

ные колебания около равновесной фазы, то в местах, где $\psi(\theta)_{\text{макс}}$, пучок будет расширяться. Соответственно и число частиц, выпадающих на поверхность камеры по обе стороны от оси пучка, будет одинаковым.

Когерентные фазовые колебания приведут к появлению зависящей от времени разности в числе частиц, выпавших на стенки камеры по разные стороны оси пучка:

$$N_{(+)} - N_{(-)} \approx \frac{\Delta E}{E_0}(t). \quad (6)$$

Анализ разности (6) позволит найти амплитуду и частоту когерентных фазовых колебаний. По этой же разности можно определить правильность выбора момента инжекции. Если существует задержка между

моментом выпуска частиц и моментом, когда поле H_{0z} достигает требуемого значения, то во всех точках, где $\psi(\theta)_{\text{макс}}$, разности типа (6) должны иметь одинаковые знаки. Подбирая момент выпуска частиц в кольцевую камеру, можно добиться минимума этой разности.

В заключение автор благодарит Ю. Ф. Орлова, С. М. Рубчинского, А. А. Васильева, А. И. Дзергача, Н. Л. Сосенского, А. А. Кузьмина и Г. И. Бацких за полезные обсуждения и М. А. Гарзоян за помощь в проведении расчетов.

Поступило в Редакцию 24/III 1965 г.
В окончательной редакции 9/IV 1966 г.

Эффективный метод многогруппового расчета реактора

В. В. ХРОМОВ, А. М. КУЗЬМИН

УДК 621.039.51.13

Решение пространственно-энергетических задач реакторной техники часто слишком громоздко и занимает много машинного времени. Поэтому желательно иметь такой метод решения, который при небольших затратах машинного времени обеспечивал бы хорошую точность описания основных параметров реактора. В последнее время такие методы начинают интенсивно развиваться.

В работах [1, 2] предложены схемы, основанные на предположении, что спектр нейтронов в реакторе можно представить конечной суммой членов, в которых пространственная и энергетическая переменная разделяются. При этом постулируется энергетическая (или пространственная) зависимость этих членов и определяются уравнения для коэффициентов, зависящих от пространственной (энергетической) переменной. Недостаток такого подхода в том, что точность расчета существенно зависит от того, насколько хорошо угаданы постулируемые распределения. Изложенный ниже метод свободен от этого недостатка.

Для упрощения выкладки рассмотрим в диффузионном приближении одномерный, многозонный, квазикритический цилиндрический реактор с осевой симметрией. Обобщение метода на газокINETическое уравнение переноса нейтронов не встречает принципиальных трудностей. Многогрупповые уравнения запишем в векторно-матричной форме

$$-\nabla \hat{D} \nabla \Phi(r) + \hat{P} \Phi(r) = \frac{1}{K} \chi [\nu \Sigma_f, \Phi(r)] \quad (1)$$

при условии равенства нулю потока нейтронов $\Phi(r)$ на внешней границе реактора ($r = R$). В уравнении (1) матрица \hat{D} характеризует диффузию нейтронов, матрица \hat{P} — поглощение, упругое и неупругое рассеяние нейтронов; вектор χ — спектр нейтронов деления, а $\nu \Sigma_f$ — произведение числа нейтронов ν , возникающих при одном делении ядра, на сечение деления Σ_f ; порядок всех матриц и векторов равен числу энергетических групп N . В дальнейшем будем считать, что свойства среды постоянны в пределах зоны толщиной Δr_i ($i = 1, 2, \dots, n$).

Разобьем энергетический интервал на m диапазонов, каждый из которых включает несколько энергетических групп Δ_α , причем $\sum_{\alpha=1}^m \Delta_\alpha = N$. Предположим,

что в интервале Δr_i групповые потоки $\Phi_k(r)$ диапазона α подчиняются одной и той же пространственной зависимости, т. е. для всех $k \in \Delta_\alpha$:

$$\Phi_k(r) = I_k \varphi_\alpha(r). \quad (2)$$

Введем в рассмотрение для каждой зоны реактора функции:

$$f_\alpha^{(i)}(r) = \varphi_\alpha(r) \sum_{k \in \Delta_\alpha} I_k^{(i)}; \quad (3)$$

$$F_k^{(i)} = I_k^{(i)} \int_{\Delta r_i} \varphi_\alpha(r) r dr, \quad (4)$$

где $f_\alpha^{(i)}(r)$ характеризует суммарный по группам диапазона α поток нейтронов в зоне i , а $F_k^{(i)}$ — интегральный поток нейтронов k -й группы в той же зоне. Суммируя уравнения (1) по группам диапазона α и используя предположение (2), получим уравнения ($\alpha = 1, 2, \dots, m$)

$$-\langle D \rangle_\alpha^{(i)} \Delta f_\alpha^{(i)}(r) + \langle \Sigma \rangle_\alpha^{(i)} f_\alpha^{(i)}(r) - \sum_{\beta=1}^{\alpha-1} \langle \Sigma \rangle_{\beta \rightarrow \alpha}^{(i)} f_\beta^{(i)}(r) = \frac{1}{K} \langle \chi \rangle_\alpha^{(i)} \sum_{\beta=1}^m \langle \nu \Sigma_f \rangle_\beta^{(i)} f_\beta^{(i)}(r), \quad (5)$$

которые должны решаться при условиях непрерывности функций $f_\alpha(r)$, $\langle D \rangle_\alpha \nabla f_\alpha(r)$ и равенства нулю $f_\alpha(r)$ на границе реактора. В уравнениях (5) величины, заключенные в скобки, имеют смысл малогрупповых макроскопических сечений, усредненных по формулам:

$$\left. \begin{aligned} \langle D \rangle_\alpha^{(i)} &= \frac{1}{A_\alpha^{(i)}} \sum_{k \in \Delta_\alpha} D_k^{(i)} F_k^{(i)}, \\ \langle \nu \Sigma_f \rangle_\alpha^{(i)} &= \frac{1}{A_\alpha^{(i)}} \sum_{k \in \Delta_\alpha} (\nu \Sigma_f)_k^{(i)} F_k^{(i)}, \\ \langle \Sigma \rangle_\alpha^{(i)} &= \frac{1}{A_\alpha^{(i)}} \sum_{k \in \Delta_\alpha} \left(\Sigma_k^{(i)} F_k^{(i)} - \sum_{j \in \Delta_\alpha} \Sigma_{j \rightarrow k}^{(i)} F_j^{(i)} \right); \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} \langle \chi \rangle_{\alpha}^{(i)} &= \sum_{k \in \alpha} \chi_k^{(i)}, \\ \langle \Sigma \rangle_{\beta \rightarrow \alpha}^{(i)} &= \frac{1}{A_{\beta}^{(i)}} \sum_{j \in \beta} \sum_{k \in \alpha} \Sigma_{j \rightarrow k}^{(i)} F_j^{(i)}; \quad A_{\alpha}^{(i)} = \sum_{k \in \alpha} F_k^{(i)}. \end{aligned} \right\}$$

Уравнения для интегральных потоков $F_k^{(i)}$ получим интегрированием уравнения (1) по объему каждой зоны реактора ($i=1, 2, \dots, n$):

$$-\hat{D}^{(i)} \nabla \Phi(r) \Big|_{r=r_{i-1}}^{r=r_i} + \hat{P}^{(i)} F^{(i)} = \frac{1}{K} \chi^{(i)} (\nu \Sigma_f^{(i)}, F^{(i)}). \quad (7)$$

Используя непрерывность $\Phi(r)$, $\hat{D} \nabla \Phi(r)$ и предположение (2), запишем k -ю компоненту вектора $\hat{D}^{(i)} \nabla \Phi(r) |_{r=r_i}$, принадлежащую диапазону α , в двух различных формах:

$$D_k^{(i)} \nabla \Phi_k(r) |_{r=r_i} = \begin{cases} \kappa_{\alpha}^{(i)}(r_i) D_k^{(i)} F_k^{(i)}, & \text{если } \nabla f_{\alpha}(r) |_{r=r_i} < 0; \\ \kappa_{\alpha}^{(i+1)}(r_i) D_k^{(i+1)} F_k^{(i+1)}, & \text{если } \nabla f_{\alpha}(r) |_{r=r_i} > 0; \end{cases} \quad (8')$$

$$D_k^{(i)} \nabla \Phi_k(r) |_{r=r_i} = \left[\frac{1}{4} \gamma_{\alpha}^{(i+1)}(r_i) + \frac{1}{2} \kappa_{\alpha}^{(i+1)}(r_i) D_k^{(i+1)} \right] \times F_k^{(i+1)} - \left[\frac{1}{4} \gamma_{\alpha}^{(i)}(r_i) - \frac{1}{2} \kappa_{\alpha}^{(i)}(r_i) D_k^{(i)} \right] F_k^{(i)}, \quad (8'')$$

где параметры $\kappa_{\alpha}^{(i)}$; $\gamma_{\alpha}^{(i)}$; $\kappa_{\alpha}^{(i+1)}$; $\gamma_{\alpha}^{(i+1)}$ определяются формулами:

$$\kappa_{\alpha}^{(i)}(r_i) = \frac{\nabla f_{\alpha}^{(i)}(r_i)}{A_{\alpha}^{(i)}}; \quad \gamma_{\alpha}^{(i)}(r_i) = \frac{f_{\alpha}^{(i)}(r_i)}{A_{\alpha}^{(i)}}; \quad \kappa_{\alpha}^{(i+1)}(r_i) = \frac{\nabla f_{\alpha}^{(i+1)}(r_i)}{A_{\alpha}^{(i+1)}}; \quad \gamma_{\alpha}^{(i+1)}(r_i) = \frac{f_{\alpha}^{(i+1)}(r_i)}{A_{\alpha}^{(i+1)}}. \quad (9)$$

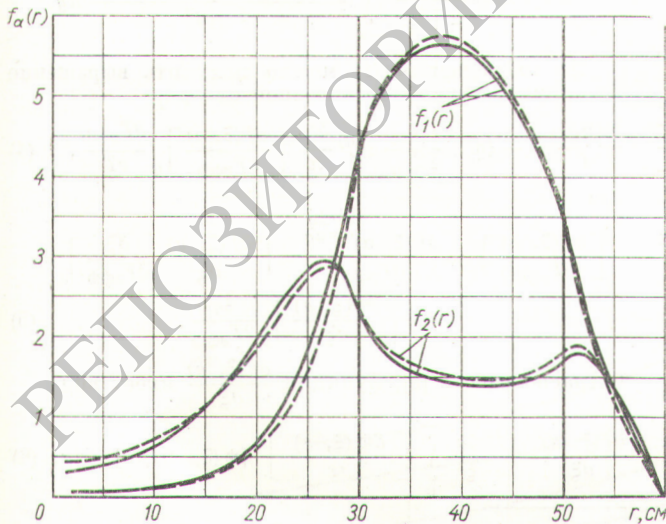


Рис. 1. Суммарные по группам диапазона α ($\alpha = 1, 2$) пространственные распределения нейтронов $f_{\alpha}(r)$:
 — — точное решение; - - - - эффективный метод.

Учет перетечки нейтронов на границах зон в форме (8') и (8'') приводит к двум типам уравнений для многогрупповых интегральных потоков $F_k^{(i)}$.

Уравнения (5) и (7) образуют замкнутую систему уравнений, решение которой находят методом итерации источника [3]. Если воспользоваться соотношением

$$(\nu \Sigma_f^{(i)}, F^{(i)}) = \int_{\Delta r_i}^m \sum_{\alpha=1}^m \langle \nu \Sigma_f \rangle_{\alpha}^{(i)} f_{\alpha}(r) r dr, \quad (10)$$

то в каждой итерации расчет интегральных потоков сведется к решению системы неоднородных алгебраических уравнений. Эти уравнения для k -й группы нейтронов можно представить в виде

$$a_k^{(i-1)} F_k^{(i-1)} - b_k^{(i)} F_k^{(i)} + c_k^{(i+1)} F_k^{(i+1)} = -q_k^{(i)} \quad (11)$$

и решать их методом факторизации, как обычные конечно-разностные уравнения с числом точек, равным числу зон реактора.

Для проверки метода была составлена программа и проведены расчеты реактора на быстрых нейтронах с кольцевой активной зоной, состав и размеры которого указаны в таблице. Сравнение результатов, полученных с помощью эффективного метода и прямого решения уравнений (1), показывает хорошее совпадение суммарных распределений нейтронов $f_{\alpha}(r)$ (рис. 1), критической концентрации Pu^{239} ($\rho_{крит}$) и коэффициента воспроизводства КВ (рис. 2). Представленные на рис. 1 и 2 данные получены с учетом перетечки нейтронов на границах зон в форме (8'). Расчеты пока-

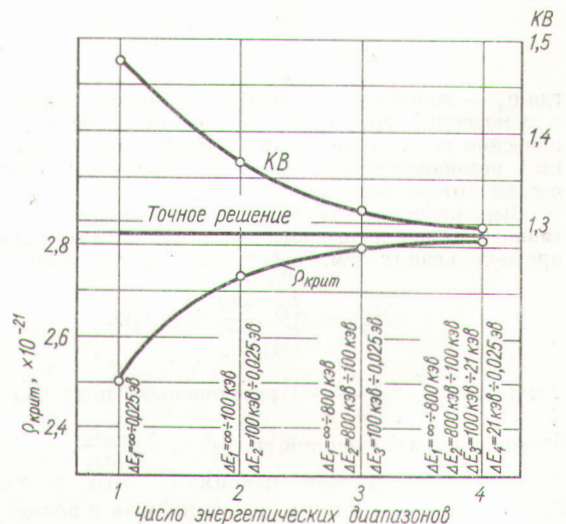


Рис. 2. Зависимость $\rho_{крит}$ плутония и КВ от числа выбранных энергетических диапазонов [ΔE_{α} — энергетические интервалы разбиения ($\alpha = 1, 2, 3, 4$)].

Ядерные концентрации ($\times 10^{24}$ ядер/см³)

Элемент	Номер зоны и размеры		
	1 (0-30 см)	2 (30-50 см)	3 (50-60 см)
U ²³⁸	0,01821	0,01800	0,01445
Pu ²³⁹	—	0,00273	—
Pu ²⁴⁰	—	0,00030	—
Продукты деления	—	0,00078	—
Натрий	0,00254	0,00635	0,00508
Сталь	0,01696	0,00509	0,02544
Углерод	0,09104	—	0,07225
Ниобий	—	0,00218	—

зывают, что подстановка в уравнение (7) выражения, описывающего перетечку нейтронов в форме (8'), приводит к уменьшению погрешности в $\rho_{крит}$ и КВ примерно в два раза.

В заключение отметим, что по сравнению с обычными многогрупповыми расчетами эффективный метод позволяет значительно сократить затраты машинного времени (примерно в три — пять раз).

Поступило в Редакцию 9/VI 1966 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. G. Calame, *F. Federighi, Nucl. Sci. and Engng, 10, 190 (1961).
2. G. Romagnin, Nukleonik, Mai, 192 (1965).
3. Г. И. Марчук, Методы расчета ядерных реакторов. М., Госатомиздат, 1961.

К расчету доплеровского температурного коэффициента реактивности гомогенных реакторов

Ф. М. МИТЕНКОВ, Б. А. АВЕРБАХ, Л. М. ГОРБУНОВ, О. Б. САМОЙЛОВ

УДК 621.039.512.26

При расчете доплеровского температурного коэффициента реактивности реакторов необходимо определить производную по температуре от вероятности нейтрону избежать резонансного захвата или от эффективного резонансного интеграла. В работе [1] приведены результаты таких вычислений для гетерогенной среды, в которой пластины из резонансного поглотителя разделены слоями замедлителя. Ниже рассматривается аналогичная задача для гомогенной среды.

Согласно работе [2], вероятность нейтрону избежать захвата на q -м резонансе имеет вид

$$\langle \varphi \rangle_q = e^{-\frac{\rho_n}{\xi \Sigma_{sn}} J_{эфф}^{(q)}} \quad (1)$$

где ρ_n — концентрация ядер резонансного поглотителя в гомогенной среде; Σ_{sn} — потенциальное макроскопическое сечение рассеяния среды; $J_{эфф}^{(q)}$ — эффективный резонансный интеграл; ξ — средняя логарифмическая потеря энергии.

Выражение для температурной зависимости эффективного резонансного интеграла при соответствующих предположениях (см. работы [2, 3]) запишем

$$J_{эфф}^{(q)} = J_R^{(q)} \frac{2a_q}{\pi} f(\xi, a_q) \quad (2)$$

Здесь $J_R^{(q)} = \frac{\pi}{2} \sigma_{0q} \frac{\Gamma_y^{(q)}}{E_q}$ — резонансный интеграл для бесконечно разбавленной среды; $a_q = \frac{\Sigma_{sn}}{\rho_n \sigma_{0q}}$; E_q — энергия, соответствующая максимуму q -го резонанса; $\Gamma_y^{(q)}$, $\Gamma^{(q)}$ — соответственно радиационная и полная ширина уровня; σ_0 — полное сечение в максимуме резонанса; $\xi_q = \frac{\Gamma^{(q)}}{\Delta_q}$; $\Delta_q = 2 \sqrt{\frac{kT_{эфф} E_q}{A}}$; k — постоянная

Большмана; $T_{эфф}^*$ — эффективная температура среды, °К; A — атомный вес резонансного поглотителя. Температурная функция фактора самоэкранирования резонанса

$$f(\xi_q, a_q) = \int_0^\infty \frac{\psi(\xi_q, x)}{\psi(\xi_q, x) + a_q} dx, \quad (3)$$

где

$$\psi(\xi, x) = \frac{\xi}{2\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^\infty \frac{\exp\left[-\frac{1}{4}\xi^2(x-y)^2\right]}{1+y^2} dy.$$

Из соотношения (1) можно получить выражение для температурной производной от $\langle \varphi \rangle_q$

$$\frac{\partial \langle \varphi \rangle_q}{\partial T} = -\langle \varphi \rangle_q \frac{\rho_n}{\xi \Sigma_{sn}} J_R^{(q)} \frac{2a_q}{\pi} \left[\frac{\partial f(\xi, a)}{\partial T_{эфф}} \right]_q \frac{\partial T_{эфф}}{\partial T}, \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial f(\xi, a)}{\partial T_{эфф}} \right]_q &= \frac{\partial f(\xi, a)}{\partial T_{эфф}} \frac{\xi = \xi_q}{\xi = \xi_q} = \left[\frac{\partial f(\xi, a)}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial T_{эфф}} \right]_q = \\ &= - \left[\frac{\partial f(\xi, a)}{\partial \xi} \right]_q \frac{\xi_q}{2T_{эфф}}. \end{aligned} \quad (5)$$

Согласно работе [5], функция $\frac{\partial f(\xi, a)}{\partial \xi}$ имеет вид

$$\frac{\partial f(\xi, a)}{\partial \xi} = -\frac{4a}{\xi^3} \int_0^\infty \left[\frac{\partial \psi(\xi, x)}{\partial x} \right]^2 [\psi(\xi, x) + a]^{-3} dx. \quad (6)$$

* При температуре среды $T > T_D$ (T_D — температура Дебая) $T_{эфф} = T$; при $T < T_D$ эффективная температура зависит от температуры среды и дебаевской температуры [4, 5].