

Спектр нейтронов гетерогенных сред

К. Ме́йер

(VEB Atomkraftwerk Rheinsberg, Betriebsteil, Berlin, DDR)

На основании транспортной теории определяется спектр нейтронов тяжелоатомной среды, состоящей из двух непоглощающих нейтроны компонент различной температуры. Результаты сравниваются с данными, полученными с помощью групповой модели Селенгута. В тех случаях, когда спектры нейтронов, полученные путем точного решения исходных уравнений, можно представить замкнутыми выражениями, содержащими только табличные функции, проводится сравнение численных результатов. Можно считать, что при этом ошибка в температуре нейтронов составляет 10%, причем она тем меньше, чем меньше замедляющая способность компонентов среды и разница в их температурах.

В работе [1] в транспортном приближении рассмотрена гетерогенная среда, состоящая из двух непоглощающих нейтроны тяжелоатомных газообразных замедлителей, которые могут отличаться температурой и рассеивающими свойствами. Проведенное в этой работе рассмотрение было завершено аналитическим решением полученных уравнений. В настоящей работе предлагается другой метод решения и проводится сравнение с приближенным методом.

В то время как в работе [1] для расчета энергетических моментов плотности потока нейтронов использовался метод Котвица [2], в данной работе уравнения решаются с помощью преобразования Лапласа аналогично работе [3]. Возможность точного решения позволяет проверить результаты приближенного решения, которое можно получить с помощью упрощенных моделей. В связи с этим необходимо исследовать приближенный метод Селенгута [4].

Следует отметить, что использованное в настоящей работе сочетание модели Уилкинса [5] и транспортной теории было применено в работах [6, 7] для расчета спектра нейтронов в решетках горючего и замедлителя. Более подробное исследование задачи, имеющей точное решение, необходимо также и потому, что данная проблема имеет только приближенное решение.

1. Вывод основных уравнений

В работе [1] использовалось основное уравнение транспортной теории с изотропным рас-

сеянием нейтронов:

$$V_i \Sigma^{(i)}(E) \Phi_i(E) = \sum_j V_j P_{ji}(E) \times \left\{ \int dE' \Sigma_s^{(j)}(E' \rightarrow E) \Phi_j(E') + S^{(j)}(E) \right\}, \quad (1.1)$$

где $\Phi_i(E)$ — средняя плотность потока нейтронов в i -й области объемом V_i ; $\Sigma^{(i)}(E)$ — полное макроскопическое сечение; $\Sigma_s^{(i)}(E' \rightarrow E)$ — макроскопическое сечение переноса; $S^{(i)}(E)$ — средняя плотность источников нейтронов i -й области; $P_{ji}(E)$ — вероятность того, что при изотропном угловом распределении и равномерной плотности источников нейтрон, родившийся в j -й области, испытает первое столкновение в области i . Для $P_{ji}(E)$ справедливо соотношение [8, 9]

$$L_j \Sigma^{(j)}(E) P_{ji}(E) = L_i \Sigma^{(i)}(E) P_{ij}(E),$$

где $L_j = \frac{4V_j}{S_j}$ — средняя длина пробега нейтронов в j -й области; S_j — площадь поверхности области.

При отсутствии источников для периодической гетерогенной решетки, состоящей из двух непоглощающих замедлителей разной температуры, свойства которых описываются моделью тяжелоатомного газа, из уравнения (1.1) можно получить систему уравнений [1]:

$$\left. \begin{aligned} T_0 E \frac{d^2 \Phi_0}{dE^2} + E \frac{d\Phi_0}{dE} + \Phi_0 &= c_0 (\Phi_0 - \Phi_1); \\ T_1 E \frac{d^2 \Phi_1}{dE^2} + E \frac{d\Phi_1}{dE} + \Phi_1 &= c_1 (\Phi_1 - \Phi_0). \end{aligned} \right\} \quad (1.2)$$

Здесь

$$c_i = \frac{P_{i,1-i}}{\xi_i (1 - P_{01} - P_{10})} \quad (i=0; 1), \quad (1.3)$$

где ξ_i — характеристическая постоянная тяжелоатомного замедлителя; T_i — температура замедлителя i , измеренная в тех же единицах, что и энергия нейтронов. Так как сечение рассеяния $\Sigma_s^{(i)}$ для обоих замедлителей не зависит от энергии нейтронов, величина P_{ij} для плоской и цилиндрической геометрий может быть вычислена, например, с помощью выражений, приведенных в работах [10, 11]. Для получе-

ния хорошего приближения уравнения (1.1) к транспортному уравнению предположим, что $L_i \Sigma_s^{(i)} \ll 1$.

В настоящей работе уравнения (1.2), решенные в работе [4] путем расчета моментов энергии плотности потока нейтронов, решаются с помощью преобразования Лапласа, которое для плотности потока нейтронов Φ_i определяется как

$$\bar{\Phi}_i(t) = L[\Phi_i(E)] = \int_0^\infty dE e^{-Et} \Phi_i(E). \quad (1.4)$$

С учетом граничных условий $\Phi_i(0) = 0$, $\lim_{E \rightarrow \infty} \Phi_i(E) = 0$ ($i = 0; 1$) из (1.2) получим уравнения для $\Phi_0(t)$ и $\Phi_1(t)$, которые необходимо решать с начальным условием (при нормировке полного потока)

$$\bar{\Phi}_0(0) = \bar{\Phi}_1(1) = 1. \quad (1.5)$$

2. Решение системы уравнений

Если ввести

$$\psi_i = (1 + tT_i)^2 \bar{\Phi}_i \quad (i = 0; 1); \quad u = \frac{t(T_1 - T_0)}{1 + tT_1}, \quad (2.4)$$

то для ψ_0 и ψ_1 получим систему дифференциальных уравнений, которую можно представить в виде

$$\left. \begin{aligned} u(1-u) \frac{d^2 \psi_0}{du^2} + [1 + c_0 + c_1 - (4 + c_1)u] \times \\ \times \frac{d\psi_0}{du} - 2(1+c)\psi_0 = 0; \\ u(1-u) \frac{d^2 \psi_1}{du^2} + [1 + c_0 + c_1 - (3 + c_1)u] \times \\ \times \frac{d\psi_1}{du} - 2c_1\psi_1 = 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

Решения системы гипергеометрических дифференциальных уравнений, удовлетворяющие начальным условиям (1.5), можно записать в виде

$$\left. \begin{aligned} \Phi_i(t) &= \frac{1}{(1+tT_i)^2} \times \\ &\times F\left(2, c_i; 1+c_0+c_i; \frac{t(T_i-T_{1-i})}{1+tT_i}\right); \\ \bar{\Phi}_i(t) &= \frac{1}{(1+tT_{1-i})^2} F \times \\ &\times \left(2, 1+c_{1-i}; 1+c_0+c_i; \frac{t(T_{1-i}-T_i)}{1+tT_i}\right), \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

если использовать

$$F(a, b; c; z) = (1-z)^{-a} F\left(a, c-b; c; \frac{z}{z-1}\right), \quad (2.4)$$

где $F(a, b; c; z)$ — гипергеометрическая функция Гаусса [12]. Эти выражения можно привести к двум интегральным представлениям для потока, если использовать соотношение [12]

$$F(a, b; c; z) = \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(b)\Gamma(c-b)} \int_0^1 dv v^{b-1} \times \\ \times (1-v)^{c-b-1} (1-vz)^{-a}. \quad (2.5)$$

Обратное преобразование Лапласа дает

$$\Phi_i(E) = \frac{\Gamma(1+c_0+c_1)}{\Gamma(c_i)\Gamma(1+c_{1-i})} \int_0^1 dv v^{c_i-1} (1-v)^{c_{1-i}} \times \\ \times \frac{E e^{-\frac{E}{T_i + v(T_{1-i}-T_i)}}}{[T_i + v(T_{1-i}-T_i)]^2}. \quad (2.6)$$

Из (2.6) можно получить другое выражение, если заменить v на $1-v$. Выражение (2.6) можно рассматривать как разновидность спектрального представления плотности потока нейтронов распределением Максвелла, в котором $\frac{\Gamma(1+c_0+c_1)}{\Gamma(c_i)\Gamma(1+c_{1-i})} v^{c_i-1} (1-v)^{c_{1-i}}$ нормирована на единицу.

В обеих средах полный поток нейтронов определяется с помощью рассчитанной энергетической зависимости плотности потока ней-

тронов. Величину $\int_0^\infty \frac{dE}{\sqrt{E}} \Phi_i(E)$, пропорцио-

нальную плотности нейтронов, можно рассматривать как меру эффективной температуры нейтронов, если температуру характеризовать активностью индикатора с сечением активации, изменяющимся по закону $1/v$, т. е. эффективным сечением активации индикатора. В работе [8] использовано аналогичное определение, широко применяемое в физике реакторов, поскольку многие реакторные материалы имеют сечение поглощения нейтронов, изменяющееся по закону $E^{-\frac{1}{2}}$.

Таким образом, пусть

$$\frac{1}{\sqrt{T_i^{\text{эфф}}}} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\int_0^\infty \frac{dE}{\sqrt{E}} \Phi_i(E)}{\int_0^\infty dE \Phi_i(E)} \quad (2.7)$$

является эффективной температурой нейтронов. Тогда, используя выражение (2.5) и инте-

гальное выражение для $\Phi_i(E)$ (2.6), получим

$$\frac{1}{\sqrt{T_i^{\alpha\Phi}}} = \frac{1}{\sqrt{T_i}} F\left(\frac{1}{2}; c_i; 1+c_0+c_1; \frac{T_i-T_{1-i}}{T_i}\right). \quad (2.8)$$

Если использовать соотношение (2.4), то получим другое выражение

$$\frac{1}{\sqrt{T_i^{\alpha\Phi}}} = \frac{1}{\sqrt{T_{1-i}}} \times F\left(\frac{1}{2}; 1+c_{1-i}; 1+c_0+c_1; \frac{T_{1-i}-T_i}{T_{1-i}}\right). \quad (2.9)$$

Таким образом, получены два выражения для расчета эффективной температуры нейтронов или плотности нейтронов, которые в зависимости от величины параметров можно использовать для численных расчетов или получения более простых приближений. С их помощью может быть проверена точность приближенных методов расчета спектра медленных нейтронов, что оправдывает рассмотрение этой сильно идеализированной модели, которая является чисто мысленной конструкцией, однако обладает отмеченными выше преимуществами строго решаемых уравнений.

3. Сравнение с многогрупповой моделью Селенгута

В работе [4] предложен многогрупповой метод приближенного расчета спектра медленных нейтронов в гетерогенной среде, состоящей из областей с различными температурой и составом. Внутри каждой области характеристики среды не зависят от координат. Если предположить, что установившийся спектр медленных нейтронов в i -й области $\chi_i(E)$ совпадает с установившимся спектром в бесконечной однородной среде со свойствами этой области, то пространственную и энергетическую зависимость плотности потока нейтронов в i -й области можно приближенно определить

$$\Phi(x, E) \approx \sum_{i=1}^N \Phi_i(x) \chi_i(E). \quad (3.1)$$

Подразумевается, что спектр $\chi_i(E)$ нормирован на единицу при соответствующим образом выбранной граничной энергии. Каждый спектр $\chi_i(E)$ представляет одну группу нейтронов, вклад которых в плотность потока или суммарный поток нейтронов определяется функцией $\Phi_i(x)$.

Этот метод может быть применен к квазитранспортной модели, рассмотренной в пре-

дыдущих разделах. Для этой модели сечения поглощения нейтронов каждого из двух компонентов рассматриваемой среды равны нулю, так что установившемуся спектру $\chi_i(E)$ и спектру Максвелла соответствуют температуры нейтронов T_0 и T_1 :

$$\chi_i(E) = \frac{E}{T_i^2} e^{-\frac{E}{T_i}} \quad (i=0; 1).$$

На основании метода Селенгута получим выражение для плотности потока нейтрона

$$\Phi_i(E) = a_{i0} \chi_0(E) + a_{i1} \chi_1(E).$$

Если суммарный поток нейтронов нормирован на единицу, то решение определяется в виде

$$\Phi_i(E) = \frac{1}{1+c_0+c_1} \{(1+c_{1-i}) \chi_i(E) + c_i \chi_{1-i}(E)\}, \quad (3.2)$$

где $i=0; 1$.

Сравнение приближенного решения Селенгута с точным решением целесообразнее проводить на примере интегральных характеристик, когда не требуется детальных расчетов точного спектра. Образум сначала момент плотности нейтронов

$$M_n^{(i)} = \frac{1}{n!} \int_0^\infty dE E^n \Phi_i(E).$$

Используя приближенное решение (3.2), для $m=0; 1; 2 \dots$ получим

$$M_n^{(i)} \approx \frac{n+1}{1+c_0+c_1} \{(1+c_{1-i}) T_i^n + c_i T_{1-i}^n\}. \quad (3.3)$$

Соответственно для точного решения

$$M_n^{(i)} = (n+1) \frac{\Gamma(1+c_0+c_1)}{\Gamma(n+1+c_0+c_1)} \sum_{v=0}^n \times T_i^v T_{1-i}^{n-v} \binom{n}{v} \frac{\Gamma(n-v+c_i) \Gamma(v+1+c_{1-i})}{\Gamma(c_i) \Gamma(1+c_{1-i})}. \quad (3.4)$$

Отсюда следует, что моменты плотности потока нейтронов можно точно рассчитать приближенным методом только для n , равного 0 и 1, а более высокие моменты, полученные с использованием уравнений (3.3), оказываются неправильными. Используя решение (3.2), из соотношения (2.7) можно получить выражение для плотности нейтронов или эффективной температуры нейтронов, соответствующей взаимной связи между плотностью и потоком нейтронов:

$$\frac{1}{\sqrt{T_i^{\alpha\Phi}}} = \frac{1}{1+c_0+c_1} \left(\frac{1+c_{1-i}}{\sqrt{T_i}} + \frac{c_i}{\sqrt{T_{1-i}}} \right). \quad (3.5)$$

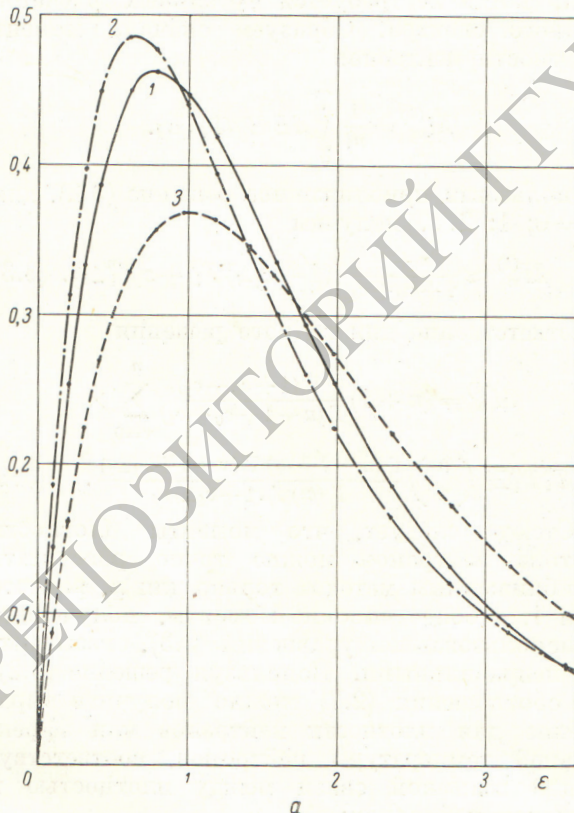
Этот результат необходимо сравнить с выражениями (2.8) и (2.9).

Сравнение результатов, полученных приближенным методом Селенгута, с точным решением показывает, что во многих случаях приближенный метод приводит к правильным результатам, особенно когда преобладает сильное взаимодействие нейтронов с одним из двух компонентов рассматриваемой среды и когда температуры обеих сред отличаются незначительно.

4. Простейшие случаи распределения плотности потока нейтронов

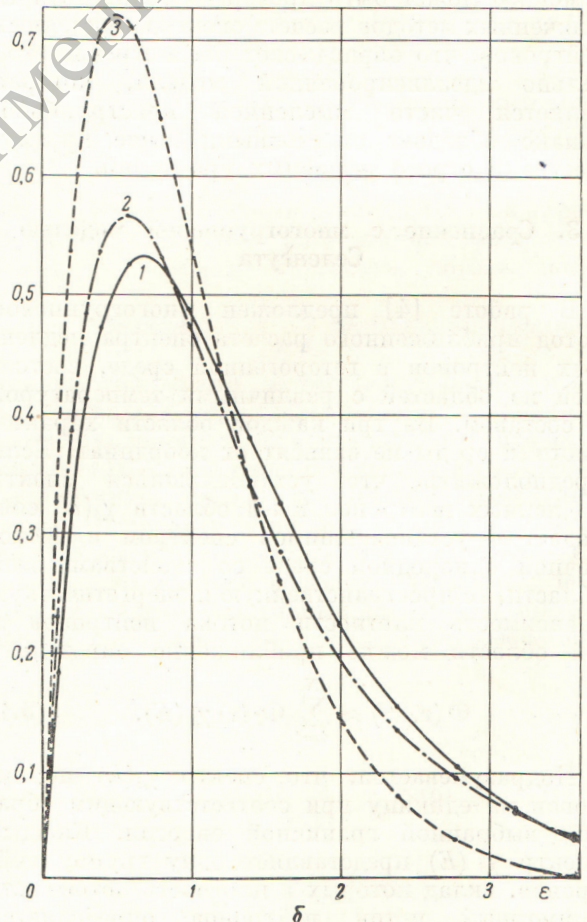
Если предположить, что коэффициенты c_i — целые положительные числа, то выражение для плотности потока нейтронов может быть представлено формулой, содержащей конечное число табличных функций:

$$E_n(x) = \int_1^{\infty} \frac{dt}{t^n} e^{-tx} \quad (n = 1; 2; 3, \dots).$$



Эта формула использовалась для вычисления распределения плотности потока нейтронов при $c_0 = c_1 = 2$. Для многослойной плоской решетки, состоящей из двух одинаковых замедлителей с разной температурой (толщина слоев одинаковая), эти значения соответствуют $\xi = 0,5$ для пластин толщиной, равной длине свободного пробега, и $\xi = 1$ для пластин толщиной, равной половине длины свободного пробега нейтронов.

Пусть $T_0 = 2T_1$. Как следует из рисунка, распределение плотности потока нейтронов в обеих областях сильно отличается от спектра Максвелла и не может быть представлено комбинацией двух спектров Максвелла в соответствии с групповой моделью Селенгута. Поэтому в некоторых случаях использование приближенного метода может привести к боль-



Распределение плотности потока нейтронов в среде 0 (а) и 1 (б) при $T_0 = 2T_1$ и $c_0 = c_1 = 2$: 1 — расчет на основании транспортной теории; 2 — расчет методом Селенгута; 3 — распределение Максвелла при температуре T_1 и $\varepsilon = \frac{E}{T_0}$.

шим ошибкам. Различие в эффективной температуре нейтронов, рассчитанной по формулам (2.8) и (2.9) и методом Селенгута [см. формулу (3.5)], составляет около 10%, т. е. при использовании метода Селенгута эффективные сечения поглотителя, подчиняющегося закону $1/v$, будут рассчитаны с ошибкой 5%. Различия же в величине отношения $T_0^{\text{эфф}}/T_1^{\text{эфф}}$, рассчитанного обоими методами, составляет только 2%, т. е. относительные измерения могут быть хорошо описаны моделью Селенгута, даже в тех случаях, которые рассмотрены в настоящей статье.

Ниже приведены значения эффективной температуры нейтронов, рассчитанные точным методом и приближенным методом Селенгута при $T_0 = 2T_1$ и $c_0 = c_1 = 2$:

	Формулы (2.8) и (2.9)	Формула (3.5)
$T_0^{\text{эфф}}/T_0$	0,81	0,735
$T_1^{\text{эфф}}/T_1$	0,69	0,643
$T_0^{\text{эфф}}/T_1^{\text{эфф}}$	1,17	1,14

С другой стороны, полученные результаты указывают на необходимость критического подхода к интерпретации результатов относительных интегральных измерений. Возможны случаи, когда теоретические и экспериментальные результаты хорошо согласуются, хотя теоретическая модель довольно неточно отражает

реальное положение вещей. Окончательный вывод можно сделать только на основании проведения большого числа различных интегральных опытов.

Поступила в Редакцию 18/IX 1964 г.
В окончательной редакции 14/IV 1965 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. K. Meyer. Kernenergie, 4, 935 (1961).
2. D. Kottwitz. Nucl. Sci. and Engng, 7, 345 (1960).
3. М. В. Казарновский, А. В. Степанов, Ф. Л. Шапиро. В кн. «Труды Второй международной конференции по мирному использованию атомной энергии». Докл. советских ученых. Т. 2. М., Атомиздат, 1959, стр. 651.
4. D. Selengut. Nucl. Sci. and Engng, 9, 94 (1961).
5. H. Hurwitz, M. Nelkin, G. Habetler. Nucl. Sci. and Engng, 4, 280 (1956).
6. H. Märkl. Nukleonik, H. 4, 39 (1962).
7. A. Mockel, K. Devooght. Nucleonik, 4, 236 (1962).
8. A. Müller. Nukleonik, 2, 54 (1960).
9. W. Rothenstein. Nucl. Sci. and Engng, 7, 162 (1960).
10. J. Chernick. Genfer Berichte, 5, 245, P-603 (1959).
11. H. Kieseewetter. Kernenergie, 6, 106 (1963).
12. W. Magnus, F. Oberhettinger. Formeln und Sätze für die speziellen Funktionen der mathematischen Physik. Springer Verlag. Berlin, Cöttingen, Heidelberg, 1948.

УДК 621.311.25

Некоторые особенности теплофикационных дифенильных турбин и их предельная мощность

В. С. Данилин, И. И. Захаров, А. А. Логинов, В. А. Черняев

Рассмотрены важнейшие особенности дифенильных турбин для АТЭЦ мощностью до 50 Мвт. Показано, что предельную мощность таких турбин ограничивают не прочностные характеристики, а возможная степень расширения проточной части.

Предлагается метод оценочного расчета предельной мощности теплофикационной турбины на дифениле при различных скоростях вращения ротора. Результаты показывают, что для получения достаточно большой мощности в одном агрегате необходимо использовать двухпоточную однокорпусную турбину с пониженным числом оборотов. Кратко рассмотрены также основные газодинамические свойства дифенила.

Как в отечественной, так и зарубежной литературе [1—6] уже неоднократно отмечались

интересные возможности прямого использования органических теплоносителей в качестве рабочего тела ядерных энергетических установок. Особый интерес этот вопрос приобретает в связи с появившимися в последнее время работами об использовании ядерных реакторов для выработки одновременно электроэнергии и тепла. Техничко-экономические аспекты этого направления были обсуждены в работе [7], где показано, что наряду с перспективным использованием мощных атомных ТЭЦ (АТЭЦ) в крупных энергосистемах в условиях СССР экономически оправданным является создание небольших автономных АТЭЦ мощностью 20—