

8. В. Н. Канунников, А. П. Фатеев. ЖТФ, 29, 1228 (1959).
9. В. Н. Канунников. «Приборы и техника эксперимента», № 2, 136 (1960).
10. V. N. K a n u n n i k o w et al. Proc. of the Intern. Conf. on High Energy Accelerators and Instrumentations, CERN, 1959, p. 89.
11. В. Н. Канунников. ЖТФ, 33, 592 (1963).
12. В. С. Воронин, В. Н. Канунников. «Приборы и техника эксперимента», № 1, 143 (1966).
13. В. С. Воронин, В. Н. Канунников. Там же, № 2, 160 (1965).
14. Л. Н. К а з а н с к и й, В. Н. К а н у н н и к о в. Там же, № 4, 217 (1965).

Поперечная когерентная неустойчивость сгустка заряженных частиц

Н. С. ДИКАНСКИЙ, А. Н. СКРИНСКИЙ

УДК 621.384.60

Получено условие неустойчивости сгустка заряженных частиц, связанной с конечной проводимостью стенок камеры ускорителя.

Конечная проводимость стенок вакуумной камеры вызывает в пучке частиц, вращающихся в магнитной дорожке, когерентную поперечную неустойчивость. Это явление рассмотрено в работах [1, 2] для непрерывного пучка. В настоящей работе этот эффект рассчитан для короткого сгустка, колеблющегося как целое. Показано также, что для непрерывного пучка такой подход приводит к известным результатам.

При нахождении электромагнитных полей внутри камеры пренебрежем кривизной траектории пучка и волновыми эффектами. Камеру будем считать однородным тороидом с хорошо проводящими стенками без каких-либо дополнительных элементов внутри. В этом случае электрическое поле внутри камеры можно представить в виде

$$E_{\Sigma} = E_b + E_{ic}, \quad (1)$$

где E_b — электрическое поле пучка в свободном пространстве; E_{ic} — электрическое поле зарядов, наведенных на проводящих стенках камеры.

Аналогично для магнитного поля

$$H_{\Sigma} = H_b + H_{ic}, \quad (2)$$

где H_b — магнитное поле пучка в свободном пространстве; H_{ic} — магнитное поле токов, индуцированных в проводящих стенках камеры.

Для простоты будем считать, что линейная плотность частиц в пучке (ρ) слабо меняется по азимуту на расстояниях порядка поперечных размеров камеры, уменьшенных в γ раз. С учетом обозначений рис. 1 это соответствует предположению $\rho / \frac{d\rho}{dy} \gg \frac{H}{\gamma}$ (можно показать,

что такое ограничение не является существенным при нахождении инкремента). Кроме того, примем $\beta = \frac{v}{c} = 1$ (когда это возможно).

При идеальной проводимости стенок полные поля в нашем приближении определяются на каждом азимуте локальной мгновенной плотностью пучка и исчезают с его уходом. Если проводимость стенок σ не бесконечна, то E_b и H_b продолжают «следить» за мгновенной плотностью. Поперечные же компоненты E_{ic} с уходом пучка быстро исчезают (за времена релаксации зарядов), а магнитное поле, связанное с индуцированными токами, текущими при этом уже в слое конечной толщины, еще очень долго продолжает существовать внутри камеры. С медленностью исчезновения этого остаточного поля и связано рассматриваемое явление когерентной поперечной неустойчивости.

Найдем магнитное поле, остающееся внутри трубы после однократного пролета (параллельно оси) короткого сгустка (геометрию и обозначения см. на рис. 1). Рассмотрим вначале вспомогательную задачу (считая пока $\Delta_R, \Delta_z \ll H \ll W$). Поле «стеночных» токов, воз-

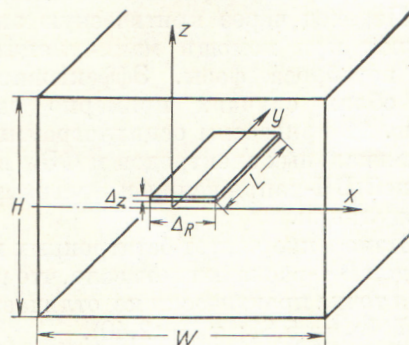


Рис. 1. Геометрия пучка и камеры ускорителя.

буждаемых током однородного вдоль трубы пучка с линейной плотностью заряда $e\rho$, в случае идеальной проводимости стенок камеры можно найти, например, суммированием полей отражений. Его x -компонента приближенно равна

$$H_{ic}^{\sigma=\infty} \approx \frac{4e\rho}{H^2} (z + 2z_b), \quad (3)$$

где z — координата точки наблюдения; z_b — координата центра пучка; $z, z_b \ll H$. Таким же H_{ic} окажется в первые моменты после появления пучка с такой же плотностью и при конечной проводимости стенок. Однако в этом случае H_{ic} в связи с постепенной диффузией магнитного поля в стенки будет со временем уменьшаться. При этом за время t поле проникает в каждую из стенок на глубину $\delta \approx \left(\frac{c^2}{4\pi\sigma} t\right)^{1/2}$, что увеличивает расстояние между стенками на величину порядка $2\frac{\delta}{2} = \delta$. Соответственно в этот момент

$$H_{ic}(t) \approx H_{ic}^{\sigma=\infty} + \frac{dH_{ic}^{\sigma=\infty}}{dH} \delta \approx H_{ic}^{\sigma=\infty} - \frac{4e\rho}{H^3 \sqrt{\pi\sigma}} (z + 2z_b) \sqrt{t}. \quad (4)$$

Отсюда непосредственно видно, что после пролета сгустка частиц конечной длительности τ , который можно представить в виде двух ступенек плотности противоположной полярности, сдвинутых во времени на τ , останется поле

$$\Delta H_{\sigma}(t) \approx -\frac{4e\rho}{\sqrt{\pi} H^3 \sqrt{\sigma}} (z + 2z_b) \sqrt{t - \sqrt{t - \tau}} \quad (5)$$

(время отсчитывается от момента появления начала сгустка).

При $t \gg \tau$ это выражение примет вид

$$\Delta H_{\sigma}(t) \approx -\frac{2c}{\sqrt{\pi} H^3 \sqrt{\sigma}} (e\rho\tau) (z + 2z_b) t^{-1/2}. \quad (6)$$

Существенно, что остаточное поле сгустка определяется полным прошедшим зарядом $e\rho\tau$ и не зависит от его длительности. Особо обращает на себя внимание медленность спада остаточного поля, а также его знак, противоположный знаку поля отражения.

Аккуратный расчет, проведенный с помощью разложения редкой периодической последовательности сгустков в ряд Фурье с использованием граничных условий Леонтовича, дает для ΔH_{σ} близкое выражение

$$\Delta H_{\sigma}(t) = -\frac{\pi e c}{3H^3 \sqrt{\sigma}} \cdot \frac{\rho\tau (z + 2z_b)}{\sqrt{t}} \Phi, \quad (7)$$

причем

$$\Phi = \Phi\left(\frac{\Delta_z}{H}, \frac{\Delta_R}{W}, \frac{H}{W}\right) = 1$$

$$\text{при } \left(\frac{\Delta_z}{H}, \frac{\Delta_R}{W}, \frac{H}{W}\right) \ll 1.$$

Поле, оставшееся после пролета пучка с произвольными $\rho(t)$ и $z_b(t)$ в том же приближении, может быть записано, как обычно, в виде суперпозиции полей, оставшихся от коротких сгустков, на которые можно разбить любой пучок, т. е. в виде интеграла

$$\Delta H_{\sigma}(t) = \frac{\pi e c}{3H^3 \sqrt{\sigma}} \int_{t_0}^t \frac{\rho(\tau) [z + 2z_b(\tau)]}{\sqrt{t - \tau}} d\tau, \quad (8)$$

где t_0 — эффективный момент начала процесса.

Заметим, что интегралы в общем случае расходятся при $t_0 \rightarrow \infty$, что связано с несправедливостью условий Леонтовича для слишком низких частот или, что одно и то же, со сравнимостью толщины скин-слоя с толщиной стенок и другими характерными размерами.

Уравнение бетатронных колебаний частицы с учетом магнитного поля, оставленного на каждом азимуте частицами, прошедшими до данного момента t , может быть записано в виде

$$\ddot{z}(t) + \omega^2 z(t) = \frac{A}{2} z(t) \int_{t_0}^t \frac{\rho(\tau)}{\sqrt{t - \tau}} d\tau + A \int_{t_0}^t \frac{z_b(\tau) \rho(\tau)}{\sqrt{t - \tau}} d\tau, \quad (9)$$

$$\text{где } A = \frac{2\pi e^2 c}{3\gamma m H^3 \sqrt{\tau}} \Phi.$$

Первый член в правой части не связан с колебаниями центра пучка и эквивалентен просто некоторому стационарному искажению основного магнитного поля, а потому в дальнейшем опускается.

Проанализируем устойчивость бетатронных колебаний, считая правую часть малым возмущением, а колебания симметричными относительно оси камеры. Приближенно тогда можно принять, что $z_b(\tau)$ представляет стационарные колебания пучка, а потому интеграл сходится при $t_0 \rightarrow -\infty$ и уравнение колебаний окончательно запишется в виде

$$\ddot{z}(t) + \omega^2 z(t) = A \int_{-\infty}^t \frac{z_b(\tau) \rho(\tau)}{\sqrt{t - \tau}} d\tau = A \int_0^{\infty} \frac{z_b(t - \tau) \rho(t - \tau)}{\sqrt{\tau}} d\tau. \quad (10)$$

Рассмотрим теперь случай одного короткого сгустка, колеблющегося как целое. Уравнение колебаний частицы сгустка в используемом приближении имеет вид

$$\ddot{z}(t) + \omega^2 z(t) = \frac{AN}{c} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z(t-nT)}{\sqrt{nT}}, \quad (11)$$

где T — период обращения. Правая часть уравнения представляет собой силу, действующую на частицу на данном азимуте со стороны магнитного поля, оставшегося от предыдущих пролетов сгустка.

В первом приближении метода усреднения найдем инкремент неустойчивости для короткого сгустка

$$\delta = \left\{ \frac{da}{dt} / \alpha \right\} = - \frac{\pi r_e R c N \Phi}{3 H^3 \sqrt{T} \sigma \gamma v} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin 2\pi n \nu}{\sqrt{n}}, \quad (12)$$

где R — средний радиус орбиты; N — число частиц в сгустке; r_e — классический радиус электрона; ν — безразмерная частота колебаний. График $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin 2\pi n \nu}{\sqrt{n}}$ как функции ν приведен на рис. 2. В силу периодичности и асимметрии каждого члена ряда инкремент будет положителен (случай неустойчивости) при $k - \frac{1}{2} < \nu < k$ и отрицателен при $k < \nu < k + \frac{1}{2}$, где $k = 0, 1, 2, \dots$

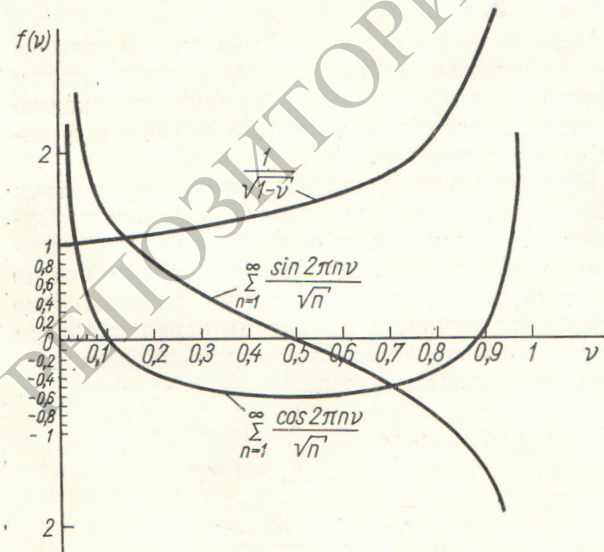


Рис. 2.

Неустойчивость будет иметь место в «одно-частотной» системе при $\delta > \frac{1}{\tau_0}$, где τ_0 — время затухания колебаний (например, радиационное).

Используя уравнение (10), можно получить инкремент для пучка, непрерывного по азимуту:

$$\delta = \pm \frac{\pi r_e R c N \Phi}{3 H^3 \sqrt{T} \sigma \gamma v} \cdot \frac{1}{\sqrt{m \mp \nu}} \quad (13)$$

(m — номер моды, который совпадает с выражением, полученным в работе [1]).

Для единственного короткого сгустка кратко рассмотрим возможность стабилизации неустойчивости с помощью затухания Ландау. Это затухание не будет проявляться при условии

$$\left| \frac{\Delta \omega}{\omega_k - \bar{\omega}} \right| \ll 1,$$

где $\bar{\omega}$ — средняя частота колебаний частиц сгустка при отсутствии когерентных колебаний; ω_k — частота когерентных колебаний сгустка; $\Delta \omega$ — среднеквадратичный разброс частот колебаний частиц.

В случае противоположного условия стабилизация возможна (и обычно действительно имеет место).

Разброс частот бетатронных колебаний частиц появляется из-за нелинейности эффективного фокусирующего поля при конечном фазовом объеме пучка, причем вклад в разброс в основном вносят:

- 1) нелинейность внешнего ведущего поля;
- 2) присутствие в электронном пучке ионов (вклад пропорционален aN/γ , где a — коэффициент компенсаций);
- 3) собственное поперечное электромагнитное поле сгустка (вклад пропорционален BN/γ^3 , где B — коэффициент бунчировки).

Вклад в сдвиг частот когерентных колебаний сгустка относительно средней частоты колебаний отдельных частиц вносят:

- 1) собственное электромагнитное поле сгустка (влияет только на $\bar{\omega}$, вклад пропорционален BN/γ^3);
- 2) электромагнитное поле изображений (влияет в основном на ω_k , вклад пропорционален BN/γ^3);
- 3) остаточное магнитное поле, связанное с конечной проводимостью стенок камеры (влияет в основном на ω_k , вклад пропорционален $N/\gamma\sqrt{\sigma}$ и не зависит от B).

Электрическое поле ионов в случае электронного пучка одинаково влияет на $\bar{\omega}$ и ω_k и вклада в сдвиг не вносит.

Полный сдвиг для сгустка, имеющего круглое поперечное сечение радиусом r_0 и равномерную плотность, можно представить в виде

$$\omega_k - \bar{\omega} \approx \frac{r_e R c N}{v \gamma^3 r_0^2 L} - \frac{r_e R c N}{v \gamma^3 \left(\frac{H}{2}\right)^2 L} - \frac{\pi}{3} \times \\ \times \frac{r_e R c N \Phi}{v \gamma H^3 \sqrt{T \sigma}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos 2\pi n v}{\sqrt{n}},$$

где L — длина сгустка. График $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos 2\pi n v}{\sqrt{n}}$ как функции v приведен на рис. 2.

В заключение можно, по-видимому, сказать, что длинный сгусток при наличии синхро-

тронного фазового движения его частиц с частотой $\Omega \gg \delta$ может оказаться неустойчивым лишь по отношению к возбуждению когерентных колебаний сгустка как целого (все частицы сгустка летят при этом по одной и той же траектории). В этом случае будет справедлив расчет, проведенный выше для короткого сгустка.

Авторы выражают благодарность Б. В. Чирикову, М. М. Карлинеру и Б. Гиттельману за весьма полезные обсуждения и В. Л. Ауслендеру за интерес к работе.

Поступила в Редакцию 22/XI 1965 г.
В окончательной редакции 23/V 1966 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. L. Laslett, V. Neil, A. Sessler. Rev. Scient. Instrum., 36, 436 (1965).
2. В. И. Балбеков, А. А. Коломенский. «Атомная энергия», 19, 126 (1965).

Критерий эффективности использования ядерного горючего

В. В. БАТОВ, Ю. И. КОРЯКИН

УДК 338.409.4:621.039

Практика проектирования и эксплуатации энергетических реакторов выдвигает ряд задач, связанных с обеспечением наиболее эффективного использования ядерного горючего в реакторе. Настоящая работа посвящена обоснованию и определению критерия эффективности использования ядерного горючего.

выброс), так и замкнутым (с регенерацией горючего). Применим общий критерий эффективности производственных фондов [1] к ядерной энергетике и выделим из него часть, связанную с ядерным горючим:

$$Z_T = C_T + p K_T, \tag{1}$$

Сложная взаимосвязь ядерно-физических, тепловых, экономических и других факторов, влияющих на эффективность использования горючего, требует установления критерия эффективности его использования. Критерий должен быть достаточно общим: учитывать все элементы эффективности применительно к различным реакторам и топливным циклам и в то же время однозначно определять эффективность.

где C_T и K_T — соответственно годовые расходы и производственные фонды АЭС, связанные с ядерным горючим; p — нормативный коэффициент эффективности производственных фондов.

В настоящей работе делается попытка определить этот критерий в удобном для практического использования виде, исследуются условия его применимости.

Возможны два случая определения расчетных затрат. В первом случае, согласно работе [2], при определении составляющих затрат по отпускным ценам в составе капиталовложений смежные капиталовложения* не учитываются, и следовательно,

$$K_T = K_{об}, \tag{2}$$

Рассмотрим однозонный тепловой реактор с однородной начальной топливной загрузкой, работающий без частичных перегрузок (активная зона перегружается одновременно при достижении горючим средней глубины выгорания). Топливный цикл такого реактора может быть как разомкнутым (работа «на

где $K_{об}$ — вложения в оборотные фонды в виде необходимых запасов ядерного горючего, полуфабрикатов и других предметов труда, рас-

* Капиталовложения в топливобывающие и топливперерабатывающие (включая транспорт) предприятия топливного цикла, обслуживающие АЭС.

