Задача о максимуме мощности реактора

Б. П. КОЧУРОВ, А. П. РУДИК

УДК 621.039.50:621.039.517.5

Определяется оптимальное распределение делящегося вещества $u(z)$ $(0 \leqslant z \leqslant H)$ по высоте канала реактора, соответствующее максимальной мощности канала при выполнении теплотехнического ограничения

$$p(x, u, v) \equiv ux^1 + \zeta x^3 - \varphi(z) + v = 0,$$

где $v \geqslant 0$; x^1 — плотность нейтронов; $x^3 = \int\limits_0^z ux^1 dz$; $0 \leqslant u \leqslant u_0$. Параметр ζ зависит от геометрии и теплофизических свойств веществ, функция $\varphi(z)$ задает максимально допустимую температуру горючего или его оболочки [$\varphi(z)$ предполагается постоянной или монотонно убывающей].

В одногрупповой теории вектор $x = (x^1, x^2, x^3, x^4)$ является решением системы уравнений

$$\dot{x}^1 = x^2;\ \dot{x}^2 = -(ku-1)x^1;\ \dot{x}^3 = ux^1;\ \dot{x}^4 = 1, \text{ или } \dot{x} = Ax + B.$$

Функционал $W = \int\limits_0^H ux^1 dz$ принимает максимальное значение, когда функция $\mathscr{H} = \psi(Ax + B)$ достигает максимума по переменным u, v в каждой точке z, т. е. *

$$\frac{\partial \mathscr{H}}{\partial U} = \lambda \frac{\partial p}{\partial U} + \sum_i \nu_i \frac{\partial q_i}{\partial U},\ U = (u, v),$$

или

$$\lambda x^1 + \nu_1 - \nu_2 = x^1(1 + \psi_3 - k\psi_2),\ \lambda \geqslant 0,\ \nu_1 \geqslant 0,\ \nu_2 \geqslant 0, \quad (1)$$

причем $\lambda = 0$ при $v > 0$; $\nu_1 = 0$ и $\nu_2 = 0$ при $0 < u < u_0$. Функция ψ должна быть непрерывной и удовлетворять сопряженному уравнению $\dot{\psi} = -\frac{\partial \mathscr{H}}{\partial x} + \lambda \frac{\partial p}{\partial x}$.

Анализ условия (1) приводит к следующему результату. Если $\varphi(z)$ убывает достаточно быстро, то $W = \frac{\varphi(H)}{\zeta}$, причем на выходе теплоносителя из реактора должна существовать зона с $u = 0$ [в этом случае условия трансверсальности для ψ следует сформулировать специальным образом, так что $\psi_3(H) \leqslant 0$]. Если $\varphi(z)$ постоянна или убывает достаточно медленно [например, $\max |\dot{\varphi}(z)| \leqslant \varphi(z)\, \zeta\, (e^{\zeta H} - 1 - \zeta H)^{-1}$], оптимальным является реактор, у которого в зонах $0 \leqslant z \leqslant h_1$ и $h_2 \leqslant z \leqslant H$ достигается максимально допустимая концентрация урана $u = u_0$ (причем $h_1 > H - h_2$), а в центральной зоне — равенство в теплотехническом ограничении, т. е. $v = 0$. Если φ постоянна, то отношение максимальной мощности к мощности, соответствующей равномерному распределению урана, заключено в пределах $0 \leqslant \frac{W_{\text{макс}}}{W_{\text{равн}}} \leqslant \frac{\pi}{2}$ в зависимости от значений ζ и u_0.

(№ 120/3670. Статья поступила в Редакцию 31/III 1966 г., аннотация — 3/X 1966 г. Полный текст 0,4 а. л., 4 рис., библиография 7 названий.)

* См. Л. С. Понтрягин и др. Математическая теория оптимальных процессов. М., Физматгиз, 1961 (теорема 23).

Об одной поправке к решению кинетического уравнения методом сферических гармоник

В. А. ЖАРКОВ, В. П. ТЕРЕНТЬЕВ, Т. П. ЗОРИНА

УДК 621.039.50

Рассмотрено решение односкоростного кинетического уравнения в сферической геометрии модифицированным методом сферических гармоник, который позволяет уже в низших $P_N^{\text{модиф}}$-приближениях получить точность, существенно превышающую точность обычного P_N-приближения. Полученные результаты могут быть использованы для решения задач, связанных с поведением локальных поглотителей в нейтронных полях.

Сущность модификации заключается в том, что влияние высших гармоник, отбрасываемых при разложении искомого решения в ряд по полиномам Лежандра при данном P_N-приближении, учитывается введением особой поправки, основанной на использовании дополнительного фиктивного источника вида

$$U_N^{\text{фикт}}(r, \mu) = f_N(r)\, P_{N+1}(\mu),$$

где r — расстояние от центра симметрии; μ — косинус угла между направлением от центра симметрии и направлением движения нейтрона;

$$f_N(r) = \frac{N+1}{2} \cdot \frac{d}{dr} \varphi_N(r) - \frac{N(N+1)}{2} \cdot \frac{\varphi_N(r)}{r},$$

$\varphi_N(r)$ — N-й коэффициент разложения углового потока в ряд по полиномам Лежандра, определяемый при решении кинетического уравнения в обычном P_N-приближении; $P_{N+1}(\mu)$ — полином Лежандра порядка $N+1$.

Исследуется решение, представляющее собой суперпозицию обычного решения в P_N-приближении и решения, соответствующего фиктивному источнику. Последнее представлено соотношением

$$\Phi^{(U_N)}(r, \mu) = \int\limits_0^\infty \exp\left[-\int\limits_0^l \Sigma_t\left(\sqrt{r^2 + y^2 - 2ry\mu}\right) dy\right] f_N\left(\sqrt{r^2 + l^2 - 2rl\mu}\right) P_{N+1}\left(\frac{r\mu - l}{\sqrt{r^2 + l^2 - 2rl\mu}}\right) dl,$$

где Σ_t — полное макроскопическое сечение.