Об устойчивости ядерного реактора с циркулирующим горючим без запаздывающих нейтронов

В. Д. ГОРЯЧЕНКО

УДК 621.039.56:621.039.514

Исследована устойчивость ядерного реактора с циркулирующим горючим в пренебрежении запаздывающими нейтронами, но с учетом пространственного распределения переменных вдоль активной зоны реактора. Получены условия устойчивости в малом. При упрощенном описании запаздывающих нейтронов показано их благоприятное влияние на устойчивость. Рассмотрена возможность применения критерия Велтона и показано, что для реактора с распределенными параметрами этот критерий не дает ответа на вопрос об устойчивости.

■

Рассмотрим реактор с циркулирующим горючим, схема которого приведена на рис. 1. Делящееся вещество (горючее) циркулирует по замкнутому контуру, состоящему из активной зоны реактора и теплообменника. Если скорость циркуляции велика, то вероятность испускания запаздывающего нейтрона в активной зоне будет приближенно равна отношению $\frac{\tau_1}{\tau_1+\tau_2}$, где τ_1 и τ_2 — время пребывания горючего внутри и вне активной зоны соответственно. В некоторых практически интересных случаях $\tau_2 \gg \tau_1$ и, следовательно, ценность запаздывающих нейтронов будет мала. В связи с этим целесообразно рассмотреть предельный случай $\frac{\tau_1}{\tau_1+\tau_2}=0$. Очевидно, что в этом и близких к нему случаях реактор невозможно регулировать обычными средствами, поэтому особенно остро встает вопрос о возможности работы реактора в режиме саморегулирования. Ответ на этот вопрос должно дать прежде всего решение задачи об устойчивости реактора с циркулирующим горючим в пренебрежении запаздывающими нейтронами.

Известно несколько работ [1—5], посвященных рассматриваемому вопросу. С точки зрения исследования устойчивости наибольшее значение имеют работы Эргена [4, 5], основанные на следующих предположениях: 1) температура горючего на входе в активную зону постоянна; 2) горючее несжимаемо; 3) расход горючего постоянен; 4) запаздывающие нейтроны отсутствуют. Влияние запаздывающих нейтронов учитывалось лишь для некоторых простейших случаев температурной обратной связи. В этих работах достаточно подробно рассмотрена устойчивость простейших дискретных моделей реактора, однако проведенное исследование устойчивости реактора с распределенными параметрами нельзя признать удовлетворительным. В самом деле, об устойчивости реактора с распределенными параметрами в работах [4, 5] сделан следующий вывод: устойчивость будет иметь место при выполнении достаточного критерия Велтона [6]. Ниже будет показано, что по крайней мере в наиболее распространенном случае — синусоидальной формы распределения плотности нейтронов вдоль реактора — условие Велтона не выполняется. Следовательно, даже при перечисленных выше упрощающих предположениях вопрос об устойчивости остается нерешенным. Кроме того, предположение о постоянстве температуры на входе в активную зону (общее для всех работ [1—5]) практически не всегда применимо.

Настоящая работа посвящена исследованию устойчивости в малом модели реактора с распределенными параметрами с учетом изменения температуры горючего на входе в активную зону с целью восполнить до некоторой степени указанные выше пробелы.

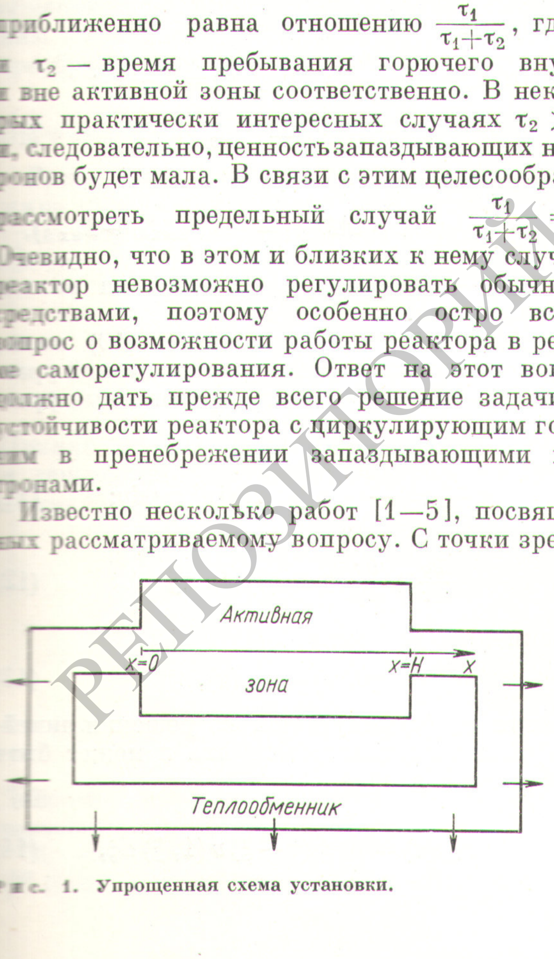

Рис. 1. Упрощенная схема установки.

Основные предположения и математическая модель

При составлении математической модели активной зоны предположим, что: 1) реактор работает на саморегулировании, обусловленном отрицательным температурным коэффициентом реактивности; 2) запаздывающие нейтроны отсутствуют; 3) горючее несжимаемо; 4) расход горючего постоянен; 5) плотность и теплоемкость горючего постоянны; 6) тепловыделение в активной зоне пропорционально плотности нейтронов; 7) реактивность зависит только от температуры горючего; 8) в энергетическом балансе для горючего достаточно учесть лишь изменение тепловой энергии. Кроме того, ограничиваясь рассмотрением одномерной задачи, будем считать, что пространственное распределение нейтронов можно характеризовать первой его гармоникой $F(x)$.

При сделанных предположениях активная зона опишется уравнениями

$$\frac{dN}{dt}=\frac{kN}{l^*}; \qquad (1)$$

$$k=-\varepsilon'\int_0^H [T(x,t)-T_0(x)]\,\Phi(x)\,dx; \qquad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t}+w\frac{\partial T}{\partial x}=AN(t)F(x), \quad 0\leqslant x\leqslant H \qquad (3)$$

с граничным условием

$$T(0,t)=T_{\text{вх}}(t), \qquad (4)$$

где N — амплитуда первой гармоники пространственного распределения плотности нейтронов; k — реактивность; l^* — время жизни нейтронов; $T(x,t)$ — температура горючего в сечении x активной зоны; $T_{\text{вх}}$ — температура горючего на входе активной зоны; ε' — постоянная, характеризующая температурный коэффициент реактивности ($\varepsilon'>0$ при отрицательном температурном коэффициенте); H — длина активной зоны; A — положительный коэффициент пропорциональности; $T_{\text{вх}}(t)$ — температура горючего на входе в активную зону (на выходе из теплообменника). Индекс 0 относится к значению переменной в стационарном режиме.

В дальнейшем будем считать, что распределение плотности нейтронов вдоль активной зоны

$$F(x)=\sin\frac{\pi x}{H}. \qquad (5)$$

Это справедливо для реакторов, имеющих форму пластины, цилиндра или параллелепипеда. В двух последних случаях под $T(x,t)$ следует понимать температуру горючего, усредненную по поперечному сечению активной зоны. В силу седьмого предположения функция $\Phi(x)$ будет квадратом распределения плотности нейтронов [7]

$$\Phi(x)=F^2(x)=\sin^2\frac{\pi x}{H}. \qquad (6)$$

Относительно теплообменника сделаем те же предположения, что и в работе [8]. Будем считать, что теплообменник — произвольная линейная распределенная система, удовлетворяющая условиям

$$\psi(t)\geqslant 0; \qquad (7)$$

$$\int_0^\infty \psi(t)\,dt<1, \qquad (8)$$

где $\psi(t)$ — изменение температуры горючего на выходе из теплообменника при импульсном изменении температуры на его входе, т. е. при $T(H,t)-T_0(H)=\delta(t)$.

Характеристическое уравнение линеаризованной системы

Для анализа устойчивости в малом следует линеаризовать исходные уравнения в окрестности равновесного режима и составить характеристическое уравнение линеаризованной системы. Для этого введем безразмерные координаты

$$\tau=\frac{t}{\tau_1}, \quad y=\frac{x}{H}, \qquad (9)$$

переменные

$$u(\tau)=\frac{N-N_0}{N_0}; \quad v(y,\tau)=T-T_0;$$
$$v_{\text{вх}}(\tau)=T_{\text{вх}}-T_{\text{вх }0} \qquad (10)$$

и параметры

$$\nu=\frac{l^*}{\varepsilon' H\tau_1}; \quad \alpha=AN_0\tau_1=\frac{\pi}{2}(T_{\text{вых }0}-T_{\text{вх }0}),$$

где $T_{\text{вых}}$ — температура горючего на выходе активной зоны.

Предположим, что отклонения (10) малы, тогда после элементарных преобразований уравнений (1)—(6) получим линеаризованные уравнения активной зоны

$$\nu\frac{du}{d\tau}=-\int_0^1 v(y,\tau)\sin^2\pi y\,dy; \qquad (11)$$

$$\frac{\partial v}{\partial\tau}+\frac{\partial v}{\partial y}+\alpha u(\tau)\sin\pi y \qquad (12)$$

с граничным условием

$$v(0,\tau)=v_{\text{вх}}(\tau). \qquad (13)$$

Функция $v_{\text{вх}}(\tau)$ получается из решения линейных уравнений теплообменника и может быть представлена в виде

$$v_{\text{вх}}(\tau)=\int_0^\tau \psi(\tau-\xi)\,v(1,\xi)\,d\xi, \qquad (14)$$

где ядро ψ удовлетворяет неравенствам (7) и (8), а $v(1, \xi)$ — изменение температуры горючего на входе в теплообменник (на выходе из активной зоны). Уравнения (11)—(14) составляют полную линеаризованную систему уравнений рассматриваемой модели.

Перейдем в линеаризованной системе к изображениям по Лапласу по переменной τ (при нулевых начальных условиях) и решим уравнение (12) при граничном условии (13). Тогда после необходимых преобразований получим характеристическое уравнение линеаризованной системы

$$ap + \frac{[1+\Psi(p)](1-e^{-p})}{p(p^2+\pi^2)(p^2+4\pi^2)[1-\Psi(p)e^{-p}]} + \frac{2p}{3\pi^4(p^2+\pi^2)} = 0, \qquad (15)$$

где

$$a = \frac{l^*}{\tau_1 \varepsilon \pi^4 (T_{\text{вых } 0} - T_{\text{вх } 0})}; \qquad (16)$$

$\varepsilon = \varepsilon' H$; $\Psi(p)$ — коэффициент передачи теплообменника по температуре, равный изображению по Лапласу от ядра $\psi(\tau)$; p — параметр преобразования Лапласа.

Исследование устойчивости в малом

Рассмотрим устойчивость стационарного режима модели при помощи характеристического уравнения (15). С этой целью построим D-разбиение [9] плоскости комплексного параметра

$$a = -\frac{[1+\Psi(p)](1-e^{-p})}{p^2(p^2+\pi^2)(p^2+4\pi^2)[1-e^{-p}\Psi(p)]} - \frac{2}{3\pi^4(p^2+\pi^2)}. \qquad (17)$$

Приняв в (17) $p = j\omega$ и разделив мнимую и действительную части, получим уравнения D-кривой

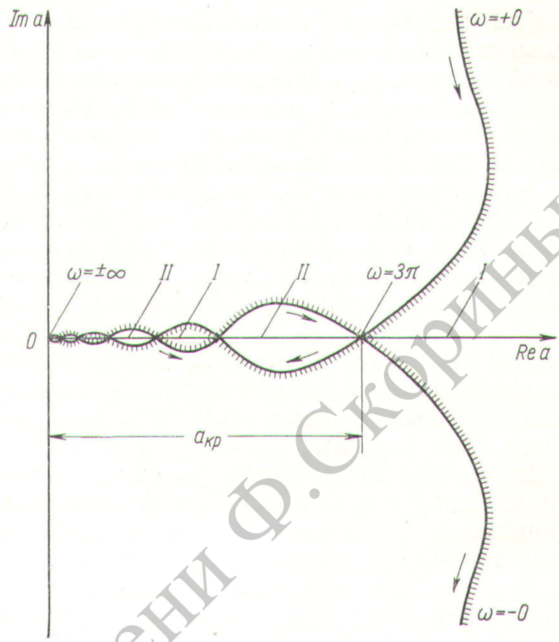

Рис. 2. Характеристика D-разбиения (I, II — устойчивый и неустойчивый режим соответственно).

$1 - |\Psi|^2$, $1 + |\Psi|^2 - 2\mathrm{Re}(\Psi e^{-j\omega})$ и $1 + |\Psi|^2 + 2\mathrm{Re}\,\Psi$, входящие в (18),— положительные величины, изменяющиеся в конечных пределах. Учитывая это важное обстоятельство, нетрудно убедиться в том, что D-разбиение будет иметь вид, показанный на рис. 2. Обозначим через $a_{кр}$ значение $\mathrm{Re}\,a$ при $\omega = 3\pi$. Тогда, как следует из формул (18) и рис. 2, стационарный режим работы реактора будет устойчив в малом при любых параметрах системы, для которых $a > a_{кр}$. Если же $a < a_{кр}$, то в зависимости от конкретной величины a система может быть как устойчивой, так и неустойчивой. Таким образом, неравенство $a > a_{кр}$ можно рассматривать как достаточное условие устойчивости. Вычислив $\mathrm{Re}\,a(j\omega)$ при

$$\left.\begin{aligned} Re\,a(j\omega) &= -\frac{2}{3\pi^4(\pi^2-\omega^2)} + \\ &+ \frac{(1-\cos\omega)[1+2\,\mathrm{Re}\,\Psi(j\omega)+|\Psi(j\omega)|^2] - 2\sin\omega\,\mathrm{Im}\,\Psi(j\omega)}{\omega^2(\pi^2-\omega^2)(4\pi^2-\omega^2)\{1+|\Psi(j\omega)|^2-2\,\mathrm{Re}\,[e^{-j\omega}\Psi(j\omega)]\}}; \\ Im\,a(j\omega) &= \frac{(1-|\Psi(j\omega)|^2)\sin\omega}{\omega^2(\pi^2-\omega^2)(4\pi^2-\omega^2)\{1+|\Psi(j\omega)|^2-2\,\mathrm{Re}\,[e^{-j\omega}\Psi(j\omega)]\}}. \end{aligned}\right\} \qquad (18)$$

Действительный параметр ω принимает все значения от $-\infty$ до $+\infty$.

Из неравенств (7) и (8) видно [8], что $|\Psi(j\omega)| < 1$ и, следовательно, выражения

$\omega = 3\pi$ и приняв во внимание выражение (16) для a, получим неравенство $a > a_{кр}$ в виде

$$\frac{\varepsilon\tau_1(T_{\text{вых } 0} - T_{\text{вх } 0})}{l^*} < \frac{45\pi^2}{4}. \qquad (19)$$

Как видно из формул D-разбиения (18), области устойчивости, расположенные в интервале $0 < a < a_{кр}$, малы (причем тем меньше, чем ближе такая область к началу координат плоскости a). Поэтому выбор параметров системы внутри любой такой области следует признать нежелательным, так как при малом изменении параметров установки (а такие изменения на практике неизбежны) рабочий режим реактора может стать неустойчивым. Заметим также, что неустойчивость будет иметь колебательный характер — это следует из формул D-разбиения (18) и рис. 2. Апериодическая неустойчивость возникает только при положительном температурном коэффициенте реактивности (см. рис. 2).

Нарушение достаточного условия (19) может произойти: 1) при больших отрицательных коэффициентах реактивности; 2) при большом перепаде температуры горючего на активной зоне; 3) при большом времени нахождения горючего в активной зоне. В этих случаях стационарный режим реактора без запаздывающих нейтронов может быть неустойчивым.

О влиянии запаздывающих нейтронов на устойчивость

Покажем, что неравенство (19) сохраняет свое значение достаточного условия устойчивости и при учете запаздывающих нейтронов. Воспользуемся приближенным описанием запаздывающих нейтронов. Не изменяя уравнения теплового баланса (3) и предположений относительно теплообменника, запишем уравнения кинетики в виде

$$\frac{dN}{dt}=\frac{k-\beta}{l^*}N+\lambda C; \qquad (20)$$

$$k=k_0-\varepsilon'\int_0^H\left[T(x,\ t)-T_0(x)\right]\sin^2\frac{\pi x}{H}\,dx; \qquad (21)$$

$$\frac{dC}{dt}+\lambda C=\frac{\beta_{эфф}}{l^*}N, \qquad (22)$$

где C — концентрация источников запаздывающих нейтронов с эквивалентной постоянной распада $\lambda \approx 0{,}1$ *сек*$^{-1}$; $\beta_{эфф}=\beta-k_0$ — эффективная доля запаздывающих нейтронов. Для простоты здесь учтена только одна (эквивалентная) группа запаздывающих нейтронов.

Таким образом, приближенный учет запаздывающих нейтронов приводит к математической модели реактора, характеризуемой уравнениями (3) и (20) — (22) при граничном условии (4) и требованиях (7), (8) к теплообменнику. Рассмотрим устойчивость этой модели в малом. После линеаризации уравнений и всех необходимых преобразований получим характеристическое уравнение линеаризованной системы, которое будет отличаться от выражения (15) только наличием дополнительного слагаемого $\frac{bp}{p+\sigma}$ в левой части уравнения, где

$$b=\frac{\beta_{эфф}}{\varepsilon\pi^4\left(T_{вых\,0}-T_{вх\,0}\right)};\quad \sigma=\lambda\tau_1. \qquad (23)$$

Рассмотрим D-разбиение плоскости комплексного параметра a при $b\neq 0$. В этом случае вместо вектора $a\,(j\omega)$, определяемого уравнениями (18), следует использовать геометрическую сумму векторов $a\,(j\omega)$ из (18) и $-\frac{b\sigma}{\sigma^2+\omega^2}+j\frac{b\omega}{\sigma^2+\omega^2}$. Поскольку $b>0$ и $\sigma>0$, добавление последнего вектора к $a\,(j\omega)$ приводит к смещению D-кривой, приведенной на рис. 2 *, влево и вверх. Очевидно, что величина этого смещения пропорциональна b и зависит от ω. В результате такого сдвига первое пересечение D-кривой с осью абсцисс перемещается влево (к началу координат). Это означает уменьшение длины отрезка, на котором происходит чередование областей устойчивости и неустойчивости. Кроме того, при достаточно больших b возможен и такой случай, когда смещение D-кривой в верхнюю полуплоскость будет настолько существенным, что вся D-кривая (при $\omega>0$) расположится в верхней полуплоскости, не пересекаясь с осью абсцисс. В этом случае система будет устойчивой при любых положительных значениях параметра a. Так как параметр b характеризует ценность запаздывающих нейтронов (b пропорционально $\beta_{эфф}$), то из вышесказанного следует, что, во-первых, наличие запаздывающих нейтронов способствует устойчивости реактора и, во-вторых, неравенство (19) остается достаточным условием устойчивости и при учете запаздывающих нейтронов (но это условие становится все более жестким по мере возрастания их ценности).

О применении критерия Велтона

Покажем, что критерий Велтона в применении к рассмотренной модели реактора не дает ответа на вопрос об устойчивости. Действи-

* Имеется в виду ветвь D-кривой, соответствующая положительным значениям ω.

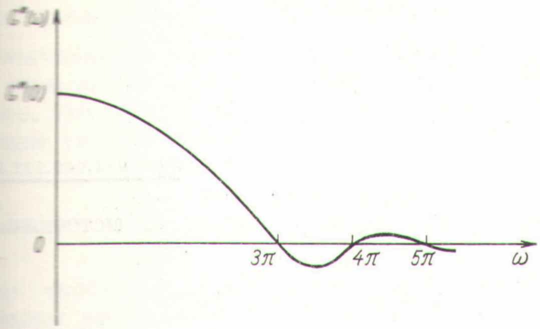

Рис. 3. График функции $G^*(\omega)$.

тельно, коэффициент передачи $G(p)$ от мощности к реактивности, взятой с обратным знаком, будет иметь вид

$$G(p)=\frac{1}{p^2+\pi^2}\left\{\frac{2\pi^3(1-e^{-p})[1+\Psi(p)]}{p(p^2+4\pi^2)[1-\Psi(p)e^{-p}]}+\frac{4p}{3\pi}\right\}. \tag{24}$$

Подставив в это выражение $p=j\omega$ и выделив $\operatorname{Re}G(j\omega)$, найдем, что с точностью до положительных сомножителей

$$\operatorname{Re}G(j\omega)=G^*(\omega)=\frac{\sin\omega}{\omega(\pi^2-\omega^2)(4\pi^2-\omega^2)}. \tag{25}$$

График функции $G^*(\omega)$ приведен на рис. 3.

Согласно Велтону [6], для устойчивости реактора достаточно, чтобы неравенство $G^*(\omega)>0$ выполнялось при всех $\omega>0$. Однако в данном случае функция $G^*(\omega)$ является знакопеременной величиной и, следовательно, критерий Велтона не решает вопроса устойчивости. Это обстоятельство ставит под сомнение практическую ценность той части работ [4, 5], которая посвящена устойчивости моделей реакторов с циркулирующим горючим и с распределенными параметрами.

Таким образом, как показано в работе [8], реактор с циркулирующим горючим, активная зона которого является звеном с сосредоточенными параметрами, устойчив при любых физически реализуемых параметрах системы (даже в отсутствие запаздывающих нейтронов). В отличие от реактора, рассмотренного в статье [8], режим работы реактора с распределенными параметрами может быть неустойчивым при малой ценности запаздывающих нейтронов. Основные причины возможной неустойчивости — чрезмерно большие значения отрицательного температурного коэффициента реактивности или перепада температуры горючего на активной зоне (или то и другое вместе).

Достаточное условие устойчивости (в малом) выражается неравенством (19), которое, по-видимому, можно обеспечить во многих практических случаях *. Наличие запаздывающих нейтронов способствует устойчивости стационарного режима реактора. Заметим, что последний вывод сделан на основе упрощенного учета запаздывающих нейтронов. Точные количественные характеристики их влияния на устойчивость можно получить только после исследования динамики распределенной модели реактора при строгом описании излучателей запаздывающих нейтронов в виде системы уравнений в частных производных. Однако этот вопрос представляет самостоятельную задачу и в настоящей работе не рассматривался.

Автор искренне благодарен Н. А. Железцову и Е. Ф. Сабаеву за ценные замечания и интерес к работе.

Поступила в Редакцию 27/IV 1966 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. Fleck. BNL-357, USA, 1955.
2. R. de Figueuredo. Доклад № 1815, представленный Португалией на Вторую международную конференцию по мирному использованию атомной энергии (Женева, 1958).
3. Т. А. Велтон. В кн. «Физика реакторов». Материалы Международной конференции по мирному использованию атомной энергии (Женева, 1955). Т. 5. М., Изд-во АН СССР, 1958, стр. 454.
4. W. Ergen. J. Appl. Phys., **25**, 702 (1954).
5. W. Ergen, A. Weinberg. Physica, **20**, 413 (1954).
6. H. Smets. J. Appl. Phys., **30**, 1623 (1959).
7. А. Д. Галанин. Теория ядерных реакторов на тепловых нейтронах. М., Атомиздат, 1957.
8. В. Д. Горяченко. «Атомная энергия», **21**, 3 (1966).
9. Ю. И. Неймарк. Устойчивость линеаризованных систем. Ленинград, Изд. Ленинградской краснознаменной военно-воздушной инженерной академии, 1949.

---

* Так, при $l^*=10^{-4}$ *сек*, $\varepsilon=10^{-4}$ 1/°С, $\tau_1\approx 1$ *сек* номинальный режим реактора будет заведомо устойчив при $T_{\text{вых }0}-T_{\text{вх }0}\leqslant 100°$ С.