проверить применимость оптической модели для описания процессов упругого рассеяния при энергии меньше 1 *Мэв*.

Часть полученной информации о поперечных сечениях упругого и неупругого рассеяния и об угловых распределениях упруго рассеянных нейтронов включена в справочники по ядерно-физическим константам [25—27].

Поступила в Редакцию 17/III 1965 г.
В окончательной редакции 24/VI 1965 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Кришта б. «Укр. фіз. ж.», I, 313 (1956).
2. Г. С. Кришта б. В кн. «Труды сессии АН УССР по мирному использованию атомной энергии (март, 1956)». Киев, Изд-во АН УССР, 1958, стр. 44.
3. М. В. Пасечник. В кн. «Физические исследования. Доклады советской делегации на Международной конференции по мирному использованию атомной энергии (Женева, 1955)». Изд-во АН СССР, 1955.
4. М. В. Пасечник. В кн. «Материалы Международной конференции по мирному использованию атомной энергии (Женева, 1955)». Т. 2. М., Физматгиз, 1958, стр. 11.
5. В. А. Баталин и др. См. [2], стр. 102.
6. В. А. Баталин, Н. С. Копытин. «Укр. фіз. ж.», 3, 185 (1958).
7. М. В. Пасечник и др. В кн. «Труды Второй международной конференции по мирному использованию атомной энергии». Докл. советских ученых. Т. 1. М., Атомиздат, 1959, стр. 330.
8. М. В. Пасечник. Вопросы нейтронной физики средних энергий. Киев, Изд-во АН УССР, 1962.,
9. И. А. Корж и др. «Укр. фіз. ж.», 8, 1323 (1963).
10. И. А. Корж, Н. Т. Скляр. «Укр. фіз. ж.», 8, 1389(1963).
11. М. В. Пасечник и др. «Атомная энергия», **16**, 207 (1964).
12. И. А. Корж и др. «Атомная энергия», **16**, 260 (1964).
13. И. А. Корж, Н. Т. Скляр, И. А. Тоцкий. «Укр. фіз. ж.», **9**, 577 (1964).
14. И. А. Корж, Н. Т. Скляр, И. А. Тоцкий. «Укр. фіз. ж.», **9**, 929 (1964).
15. И. А. Корж, И. Е. Кашуба. «Укр. фіз. ж.», **10**, 586 (1965); И. А. Корж, И. Е. Кашуба, И. А. Тоцкий. «Изв. АН СССР. Сер. физ.», **29**, 862 (1965).
16. М. Г. Мещеряков. «Докл. АН СССР», **48**, 583 (1945).
17. D. Hughes. Phys. Rev., **91**, 1423 (1953).
18. D. Hughes, Y. Harvey. Neutron Cross Sections, Second Edition, BNL-325 (1958).
19. W. Walt, H. Barschall. Phys. Rev., **93**, 1062 (1954).
20. В. И. Стрижак. «Атомная энергия», **2**, 68 (1957); В. И. Стрижак, А. П. Яремик, В. В. Кравцов. «Укр. фіз. ж.», 3, 190 (1958).
21. F. Bjorklund, S. Fernbach. Phys. Rev., **109**, 1295 (1958).
22. W. Hauser, H. Feshbach. Phys. Rev., **87**, 366 (1952).
23. П. Э. Немировский. «Современные модели атомного ядра». М., Атомиздат, 1960.
24. Л. П. Абагян и др. Групповые константы для расчета ядерных реакторов. М., Атомиздат, 1964.
25. И. В. Гордеев, Д. А. Кардашев, А. В. Малышев. Справочник по ядерно-физическим константам для расчета реакторов. М., Атомиздат, 1960.
26. И. В. Гордеев, Д. А. Кардашев, А. В. Малышев. Ядерно-физические константы М., Госатомиздат, 1963.
27. Бюллетень Информационного центра по ядерным данным. Вып. 1. М., Атомиздат, 1964; вып. 2. М., Атомиздат, 1965.

Учет гетерогенного резонансного блок-эффекта при составлении многогрупповых констант для расчета тепловых реакторов

С. Б. ШИХОВ

УДК 621.039.51.134:539.125.523.4

Предложен метод вычисления многогрупповых сечений с учетом эффективного резонансного интеграла. Приведены конкретные формулы для случаев, когда резонанс может считаться узким. Даны поправки В. В. Орлова к формулам, если критерий узости резонанса не выполняется.

Одна из наиболее важных проблем расчета реакторов — корректный учет резонансного поглощения нейтронов при составлении многогрупповых констант для расчета гетерогенного реактора. Обычно гетерогенные эффекты учитываются лишь при составлении многогрупповых сечений, а сам реактор рассчитывается с этими сечениями как гомогенный. Поток нейтронов $\Phi(\mathbf{r}, u)$ в гетерогенном реакторе представляется при этом в виде

$$\Phi(\mathbf{r}, u) = \overline{\Phi}(\mathbf{r}, u)\,\Phi^{(0)}(\mathbf{r}, u).$$

Здесь $\overline{\Phi}(\mathbf{r}, u)$ — гладкая функция как в пространстве, так и по летаргии, вычисляемая с помощью усредненных сечений. Функция $\Phi^{(0)}(\mathbf{r}, u)$ описывает микроструктуру спектра потока нейтронов в пределах элементарной ячейки реактора в зависимости от летаргии и отображает те колебания потока нейтронов, которые вызываются резонансным поглощением в блоке. В пределах летаргии Δu_k k-й группы многогрупповой системы констант и в пределах объема V элементарной ячейки усредненный поток $\overline{\Phi}(\mathbf{r}, u)$ меняется несущественно, вследствие чего усреднение производится только по функции $\Phi^{(0)}(\mathbf{r}, u)$. Для сечения захвата $\sigma^{(k)}$ в k-й группе в соответствии с таким определением потока нейтронов имеем

$$\sigma_a^{(k)} = \frac{\int\limits_V dV \int\limits_{\Delta u_k} du\, \sigma_a(\mathbf{r}, u)\, \Phi^{(0)}(\mathbf{r}, u)}{\int\limits_V dV \int\limits_{\Delta u_k} du\, \Phi^{(0)}(\mathbf{r}, u)}. \qquad (1)$$

Вычисление этого выражения в общем случае требует расчета пространственного и энергетического распределения нейтронов в элементарной ячейке. Рассмотрим вычисление выражения (1) в случае узкого резонанса, пренебрегая интерференцией между резонансным и потенциальным рассеянием.

В соответствии с определением эффективного резонансного интеграла $J^{(k)}_{\text{эфф},\,a}$ в k-й группе имеем

$$\int\limits_V dV \int\limits_{\Delta u_k} du\, \sigma_a(\mathbf{r}, u)\, \Phi(\mathbf{r}, u) = V_б J^{(k)}_{\text{эфф},\,a} \Phi^{(0)},$$

где $\Phi^{(0)}$ — фермиевский спектр в решетке реактора при отсутствии в ней поглощения; $V_б$ — объем блока в элементарной ячейке.

Предположим, что блок находится в не поглощающем нейтроны замедлителе, так что $\sigma_a(\mathbf{r}, u) = 0$, ($\mathbf{r} \in V_з$, где $V_з$ — объем замедлителя в элементарной ячейке), а если $\mathbf{r} \in V_б$, то $\sigma_a(\mathbf{r}, u) = \sigma_{ar}(u)$ — сечение резонансного поглощения в блоке.

Кроме того,

$$\int\limits_V dV \int\limits_{\Delta u_k} du \Phi^{(0)}(\mathbf{r}, u) = \int\limits_{\Delta u_k} du\, [\Phi^{(0)} V_з + \overline{\Phi}(u) V_б] =$$

$$= \Phi^{(0)} V \int\limits_{\Delta u_k} du \left[1 - \left(1 - \frac{\overline{\Phi}(u)}{\Phi^{(0)}}\right) \frac{V_б}{V}\right].$$

Здесь $\overline{\Phi}(u) = \frac{1}{V_б} \int\limits_{V_б} dV \Phi^{(0)}(\mathbf{r}, u)$ — средний поток нейтронов в блоке при летаргии u.

Таким образом,

$$\sigma_a^{(k)} = \frac{\dfrac{J^{(k)}_{\text{эфф},\,a}}{\Delta u_k} \cdot \dfrac{V_б}{V}}{1 - f_k}, \qquad (2)$$

где

$$f_k = \frac{1}{\Delta u_k} \cdot \frac{V_б}{V} \int\limits_{\Delta u_k} du \left(1 - \frac{\overline{\Phi}(u)}{\Phi^{(0)}}\right) \qquad (3)$$

учитывает депрессию потока нейтронов в блоке.

Точность вычисления $\sigma_a^{(k)}$ зависит от того, с какой степенью точности будет вычислен эффективный резонансный интеграл $J^{(k)}_{\text{эфф},\,a}$ и функция f_k.

Вычислим функцию f_k для изолированного узкого резонанса с уровнем $E = E_0$ в предположении, что решетка является широкой. В этом случае для скорости поглощения нейтронов в блоке N_a с учетом замедления в нем имеем [1]

$$N_a = \int\limits_{V_б} dV \int du \Sigma_{ar}(u)\, \Phi^{(0)}(\mathbf{r}, u) =$$

$$= V_б \int du \Sigma_{ar}(u)\, \overline{\Phi}(u) = V_б \int du \Sigma_{ar}(u)\, \Phi^{(0)} \times$$

$$\times \left[\frac{\Sigma_{sp}}{\Sigma_t(u)} + \frac{\Sigma_r(u)}{\Sigma_t^2(u)} \cdot \frac{\langle 1 - e^{-L\Sigma_t} \rangle}{\langle L \rangle}\right]. \qquad (4)$$

Здесь Σ_{sp} — сечение потенциального рассеяния в блоке; L — длина хорды с фиксированным направлением в невогнутом блоке; треугольные скобки означают усреднение по всевозможным направлениям и по поверхности блока S, причем $\langle L \rangle = \frac{4V_б}{S}$, а для цилиндра $\langle L \rangle = d$; $\Sigma_r(u) = \Sigma_r(E) = \Sigma_{ar}(E) + \Sigma_{sr}(E)$ — сечение резонансного взаимодействия нейтронов с ядрами блока, являющееся суммой сечения резонансного поглощения

$$\Sigma_{ar}(E) = \frac{\varrho \sigma_a^{(0)}}{1 + \left(\dfrac{E - E_0}{\Gamma/2}\right)^2}$$

(ϱ — ядерная концентрация резонансного захватчика) и резонансного рассеяния

$$\Sigma_{sr}(E) = \frac{\varrho \sigma_s^{(0)}}{1 + \left(\dfrac{E - E_0}{\Gamma/2}\right)^2},$$

причем

$$\sigma_a^{(0)} = \sigma^{(0)} \frac{\Gamma_\gamma}{\Gamma}, \quad \sigma_s^{(0)} = \sigma^{(0)} \frac{\Gamma_n}{\Gamma}$$

($\Gamma = \Gamma_n + \Gamma_\gamma$ — полная ширина резонанса, равная сумме нейтронной ширины Γ_n и радиационной ширины Γ_γ), так что

$$\Sigma_r(E) = \frac{\varrho \sigma^{(0)}}{1 + \left(\dfrac{E - E_0}{\Gamma/2}\right)^2};$$

$$\Sigma_t(E) = \Sigma_r(E) + \Sigma_{sp}.$$

Из выражения (4) следует

$$\overline{\Phi}(u) = \Phi^{(0)}\left[\frac{\Sigma_{sp}}{\Sigma_t(u)} + \frac{\Sigma_r(u)}{\Sigma_t^2(u)} \cdot \frac{\langle 1 - e^{-L\Sigma_t}\rangle}{\langle L\rangle}\right]. \quad (5)$$

В соответствии с монографией [2] (стр. 633) первое слагаемое в выражении (5) можно назвать «нормальной частью» среднего потока нейтронов:

$$\Phi_{\text{норм}}(u) = \Phi^{(0)}\frac{\Sigma_{sp}}{\Sigma_t(u)},$$

которая обусловливается замедлением нейтронов в блоке при отсутствии утечки нейтронов из блока (когда он имеет достаточно большие размеры).

Второе слагаемое

$$\Phi_{\text{доп}}(u) = \Phi^{(0)}\frac{\Sigma_r(u)}{\Sigma_t^2(u)} \cdot \frac{\langle 1 - e^{-L\Sigma_t}\rangle}{\langle L\rangle}$$

описывает дополнительный вклад в поток нейтронов, обусловленный облучением блока нейтронами, рассеивающимися в замедлителе и блоке, с учетом вероятности нейтронам покинуть блок. Таким образом,

$$\overline{\Phi}(u) = \Phi_{\text{норм}}(u) + \Phi_{\text{доп}}(u).$$

Очевидно, имеет место тождество

$$1 - \frac{\overline{\Phi}(u)}{\Phi^{(0)}} = 1 - \frac{\Sigma_t - \Sigma_r}{\Sigma_{sp}} \cdot \frac{\overline{\Phi}(u)}{\Phi^{(0)}} =$$

$$= \frac{\Sigma_r \overline{\Phi}(u)}{\Sigma_{sp}\Phi^{(0)}} + \left(1 - \frac{\Sigma_t \overline{\Phi}(u)}{\Sigma_{sp}\Phi^{(0)}}\right).$$

Учитывая выражение (5), имеем

$$1 - \frac{\Sigma_t}{\Sigma_{sp}} \cdot \frac{\overline{\Phi}(u)}{\Phi^{(0)}} = -\frac{1}{\Sigma_{sp}} \cdot \frac{\Sigma_r}{\Sigma_t} \cdot \frac{\langle 1 - e^{-L\Sigma_t}\rangle}{\langle L\rangle},$$

и, следовательно,

$$1 - \frac{\overline{\Phi}(u)}{\Phi^{(0)}} = \frac{\Sigma_r \overline{\Phi}(u)}{\Sigma_{sp}\Phi^{(0)}} - \frac{1}{\Sigma_{sp}} \cdot \frac{\Sigma_r}{\Sigma_t} \cdot \frac{\langle 1 - e^{-L\Sigma_t}\rangle}{\langle L\rangle},$$

а

$$f_k = \frac{1}{\Sigma_{sp}} \cdot \frac{V_{\text{б}}}{V}\left[\frac{\frac{1}{\Delta u_k}\int\limits_{\Delta u_k} \Sigma_r(u)\,\overline{\Phi}(u)\,du}{\Phi^{(0)}} - \frac{1}{\Delta u_k}\int\limits_{\Delta u_k} du \frac{\Sigma_r(u)}{\Sigma_t(u)} \cdot \frac{\langle 1 - e^{-L\Sigma_t}\rangle}{\langle L\rangle}\right].$$

Обозначим

$$J^k_{\text{эфф},\, r} = \frac{1}{\Phi^{(0)}}\int\limits_{\Delta u_k} \sigma_r(u)\,\overline{\Phi}(u)\,du.$$

Очевидно

$$J^k_{\text{эфф},\, r} = J^k_{\text{эфф},\, a} + J^k_{\text{эфф},\, s},$$

где

$$J^k_{\text{эфф},\, s} = \frac{1}{\Phi^{(0)}}\int\limits_{\Delta u_k} \sigma_{sr}(u)\,\overline{\Phi}(u)\,du$$

и вычисляется таким же образом, как $J^k_{\text{эфф},\, a}$, с заменой сечения σ_{ar} на σ_{sr}. Вообще для одного изолированного уровня

$$J_{\text{эфф},\, a} = J_{\text{эфф},\, r}\frac{\Gamma_\gamma}{\Gamma}; \quad J_{\text{эфф},\, s} = J_{\text{эфф},\, r}\frac{\Gamma_n}{\Gamma}.$$

Тогда

$$f_k = \frac{\varrho J^k_{\text{эфф},\, r} V_{\text{б}}}{\Sigma_{sp}\Delta u_k V} Q_k, \quad (6)$$

где

$$Q_k = 1 - \frac{\int\limits_{\Delta u_k} \frac{\sigma_r(u)}{\Sigma_t(u)} \cdot \frac{\langle 1 - e^{-L\Sigma_t}\rangle}{\langle L\rangle}\,du}{J^{(k)}_{\text{эфф},\, r}}. \quad (7)$$

Числитель в последнем слагаемом является аналогом известного выражения Гуревича — Померанчука [3], и с высокой степенью точности для сильного резонанса $\left(\beta = \frac{\varrho\sigma^{(0)}}{\Sigma_{sp}} \gg 1\right)$ можно представить Q_k в виде

$$Q_k = 1 - \frac{J^{(\text{об}),\, k}_{\text{эфф},\, r}}{J^k_{\text{эфф},\, r}} \cdot \frac{F_1(\langle L\rangle\Sigma_{sp})}{\langle L\rangle\Sigma_{sp}}, \quad (8)^*$$

---

* Известно, что с хорошей степенью точности $\langle 1 - e^{-L\Sigma_t}\rangle \cong 1 - e^{-\langle L\rangle\Sigma_t}$. Отсюда в предположении $\Sigma_t(u) = \Sigma_{sp} + \Sigma_r(u)$ получим

$$I = \int\limits_{\Delta u_k} \frac{\sigma_r(u)}{\Sigma_t(u)} \cdot \frac{\langle 1 - e^{-L\Sigma_t}\rangle}{\langle L\rangle}\,du \cong \frac{\sigma^{(0)}\Gamma}{2E_0\langle L\rangle\Sigma_{sp}}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{dx}{1 + x^2} \times$$

$$\times \frac{1}{1 + \frac{\beta}{1 + x^2}}\left[1 - e^{-\langle L\rangle\Sigma_{sp}\left(1 + \frac{\beta}{1 + x^2}\right)}\right],$$

где $x = \frac{E - E_0}{\Gamma/2}$. Подставляя $x = \frac{\sqrt{1 + \beta}}{y}$, находим

$$I = J^{(\text{об})}_{\text{эфф},\, r}\frac{F_1(\langle L\rangle\Sigma_{sp},\, \beta)}{\langle L\rangle\Sigma_{sp}}; \quad J^{(\text{об})}_{\text{эфф},\, r} = \frac{\pi\sigma^{(0)}\Gamma}{2E_0\sqrt{1 + \beta}};$$

$$F_1(z,\, \beta) = \frac{2}{\pi}\int\limits_0^{\infty} dy\,\frac{1 - e^{-z\frac{1 + y^2}{1 + \frac{y^2}{1 + \beta}}}}{1 + y^2}.$$

где функция $F_1(z)$ определяется выражением

$$F_1(z)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int\limits_0^{\sqrt{z}} e^{-u^2}\,du=erf\sqrt{z}, \qquad (9)$$

а $J^{(\text{об}),(k)}_{\text{эфф},\,r}$ является объемной частью эффективного резонансного интеграла [1]. Для больших блоков $(\langle L\rangle\Sigma_{sp}\gg 1)$ $\overline{\Phi}(u)\cong\Phi_{\text{норм}}(u)$, $Q_k\cong 1$ и можно получить

$$\sigma_a^{(k)}=\frac{\dfrac{J^{(k)}_{\text{эфф},\,a}V_{\text{б}}}{\Delta u_k V}}{1-\dfrac{\varrho J^{(k)}_{\text{эфф},\,r}V_{\text{б}}}{\Sigma_{sp}\Delta u_k V}}, \qquad (10)$$

что совпадает с соответствующим выражением работы [4].

Другие сечения, необходимые для многогруппового расчета, возможно вычислять по методике работы [4], если учесть, что для блока произвольного размера справедливо выражение

$$\frac{1}{\Phi^{(0)}}\cdot\frac{1}{V\Delta u_k}\int\limits_V dV\int\limits_{\Delta u_k} du\,\Phi^{(0)}(\mathbf{r},\,u)=$$

$$=1-\frac{\varrho J^{(k)}_{\text{эфф},\,r}V_{\text{б}}}{\Sigma_{sp}\Delta u_k V}Q_k. \qquad (11)$$

Вычисление эффективных резонансных интегралов может проводиться, например, с помощью теоремы эквивалентности (см. работу [5], стр. 70).

Остановимся на формулах Орлова для объемной $J^{(\text{об})}_{\text{эфф}}$ и поверхностной $J^{(\text{пов})}_{\text{эфф}}$ частей эффективного резонансного интеграла. Эти формулы приведены в работах [1, 4] в зависимости от параметра $\beta=\frac{\sigma^{(0)}\varrho}{\Sigma_{sp}}$, диаметра $d=\langle L\rangle$ цилиндрического блока и температуры T, °K.

Эти выражения получены для узкого резонанса по сравнению с максимальной потерей энергии $\Delta E=E_0(1-\alpha)$, $\alpha=\left(\frac{A-1}{A+1}\right)^2$ при одном соударении в замедлителе или в блоке вблизи резонансной энергии E_0. Поэтому необходимо дать критерий узости резонанса. Будем называть эффективной шириной резонанса $\Delta E_{\text{эфф}}$ такой энергетический интервал, внутри которого нейтрон испытывает именно резонансное взаимодействие. В таком случае $\Delta E_{\text{эфф}}$ определяется условием

$$\sigma_r\left(E_0\pm\frac{\Delta E_{\text{эфф}}}{2}\right)=\widetilde{\sigma}_{sp}=\frac{\Sigma_{sp}}{\varrho} \qquad (12)$$

или

$$\frac{\sigma^{(0)}}{1+\left(\dfrac{\Delta E_{\text{эфф}}}{\Gamma}\right)^2}\cong\left(\frac{\Gamma}{\Delta E_{\text{эфф}}}\right)^2\sigma^{(0)}=\widetilde{\sigma}_{sp}, \qquad (13)$$

так как для сильных резонансов $\Delta E_{\text{эфф}}\gg\Gamma$.

Таким образом (см. обзор [5], стр. 58),

$$\Delta E_{\text{эфф}}=\Gamma\sqrt{\frac{\sigma^{(0)}}{\widetilde{\sigma}_{sp}}}=\Gamma\sqrt{\beta}. \qquad (14)$$

Резонанс называется узким, если выполняется условие

$$\frac{\Delta E}{\Delta E_{\text{эфф}}}\gg 1. \qquad (15)$$

Условие (15) для замедлителя обычно выполняется хорошо, однако при рассмотрении замедления в блоке резонансы не всегда можно считать узкими. Так, для сильных резонансов U^{238} в среднем

$$\Delta E_{\text{эфф}}\cong 1\ \textit{эв},\quad \widetilde{\sigma}_{sp}\cong 10\ \textit{барн},$$

$$\Delta E\cong\frac{4}{A}E_0\cong\frac{E_0}{60},$$

откуда

$$\Delta E\lessdot\Delta E_{\text{эфф}}\quad\text{при}\quad E_0\lessdot 100\ \textit{эв}.$$

Таким образом, наиболее интенсивные резонансы U^{238}, расположенные в области $E<$ <100 *эв*, оказываются не узкими при замедлении в блоках из металлического урана и даже из UO_2. Однако Орлов показал, что и в этом случае можно приближенно пользоваться формулами для узкого резонанса, если для параметров $\beta=\frac{\sigma^{(0)}}{\widetilde{\sigma}_{sp}}$ и $\alpha=\langle L\rangle\sum_{sp}$ брать несколько меньшее значение σ_{sp} для рассеивателей с $A\gg 1$. Если принять $\lambda=\frac{\Delta E}{\Delta E_{\text{эфф}}}$, то приближенное значение эффективного сечения рассеяния равно

$$\sigma^*_{sp}=\sigma_{sp}\left(1-\frac{1}{\lambda}\operatorname{arctg}\lambda\right). \qquad (16)$$

Расчеты суммарного резонансного интеграла U^{238} в смеси с легким замедлителем $(A>1)$, проведенные Орловым, приводят к следующей

Основной вклад в интеграл обусловлен значениями y в интервале (0,1). Поэтому для сильных резонансов $(\beta\gg 1)$

$$F_1(z,\,\beta)\cong F_1(z)=\frac{2}{\pi}\int\limits_0^\infty dy\frac{1-e^{-z(1+y^2)}}{1+y^2}=erf\sqrt{z}.$$

Отсюда и вытекает формула (8).

где функция $F_1(z)$ определяется выражением

$$F_1(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int\limits_0^{\sqrt{z}} e^{-u^2}\,du = erf\sqrt{z}, \qquad (9)$$

а $J_{\text{эфф},\, r}^{(\text{об}),\,(k)}$ является объемной частью эффективного резонансного интеграла [1]. Для больших блоков ($\langle L\rangle \Sigma_{sp} \gg 1$) $\overline{\Phi}(u) \cong \Phi_{\text{норм}}(u)$, $Q_k \cong 1$ и можно получить

$$\sigma_a^{(k)} = \frac{\dfrac{J_{\text{эфф},\,a}^{(k)} V_{\text{б}}}{\Delta u_k V}}{1 - \dfrac{\varrho J_{\text{эфф},\,r}^{(k)} V_{\text{б}}}{\Sigma_{sp}\Delta u_k V}}, \qquad (10)$$

что совпадает с соответствующим выражением работы [4].

Другие сечения, необходимые для многогруппового расчета, возможно вычислять по методике работы [4], если учесть, что для блока произвольного размера справедливо выражение

$$\frac{1}{\Phi^{(0)}} \cdot \frac{1}{V\Delta u_k} \int\limits_V dV \int\limits_{\Delta u_k} du\, \Phi^{(0)}(\mathbf{r},\, u) =$$

$$= 1 - \frac{\varrho J_{\text{эфф},\,r}^{(k)} V_{\text{б}}}{\Sigma_{sp}\Delta u_k V} Q_k. \qquad (11)$$

Вычисление эффективных резонансных интегралов может проводиться, например, с помощью теоремы эквивалентности (см. работу [5], стр. 70).

Остановимся на формулах Орлова для объемной $J_{\text{эфф}}^{(\text{об})}$ и поверхностной $J_{\text{эфф}}^{(\text{пов})}$ частей эффективного резонансного интеграла. Эти формулы приведены в работах [1, 4] в зависимости от параметра $\beta = \frac{\sigma^{(0)}\varrho}{\Sigma_{sp}}$, диаметра $d = \langle L\rangle$ цилиндрического блока и температуры T, °К.

Эти выражения получены для узкого резонанса по сравнению с максимальной потерей энергии $\Delta E = E_0(1-\alpha)$, $\alpha = \left(\frac{A-1}{A+1}\right)^2$ при одном соударении в замедлителе или в блоке вблизи резонансной энергии E_0. Поэтому необходимо дать критерий узости резонанса. Будем называть эффективной шириной резонанса $\Delta E_{\text{эфф}}$ такой энергетический интервал, внутри которого нейтрон испытывает именно резонансное взаимодействие. В таком случае $\Delta E_{\text{эфф}}$ определяется условием

$$\sigma_r\left(E_0 \pm \frac{\Delta E_{\text{эфф}}}{2}\right) = \widetilde{\sigma}_{sp} = \frac{\Sigma_{sp}}{\varrho} \qquad (12)$$

или

$$\frac{\sigma^{(0)}}{1 + \left(\dfrac{\Delta E_{\text{эфф}}}{\Gamma}\right)^2} \cong \left(\frac{\Gamma}{\Delta E_{\text{эфф}}}\right)^2 \sigma^{(0)} = \widetilde{\sigma}_{sp}, \qquad (13)$$

так как для сильных резонансов $\Delta E_{\text{эфф}} \gg \Gamma$.

Таким образом (см. обзор [5], стр. 58),

$$\Delta E_{\text{эфф}} = \Gamma\sqrt{\frac{\sigma^{(0)}}{\widetilde{\sigma}_{sp}}} = \Gamma\sqrt{\beta}. \qquad (14)$$

Резонанс называется узким, если выполняется условие

$$\frac{\Delta E}{\Delta E_{\text{эфф}}} \gg 1. \qquad (15)$$

Условие (15) для замедлителя обычно выполняется хорошо, однако при рассмотрении замедления в блоке резонансы не всегда можно считать узкими. Так, для сильных резонансов U^{238} в среднем

$$\Delta E_{\text{эфф}} \cong 1\ \text{эв}, \quad \widetilde{\sigma}_{sp} \cong 10\ \text{барн},$$

$$\Delta E \cong \frac{4}{A} E_0 \cong \frac{E_0}{60},$$

откуда

$$\Delta E \lessapprox \Delta E_{\text{эфф}} \quad \text{при} \quad E_0 \lessapprox 100\ \text{эв}.$$

Таким образом, наиболее интенсивные резонансы U^{238}, расположенные в области $E < 100$ *эв*, оказываются не узкими при замедлении в блоках из металлического урана и даже из UO_2. Однако Орлов показал, что и в этом случае можно приближенно пользоваться формулами для узкого резонанса, если для параметров $\beta = \frac{\sigma^{(0)}}{\widetilde{\sigma}_{sp}}$ и $\alpha = \langle L\rangle \sum_{sp}$ брать несколько меньшее значение σ_{sp} для рассеивателей с $A \gg 1$. Если принять $\lambda = \frac{\Delta E}{\Delta E_{\text{эфф}}}$, то приближенное значение эффективного сечения рассеяния равно

$$\sigma_{sp}^{*} = \sigma_{sp}\left(1 - \frac{1}{\lambda}\,\text{arctg}\,\lambda\right). \qquad (16)$$

Расчеты суммарного резонансного интеграла U^{238} в смеси с легким замедлителем ($A > 1$), проведенные Орловым, приводят к следующей

Основной вклад в интеграл обусловлен значениями y в интервале (0,1). Поэтому для сильных резонансов ($\beta \gg 1$)

$$F_1(z,\, \beta) \cong F_1(z) = \frac{2}{\pi} \int\limits_0^{\infty} dy \frac{1 - e^{-z(1+y^2)}}{1+y^2} = erf\sqrt{z}.$$

Отсюда и вытекает формула (8).

приближенной оценке эффективного сечения рассеяния:

$$\sigma_{sp}^{*}(A)=\frac{\sigma_{sp}}{1+\frac{A}{30}}. \qquad (17)$$

Если в групповом интервале Δu_k расположено более одного резонанса, то при вычислении $J_{эфф}^{(k)}$ в формулах типа (2) и (6) нужно проводить суммирование по всем уровням в пределах Δu_k. В работе [4] показано, что такое суммирование позволяет свести систему резонансных уровней к некоторому эффективному резонансу с высотой $\sigma_1^{(0),k}$ и $\sigma_2^{(0),k}$ для объемной и поверхностной частей эффективного резонансного интеграла соответственно, которые обнаруживают зависимость от температуры. Такое вычисление $J_{эфф}^{(k)}$ полезно проводить для каждого резонансно-захватывающего элемента в каждом групповом интервале при различных температурах, как это сделано в работе [4], после чего многогрупповые сечения гетерогенного реактора рассчитываются весьма просто. За основу целесообразно принять разбиение на группы, предложенное в работе [6], которое дает возможность пользоваться сечениями из 26-групповой системы констант в надрезонансной области, где гетерогенные резонансные эффекты несущественны.

Следует заметить, что предложенная схема расчета не учитывает депрессии потока нейтронов, которая может возникать в низкорасположенных резонансах группы за счет поглощения нейтронов на более высоких резонансах. Однако обусловленная этим погрешность отсутствует, если в группе только один резонанс, и невелика, если резонансов немного.

Поступила в Редакцию 27/IV 1965 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Орлов, Т. В. Голашвили, А. И. Баскин. В сб. «Нейтронная физика», М., Госатомиздат, 1961, стр. 116.
2. А. Вейнберг, Е. Вигнер. Физическая теория ядерных реакторов. М., Изд-во иностр. лит., 1961.
3. И. И. Гуревич, И. Я. Померанчук. Реакторостроение и теория реакторов. Доклады советской делегации на Международной конференции по мирному использованию атомной энергии. М., Изд-во АН СССР, 1955, стр. 22.
4. С. Б. Шихов, Л. П. Абагян. В сб. «Теория и методы расчета ядерных реакторов». М., Госатомиздат, 1962, стр. 200.
5. Л. Дреснер. Резонансное поглощение в ядерных реакторах. М., Госатомиздат, 1962.
6. Л. П. Абагян и др. Групповые константы для расчета ядерных реакторов. М., Атомиздат, 1964.

Статистическое обоснование применения динамической модели к стационарным ядерным реакторам

БЕНЬЯМИН КОЗИК

УКД 621.039.51

На основе статистической теории процесса размножения нейтронов получено точное выражение для спектральной плотности мощности шумов в стационарных реакторах, которое имеет форму произведения квадрата модуля передаточной функции реактора на некоторый множитель, слабо зависящий от частоты.

Исходные уравнения

Для получения исходных уравнений рассматривается процесс размножения с участием частиц $l+1$ сортов. Через некоторое время τ каждая частица сорта $i=0,\ 1,\ \ldots\ l$ с вероятностью $\varphi_i\ (k_{0i},\ k_{1i},\ \ldots\ k_{li})$ превращается в $\mathbf{k}_i=(k_{0i},\ \ldots\ k_{li})$ частиц всех сортов. Если имеются еще посторонние источники частиц всех сортов с интенсивностью $s_i\ (t)$ частиц сорта $i=0,\ 1,\ \ldots\ l$ за единицу времени, а $P_1\ (\mathbf{n},\ t)$ — вероятность того, что в момент времени t в системе находится $\mathbf{n}=(n_0,\ n_1,\ \ldots\ n_l)$ частиц, то производящая функция

$$H_1(\mathbf{x},\ t)=\sum_{\mathbf{n}} P_1(\mathbf{n},\ t)\, x_0^{n_0} x_1^{n_1}\ \ldots\ x_l^{n_l} \qquad (1)$$

определяется уравнением [1]

$$\frac{\partial H_1(\mathbf{x},\ t)}{\partial t}=\mathbf{g}(\mathbf{x})\frac{\partial H_1}{\partial \mathbf{x}}+H_1\mathrm{S}(t)(\mathbf{x}-1). \qquad (2)$$

Здесь

$$\mathbf{g}(\mathbf{x})\frac{\partial H_1}{\partial \mathbf{x}}=\sum_{i=0}^{l} g_i(\mathbf{x})\frac{\partial H_1}{\partial x_i}\ ;\quad g_i(\mathbf{x})=\frac{G_i(\mathbf{x})-x_i}{\tau}, \qquad (3)$$