Таблицы функций с формулами и кривыми. М., Физматгиз, 1959.
4. Радиационная дозиметрия. Под ред. Дж. Хайна и Г. Браунелла. М., Изд-во иностр. лит., 1958.

УДК 621.039.56

Об оптимальном управлении тепловыми процессами ядерного реактора

И. М. Курбатов, М. П. Леончук, А. С. Трофимов

В работе [1] рассматривалась задача оптимального управления на быстродействие переходным тепловым процессом ядерного реактора, причем управление осуществлялось изменением расхода теплоносителя G (τ) при линейном законе изменения мощности реактора, часто являющемся определяющим условием переходного режима:

$$q(\tau) = \begin{cases} \frac{q^*}{\tau^*} \tau, & 0 \leq \tau \leq \tau^*; \\ q^*, & \tau > \tau^*. \end{cases} \quad (1)$$

В настоящей работе продолжают исследования динамических свойств тепловой модели ядерного реактора как элемента системы регулирования. При этом, как и в работе [1], влияние других элементов энергетической установки (теплообменников, циркуляционного насоса, системы регулирования мощности и др.) на переходные процессы в реакторе не учитывается.

В работе ставятся две задачи. Первая состоит в том, что при заданном линейном законе изменения q (τ) определяется расход G (τ), обеспечивающий при переходном процессе наименьшее отклонение от линейно-