

числить или измерить сечения рассеяния медленных электронов на уране и F_2 . Необходимо также учитывать термодинамическую неидеальность плазмы.

Автор признателен М. И. Чибисову и Б. М. Смирнову за обсуждение данных по сечениям элементарных процессов.

Поступила в Редакцию 20/VIII 1966 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. С п и т ц е р. Физика полностью ионизованной плазмы. М., «Мир», 1965.
2. А. И. Б а з ь, В. И. С а п о ж н и к о в. Аннотация доклада на конференции в Новосибирске. Новосибирск, Изд-во СО АН СССР, 1966 г.

3. Г. М е с с и, Г. Б а р х о п. Электронные и ионные столкновения. М., Изд-во иностр. лит., 1957.
4. Л. Д. Л а н д а у, Е. М. Л и ф ш и ц. Механика. М., Физматгиз, 1961.
5. Атомные и молекулярные процессы. Под ред. Д. Бейтса. М., «Мир», 1964.
6. W. E r m a. Phys. Rev., **132**, 1100 (1963).
7. Л. П. К у д р и н, М. Я. М а з е е в. Атомная энергия, **22**, 83 (1967).
8. I. C o o p e r, I. M a r t i n. Phys. Rev., **126**, 1482 (1962).
9. М. И. Ч и б и с о в. ЖЭТФ, **49**, 852 (1965).
10. H. M a s s e y, R. S m i t h. Proc. Roy Soc., **A155**, 472 (1936).
11. В. А. А б р а м о в. «Теплофизика высоких температур», **3**, 23 (1965).
12. I. W a d a, R. K u c h t l i. Phys. Rev. Letters, **10**, 513 (1963).

Стационарный перенос моноэнергетических нейтронов в неоднородных средах

А. В. СТЕПАНОВ

УДК 539.125.25

Рассмотрено прохождение моноэнергетических нейтронов от стационарного источника в неоднородной среде, которое можно описать с помощью уравнения Больцмана с флуктуирующими коэффициентами. Выведено уравнение для потока нейтронов, усредненного по флуктуациям в среде. Получено решение этого уравнения в предельных случаях, когда характерный размер неоднородности $l \gg \lambda_{s0}$ (длины свободного пробега по отношению к рассеянию в однородной среде) и $l \ll \lambda_{s0}$. В обоих случаях $l \ll L_0$ (длины диффузии нейтронов в однородной среде). В качестве примера неоднородной среды рассмотрена периодическая решетка реактора.

нейтронов убывает вдоль и поперек слоев с разными скоростями. Функция $\langle G \rangle$ учитывает этот эффект анизотропии, тогда как функция G_0 , очевидно, изотропна. Как было показано ранее [1], функция $\langle G(\xi | \xi_0) \rangle$ удовлетворяет следующему приближенному уравнению*:

$$\hat{B} \langle G(\xi | \xi_0) \rangle = -\delta(\xi - \xi_0) - \int d\xi' M_1(\xi | \xi') \langle G(\xi' | \xi_0) \rangle, \quad (2)$$

где

$$M_1(\xi | \xi') = \langle \hat{\mu}(\xi) G_0(\xi | \xi') \hat{\mu}(\xi') \rangle, \quad (3)$$

а $\hat{\mu}(\xi)$ — возмущение, обусловленное наличием флуктуаций, причем

$$\langle \hat{\mu}(\xi) \rangle = 0. \quad (4)$$

Перенос нейтронов в средах со случайными неоднородностями, например, когда сечение поглощения нейтронов изменяется от точки к точке нерегулярно, удобно описывать с помощью усредненной функции Грина кинетического уравнения $\langle G(\xi | \xi_0) \rangle$; где ξ — совокупность независимых переменных задачи; ξ_0 — переменные, характеризующие источник нейтронов. Скобки $\langle \rangle$ означают вычисление среднего по статистическому ансамблю неоднородных сред (математическое ожидание). Функция $\langle G(\xi | \xi_0) \rangle$ не совпадает с функцией Грина $G_0(\xi | \xi_0)$ кинетического уравнения с усредненными коэффициентами

$$\hat{B}\psi(\xi) = 0, \quad (4)$$

описывающего перенос нейтронов в соответствующей однородной среде. Например, если среда обладает слоистой структурой, то плотность

Функция $\langle G(\xi | \xi') \rangle$ была найдена в простейшем случае стационарной диффузии тепловых нейтронов в среде с флуктуирующим макроскопическим сечением поглощения $\Sigma_a(\mathbf{r})$, где \mathbf{r} — пространственная координата [2]. В следующем разделе настоящей работы эта же задача решена с учетом флуктуаций коэффициента диффузии $D(\mathbf{r})$. Рассмотрена диффузия тепловых нейтронов в плоской решетке. Решение задачи сравнивается с результатами, полученными другим методом [3].

* При выводе этого уравнения точно учитываются первые два момента флуктуирующих параметров кинетического уравнения: средние значения и парные корреляционные функции.

Отметим то важное обстоятельство, что в рамках нашего подхода среда с периодической структурой — частный случай среды со случайными неоднородностями. При этом представители статистического ансамбля неоднородных сред отличаются друг от друга смещением в пространстве (фазовым сдвигом).

Во втором разделе найдена длина релаксации функции $\langle G(\xi | \xi_0) \rangle$ для односкоростного стационарного кинетического уравнения с изотропным рассеянием на больших расстояниях от источника нейтронов.

1. Стационарная диффузия тепловых нейтронов

В диффузионном приближении поток тепловых нейтронов $G(\mathbf{r} | \mathbf{r}_0)$ от точечного источника в неоднородной среде удовлетворяет уравнению

$$\operatorname{div} \left[\frac{D(\mathbf{r})}{D_0} \operatorname{grad} G(\mathbf{r} | \mathbf{r}_0) \right] - \frac{\Sigma_a(\mathbf{r})}{D_0} G(\mathbf{r} | \mathbf{r}_0) = -\frac{S}{D_0} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0), \quad (5)$$

где S — мощность источника (в дальнейшем для простоты будем считать $S/D_0 = 1$);

$$\Sigma_a(\mathbf{r}) = \Sigma_{a0} + \sigma_a(\mathbf{r}); \quad \langle \Sigma_a(\mathbf{r}) \rangle = \Sigma_{a0}; \quad \langle \sigma_a(\mathbf{r}) \rangle = 0; \quad (6)$$

$$D(\mathbf{r}) = D_0 + d(\mathbf{r}); \quad \langle D(\mathbf{r}) \rangle = D_0; \quad \langle d(\mathbf{r}) \rangle = 0. \quad (7)$$

Из (7) следует, что определенный таким образом средний коэффициент диффузии

$$D_0 = \left\langle \frac{1}{3\Sigma(\mathbf{r})} \right\rangle = \left\langle \frac{1}{3[\Sigma_0 + \sigma(\mathbf{r})]} \right\rangle \approx \approx \frac{1}{3\Sigma_0} \left(1 + \frac{\langle \sigma^2(\mathbf{r}) \rangle}{\Sigma_0^2} \right) = D_r \left(1 + \frac{\langle \sigma^2 \rangle}{\Sigma_0^2} \right) \quad (8)$$

отличается от D_r — коэффициента диффузии для гомогенной среды ($\Sigma = \Sigma_s + \Sigma_a$).

Нетрудно проверить, подставляя (6) и (7) в уравнение (5), что в данном случае

$$\hat{B} = \nabla^2 - \kappa_0^2, \quad (9)$$

$$\hat{\mu}(\mathbf{r}) = -\eta(\mathbf{r}) \nabla^2 - [\nabla \eta(\mathbf{r})] \nabla + v(\mathbf{r}), \quad (10)$$

где

$$\kappa_0^2 = \frac{\Sigma_{a0}}{D_0}; \quad \eta(\mathbf{r}) = \frac{d(\mathbf{r})}{D_0}; \quad v(\mathbf{r}) = \frac{\sigma_a(\mathbf{r})}{D_0}.$$

Предположим, что диффузионная среда пространственно однородна, т. е. однородна в среднем. Тогда оператор $M_1(\mathbf{r} | \mathbf{r}')$ [см. (3)] зависит лишь от разности координат $\mathbf{r} - \mathbf{r}'$ и уравне-

ние (2) путем преобразования Фурье относительно $\mathbf{r} - \mathbf{r}_0$ можно свести к алгебраическому:

$$(p^2 + \kappa_0^2) \langle g(\mathbf{p}) \rangle = 1 + m_1(\mathbf{p}) \langle g(\mathbf{p}) \rangle, \quad (11)$$

где

$$f(\mathbf{p}) = \int d\mathbf{r} e^{i\mathbf{p}\mathbf{r}} F(\mathbf{r}). \quad (12)$$

Таким образом,

$$\langle g(\mathbf{p}) \rangle = \frac{1}{p^2 + \kappa_0^2 - m_1(\mathbf{p})} \quad (13)$$

и соответственно

$$\langle G(\mathbf{r} | \mathbf{r}_0) \rangle = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{d\mathbf{p} e^{-i\mathbf{p}(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)}}{p^2 + \kappa_0^2 - m_1(\mathbf{p})}. \quad (14)$$

Вся информация о флуктуациях среды содержится в «массовом операторе» $m_1(\mathbf{p})$, который определяет характер особенностей подынтегрального выражения в (14). Экспоненциальному убыванию $\langle G(\mathbf{r} | \mathbf{r}_0) \rangle$ вдали от источника соответствует полюс $\langle g(\mathbf{p}) \rangle$. В нулевом приближении $m_1(\mathbf{p}) = 0$ и

$$g_0(\mathbf{p}) = \frac{1}{p^2 + \kappa_0^2}, \quad (15)$$

а поток нейтронов убывает по закону

$$G_0(\mathbf{r} | \mathbf{r}_0) = \frac{1}{4\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|} e^{-\kappa_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|}. \quad (16)$$

Подставим выражения для $G_0(\mathbf{r} | \mathbf{r}')$ (16) и для $\hat{\mu}(\mathbf{r})$ (10) в формулу для оператора $M_1(\mathbf{r} | \mathbf{r}')$ (3) и выполним преобразование Фурье относительно $\mathbf{r} - \mathbf{r}'$. В результате несложных, но громоздких преобразований получим

$$m_1(\mathbf{p}) = p^2 \left\{ \varepsilon_{\eta\eta} + (-\kappa_0^2 \varepsilon_{\eta\eta} + 2\varepsilon_{\eta v}) \frac{1}{(2\pi)^3} \times \right. \\ \times \int \frac{d\xi b(\xi)}{(\mathbf{p}-\xi)^2 + \kappa_0^2} + \frac{\varepsilon_{\eta\eta}}{p^2} \cdot \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{d\xi b(\xi)}{(\mathbf{p}-\xi)^2 + \kappa_0^2} \times \\ \times [(\mathbf{p}\xi)^2 - p^2 \xi^2] - \frac{2\varepsilon_{\eta v}}{p^2} \cdot \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{d\xi b(\xi)}{(\mathbf{p}-\xi)^2 + \kappa_0^2} (\mathbf{p}\xi) \left. \right\} + \\ + \frac{\varepsilon_{vv}}{(2\pi)^3} \int \frac{d\xi b(\xi)}{(\mathbf{p}-\xi)^2 + \kappa_0^2}. \quad (17)$$

Здесь

$$b(\mathbf{p}) = \int d\mathbf{r} e^{i\mathbf{p}\mathbf{r}} B(\mathbf{r}), \quad (18)$$

а

$$K_{\eta\eta}(\mathbf{r}) \equiv \varepsilon_{\eta\eta} B(\mathbf{r}) \equiv \langle \eta(\mathbf{r}') \eta(\mathbf{r} + \mathbf{r}') \rangle = \langle \eta(\mathbf{r}) \eta(0) \rangle = \langle \eta(0) \eta(\mathbf{r}) \rangle \quad (19)$$

корреляционная функция флуктуаций $\eta(\mathbf{r})$. Остальные корреляционные функции $K(\mathbf{r})$ опре-

деляются аналогично; $\varepsilon_{\eta\eta}$ — дисперсия случай-
ной функции η :

$$\varepsilon_{\eta\eta} \equiv K_{\eta\eta}(0) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\xi k_{\eta\eta}(\xi). \quad (20)$$

Таким образом, задача практически сводится
к отысканию соответствующих корреляционных
функций.

Как уже отмечалось в начале работы, перио-
дическая решетка — частный вид диффузион-
ной среды со случайными неоднородностями.
Корреляционные функции $K(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ можно
вычислить, используя разложение периодиче-
ских функций $\Sigma(\mathbf{r})$ в ряды Фурье. Чтобы
избежать громоздких выкладок, ограничимся
рассмотрением простого случая плоской решет-
ки с периодом $2a$:

$$f(z) = \begin{cases} f_0, & a < z < 2a; \\ 0, & 0 < z < a. \end{cases} \quad (21)$$

В этом случае

$$K_{vv}(z - z') = \frac{8\varepsilon_{vv}}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \frac{\pi}{a} (2n-1) (z - z')}{(2n-1)^2}, \quad (22)$$

где $\varepsilon_{vv} = \frac{v_0^2}{4}$ — дисперсия функции $v(z)$ и соот-
ветственно

$$b(\xi) = (2\pi)^3 \frac{4}{\pi^2} \delta(\xi_x) \delta(\xi_y) \times \\ \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\delta\left[\xi_z + \frac{\pi}{a} (2n-1)\right] + \delta\left[\xi_z - \frac{\pi}{a} (2n-1)\right]}{(2n-1)^2}. \quad (23)$$

Подставляя (23) в (17), после интегрирования
для больших расстояний от источника ($p \propto \kappa_0$)
и при $\frac{\pi}{a\kappa_0} \gg 1$ (малый масштаб флуктуаций)
получим

$$m_1(\mathbf{p}) \approx p^2 \left[\varepsilon_{\eta\eta} \left(\frac{p_z^2}{p^2} - \frac{\kappa_0^2 a^2}{12} \right) + \right. \\ \left. + \frac{\varepsilon_{\eta\nu} a^2}{6} \left(1 - \frac{2p_z^2}{p^2} \right) \right] + \frac{\varepsilon_{vv}}{12} a^2. \quad (24)$$

Выражение (24) равно первой поправке к по-
стоянной релаксации потока нейтронов в гомо-
генной среде. Эту поправку можно получить,
также применив результаты работы [3] к решет-
ке типа (21). В несколько более сложном случае
решетки вида

$$f(z) = \begin{cases} f_0, & 2a - \alpha < z < 2a; \\ 0, & 0 < z < 2a - \alpha \end{cases} \quad (21')$$

в формуле (24) следует a^2 заменить на $\alpha(2a - \alpha)$.

Этот результат также согласуется с выводами
работы [3].

При $a\kappa_0 \rightarrow 0$ выражение (24) значительно
упрощается*:

$$m_1(\mathbf{p}) = \varepsilon_{\eta\eta} p_z^2. \quad (25)$$

Таким образом, из уравнения [см. (13) и (14)]

$$p^2 + \kappa_0^2 - m_1(\mathbf{p}) = 0, \quad (26)$$

определяющего постоянные затухания потока
нейтронов, и выражения (25) следует, что
в предельном случае $a\kappa_0 \rightarrow 0$ при диффузии
вдоль слоев ($\mathbf{p} = \{p_x, 0, 0\}$)

$$p_x^2 = -\kappa_0^2 = -\frac{\Sigma_{a0}}{D_T(1 + \varepsilon_{\eta\eta})} = -\frac{\kappa_T^2}{1 + \varepsilon_{\eta\eta}}, \quad (27)$$

а при диффузии поперек слоев ($\mathbf{p} = \{0, 0, p_z\}$)

$$p_z^2 = -\frac{\kappa_0^2}{1 - \varepsilon_{\eta\eta}} = -\frac{\Sigma_{a0}}{D_0(1 - \varepsilon_{\eta\eta})} = -\kappa_T^2. \quad (28)$$

Здесь

$$\kappa_T^2 = \frac{\Sigma_{a0}}{D_T}; \quad D_T = \frac{1}{3\Sigma_0} \text{ [см. (8)].}$$

Следовательно, в предельном случае тонких
слоев диффузия поперек слоев происходит так
же, как и в гомогенной среде, а для постоянной
затухания нейтронного потока вдоль слоев не
удается получить правильного предельного
значения. Эти выводы совпадают с результата-
ми, полученными в работе [3]. Для изотропной
(в среднем) диффузионной среды, например,
с экспоненциальной корреляционной функ-
цией

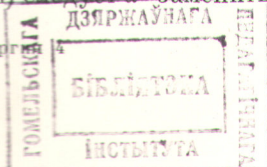
$$V(\mathbf{r}) = e^{-\beta r}, \quad b(\xi) = \frac{8\pi\beta}{(\xi^2 + \beta^2)^2} \quad (29)$$

при $\kappa_0/\beta \rightarrow 0$ уравнение (26) примет вид

$$p^2 \left(1 - \frac{\varepsilon_{\eta\eta}}{3} \right) + \kappa_0^2 = 0, \quad (30)$$

т. е. для постоянной затухания потока, так же
как и в случае «продольной» диффузии, не
достигается правильного предельного значения
[этот результат (30), очевидно, не зависит от
специального вида (29)]. Такое положение
является следствием необоснованного приме-
нения уравнения диффузии в предельном слу-
чае $\frac{l}{L_0} \rightarrow 0$ (l — размер неоднородности, L_0 —

* Поправка к постоянной релаксации [см. также
(30)] определяется дисперсией случайной функции η
и не зависит от размеров неоднородностей, поэтому
теория применима в области малых ε . Однако путем
некоторого усложнения расчета в практически инте-
ресных случаях это ограничение удается устранить.



длина диффузии в гомогенной среде). Этот предельный случай может быть проанализирован с помощью точного кинетического уравнения, которое будет исследовано в следующем разделе.

2. Стационарное односкоростное кинетическое уравнение

Функция Грина стационарного односкоростного кинетического уравнения в неограниченной среде с изотропным рассеянием удовлетворяет уравнению

$$-\mathbf{n}\nabla G(\mathbf{r}; \mathbf{n} | \mathbf{r}_0; \mathbf{n}_0) - \Sigma_t(\mathbf{r}) G(\mathbf{r}; \mathbf{n} | \mathbf{r}_0; \mathbf{n}_0) + \frac{\Sigma_s(\mathbf{r})}{4\pi} \int d\Omega' G(\mathbf{r}; \mathbf{n}' | \mathbf{r}_0; \mathbf{n}_0) = -\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \delta(\mathbf{n} - \mathbf{n}_0), \quad (31)$$

где \mathbf{n} — единичный вектор в направлении движения нейтрона. Выведем уравнение типа (2) для функции Грина $\langle G(\mathbf{r}; \mathbf{n} | \mathbf{r}_0; \mathbf{n}_0) \rangle$, усредненной по флуктуациям полного сечения $\Sigma_t(\mathbf{r})$ и сечения рассеяния $\Sigma_s(\mathbf{r})$. Оператор \hat{B} и возмущение $\hat{\mu}$ определяются следующими очевидными соотношениями:

$$\hat{B}G(\mathbf{r}; \mathbf{n} | \mathbf{r}_0; \mathbf{n}_0) = -[\mathbf{n}\nabla + \Sigma_{t0}] G(\mathbf{r}; \mathbf{n} | \mathbf{r}_0; \mathbf{n}_0) + \frac{\Sigma_{s0}}{4\pi} \int d\Omega' G(\mathbf{r}; \mathbf{n}' | \mathbf{r}_0; \mathbf{n}_0) \quad (32)$$

и

$$\hat{\mu}(\mathbf{r}) G(\mathbf{r}; \mathbf{n} | \mathbf{r}_0; \mathbf{n}_0) = \sigma_t(\mathbf{r}) G(\mathbf{r}; \mathbf{n} | \mathbf{r}_0; \mathbf{n}_0) - \frac{\sigma_s(\mathbf{r})}{4\pi} \int d\Omega' G(\mathbf{r}; \mathbf{n}' | \mathbf{r}_0; \mathbf{n}_0). \quad (33)$$

Подставляя $\hat{\mu}(\mathbf{r})$, определенное соотношением (33), и $G_0(\mathbf{r}; \mathbf{n} | \mathbf{r}_0; \mathbf{n}_0)$ (см., например, [4]) в выражение для «массового оператора» (3), можно найти $M_1(\mathbf{r}; \mathbf{n} | \mathbf{r}'; \mathbf{n}')$, а следовательно, получить кинетическое уравнение для усредненной функции Грина. Будучи преобразованным по Фурье относительно $\mathbf{r} - \mathbf{r}_0$, в случае изотропного источника, это уравнение примет вид

$$(\mathbf{ipn} - \Sigma_{t0}) \langle g(\mathbf{p}, \mathbf{n}) \rangle + \frac{\Sigma_{s0}}{4\pi} \langle g(\mathbf{p}) \rangle = -1 - \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\boldsymbol{\zeta} k_{tt}(\boldsymbol{\zeta}) \int d\Omega' g_0(\mathbf{p} - \boldsymbol{\zeta}; \mathbf{n} | \mathbf{n}') \langle g(\mathbf{p}, \mathbf{n}') \rangle + \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{d\boldsymbol{\zeta}}{4\pi} k_{ts}(\boldsymbol{\zeta}) \int d\Omega' g_0(\mathbf{p} - \boldsymbol{\zeta}; \mathbf{n}') \langle g(\mathbf{p}, \mathbf{n}') \rangle + \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{d\boldsymbol{\zeta}}{4\pi} k_{ts}(\boldsymbol{\zeta}) g_0(\mathbf{p} - \boldsymbol{\zeta}; \mathbf{n}) \langle g(\mathbf{p}) \rangle - \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{d\boldsymbol{\zeta}}{16\pi^2} k_{ss}(\boldsymbol{\zeta}) g_0(\mathbf{p} - \boldsymbol{\zeta}) \langle g(\mathbf{p}) \rangle. \quad (34)$$

Здесь были введены следующие обозначения:

$$\langle g(\mathbf{p}, \mathbf{n}) \rangle = \int e^{i\mathbf{p}\mathbf{r}} \langle G(\mathbf{r}, \mathbf{n}) \rangle d\mathbf{r};$$

$$\langle g(\mathbf{p}) \rangle = \int d\Omega \langle g(\mathbf{p}, \mathbf{n}) \rangle.$$

Фурье-образ функции Грина кинетического уравнения в нулевом приближении

$$g_0(\mathbf{p}, \mathbf{n} | \mathbf{n}') = -\frac{\delta(\mathbf{n} - \mathbf{n}')}{i\mathbf{p}\mathbf{n} - \Sigma_{t0}} + \frac{\Sigma_{s0}}{4\pi} \cdot \frac{1}{i\mathbf{p}\mathbf{n} - \Sigma_{t0}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\Sigma_{s0}}{4\pi} \int \frac{d\Omega''}{i\mathbf{p}\mathbf{n}'' - \Sigma_{t0}}} \cdot \frac{1}{i\mathbf{p}\mathbf{n}' - \Sigma_{t0}}, \quad (35)$$

где

$$g_0(\mathbf{p}, \mathbf{n}) = \int d\Omega' g_0(\mathbf{p}, \mathbf{n} | \mathbf{n}'); \quad (35')$$

$$g_0(\mathbf{p}) = \int d\Omega g_0(\mathbf{p}, \mathbf{n}). \quad (35'')$$

Корреляционные функции флуктуации сечений

$$k_{tt}(\mathbf{p}) = \int d\mathbf{r} e^{i\mathbf{p}\mathbf{r}} K_{tt}(\mathbf{r});$$

$$K_{tt}(\mathbf{r}) = \langle \sigma_t(\mathbf{r}') \sigma_t(\mathbf{r} + \mathbf{r}') \rangle$$

и т. д. Если устремить l -характерный размер неоднородностей среды к нулю (при неизменном уровне флуктуаций ε_{ij}), то интегралы в правой части (34) исчезают и уравнение совпадает с кинетическим для гомогенной среды при произвольном направлении диффузии. Этот вывод можно получить, если учесть, что $\frac{1}{(2\pi)^3} \int k_{ij}(\boldsymbol{\zeta}) d\boldsymbol{\zeta} = \varepsilon_{ij}$ не зависит от размера неоднородностей, а функция $g_0(\mathbf{p} - \boldsymbol{\zeta}, \mathbf{n} | \mathbf{n}')$ при $l \rightarrow 0$ пропорциональна l . Более точно, необходимо, чтобы

$$\boldsymbol{\zeta}\mathbf{n} \sim l_{\text{эфф}}^{-1} \gg \Sigma_{t0} \gg \kappa_0.$$

Здесь $l_{\text{эфф}}$ — эффективная длина пути, пройденного нейтроном в области однородности. Например, в случае плоской решетки $l_{\text{эфф}} = \frac{a}{\sin\theta}$, где a — толщина слоя, θ — угол между направлением движения нейтрона (вектор \mathbf{n}) и плоскостью слоя. Указанное неравенство не удовлетворяется при $\boldsymbol{\zeta}\mathbf{n} = 0$, т. е. для нейтронов, движущихся параллельно слоям решетки. В этом случае необходим более тщательный анализ.

Будем искать решение уравнения (34) методом сферических гармоник. В первом приближении

$$\langle g(\mathbf{p}, \mathbf{n}) \rangle = \frac{1}{4\pi} [\langle g(\mathbf{p}) \rangle + 3\mathbf{n} \langle g_1(\mathbf{p}) \rangle]. \quad (36)$$

С помощью стандартных преобразований (см., например, работу [5]) получим следующее уравнение, определяющее постоянную релаксации нейтронного потока:

$$\begin{aligned} \langle (g(\mathbf{p})) \rangle^{-1} = & p^2 + \kappa_r^2 - \frac{3}{(2\pi)^3} \int \frac{d\xi}{4\pi} \left[\Sigma_{t0} k_{aa}(\xi) \times \right. \\ & \times g_0(\mathbf{p} - \xi) + 2k_{ta}(\xi) \int d\Omega g_0(\mathbf{p} - \xi, \mathbf{n}) (i\mathbf{p}\mathbf{n}) + \\ & + \frac{k_{tt}(\xi)}{\Sigma_{t0}} \int \int d\Omega d\Omega' (i\mathbf{p}\mathbf{n}) \times \\ & \left. \times g_0(\mathbf{p} - \xi, \mathbf{n} | \mathbf{n}') (i\mathbf{p}\mathbf{n}') \right] = 0, \end{aligned} \quad (37)$$

где

$$\kappa_r^2 = 3\Sigma_{a0}\Sigma_{t0} \approx 3\Sigma_{a0}\Sigma_{s0}. \quad (38)$$

Это уравнение при малых неоднородностях, так же как и уравнение (34), позволяет получить правильное предельное значение постоянной релаксации. При выводе уравнения (37) пренебрегли, как и обычно в диффузионном приближении [4, 5], вкладом в постоянную релаксации членов, по порядку величины равных $(\lambda_{s0}\kappa_r)^2 \approx \lambda_{s0}/\lambda_{a0}$. Уравнение (37) учитывает влияние неоднородностей с той же степенью точности, что и уравнение (34), т. е. в приближении (3). Отметим, что фурье-компонент тока нейтронов $\langle \mathbf{g}_1(\mathbf{p}) \rangle$ связан с фурье-компонентом потока $\langle \mathbf{g}(\mathbf{p}) \rangle$ следующим соотношением*:

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{g}_1(\mathbf{p}) \rangle = & \frac{\langle \mathbf{g}(\mathbf{p}) \rangle}{3\Sigma_{t0}} \left[i\mathbf{p} + \frac{3}{(2\pi)^3} \int \frac{d\xi}{4\pi} k_{ta}(\xi) \int d\Omega \mathbf{n} \times \right. \\ & \times g_0(\mathbf{p} - \xi; \mathbf{n}) + \frac{3}{(2\pi)^3} \int \frac{d\xi}{4\pi} \cdot \frac{k_{tt}(\xi)}{\Sigma_{t0}} \int \int d\Omega d\Omega' \mathbf{n} \times \\ & \left. \times g_0(\mathbf{p} - \xi; \mathbf{n} | \mathbf{n}') (i\mathbf{p}\mathbf{n}') \right]. \end{aligned} \quad (39)$$

Рассмотрим уравнение (37) в следующих предельных случаях:

$$1. \lambda_{t0} \approx \lambda_{s0} \ll l \ll \kappa_r^{-1} \equiv L_r.$$

В таком случае при $|\mathbf{p} - \xi| \ll \Sigma_{t0}$ и $\mathbf{p} \ll \Sigma_{t0}$ знаменатели в выражении (35) для $g_0(\mathbf{p} - \xi;$

* В координатном представлении это соотношение имеет вид

$$\langle \mathbf{j}(\mathbf{r}) \rangle = \int d\mathbf{r}' \hat{\mathbf{R}}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \langle G(\mathbf{r}') \rangle,$$

т. е. величина тока $\langle \mathbf{j} \rangle$ в точке \mathbf{r} зависит не только от скорости потока в той же точке, но и от значения $\langle G \rangle$ в области нелокальности оператора $\hat{\mathbf{R}}$. Размер этой области определяется масштабом флуктуаций в среде.

Оператор $\hat{\mathbf{R}}$ зависит от угла между направлением диффузии и ориентацией неоднородностей в среде. Вследствие этого экстраполированные размеры объема замедлителя могут зависеть от расположения неоднородностей вещества.

$\mathbf{n} | \mathbf{n}'$) можно разложить в ряд по степеням малого отношения λ_{s0}/l . Учитывая в этом разложении лишь главные члены, находим выражение для массового оператора (17), которое было получено в результате усреднения диффузионного уравнения в предыдущем разделе. Таким образом, определяется область применимости диффузионного приближения (47) и выявляется возможность его уточнения путем учета следующих членов ряда по степеням λ_{s0}/l .

$$2. l \ll \lambda_{s0} \approx \lambda_{t0} \ll \kappa_r^{-1} \equiv L_r.$$

Если флуктуирует только сечение рассеяния, то $k_{aa} = k_{ta} = 0$ и уравнение (37) значительно упрощается:

$$\begin{aligned} p^2 + \kappa_r^2 - \frac{3\varepsilon_{ss}}{\Sigma_{t0}} \cdot \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{d\xi}{4\pi} b(\xi) \int \int d\Omega d\Omega' \times \\ \times (i\mathbf{p}\mathbf{n}) g_0(\mathbf{p} - \xi; \mathbf{n} | \mathbf{n}') (i\mathbf{p}\mathbf{n}') = 0. \end{aligned} \quad (40)$$

В приближении, линейном относительно размера неоднородности ($\approx l/\lambda_{t0}$), это уравнение имеет вид

$$\begin{aligned} p^2 + \kappa_r^2 + \frac{3\varepsilon_{ss}}{\Sigma_{t0}} \cdot \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{d\xi}{4\pi} b(\xi) \frac{\pi^2}{\xi} \times \\ \times \left[p^2 - \frac{(\mathbf{p}\xi)^2}{\xi^2} \right] = 0. \end{aligned} \quad (41)$$

В изотропной среде [см. (29)]

$$p^2 = -\kappa_r^2 \frac{1}{1 + \varepsilon_{ss}/\beta\Sigma_{t0}}. \quad (41')$$

Воспользуемся этим выражением для оценки по порядку величины поправки к постоянной релаксации потока нейтронов в кипящей жидкости. Пренебрегая рассеянием в пузырьке пара и полагая $\beta^{-1} \approx R_{\Pi}$ (R_{Π} — радиус пузырька пара), из (41') получим

$$p^2 \approx -\kappa_r^2 / \left(1 + \rho \frac{R_{\Pi}}{\lambda_{t0}} \right),$$

где ρ — объемное паросодержание. Таким образом, в практически интересных случаях поправка к κ_r может составлять несколько процентов (поправка за счет флуктуаций поглощения в кипящей жидкости мала [2]).

Для решетки (24) в случае диффузии вдоль слоев

$$p_{\parallel}^2 = -\kappa_r^2 \left[1 + \frac{6}{\pi^2} \cdot \frac{\varepsilon_{ss} a}{\Sigma_{t0}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^3} \right]^{-1}, \quad (41'')$$

тогда как для диффузии поперек слоев в этом приближении

$$p_{\perp}^2 = -\kappa_r^2. \quad (41''')$$

Таким образом, для этой системы эффект анизотропии диффузии определяется формулой

$$\frac{L_{\parallel}^2}{L_{\perp}^2} = 1 + \frac{6}{\pi^2} \cdot \frac{\varepsilon_{ss} a}{\Sigma t_0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^3} \approx 1 + 0,64 \frac{\varepsilon_{ss} a}{\Sigma t_0}. \quad (42)$$

Заключение

При решении задачи о переносе нейтронов в неоднородных средах описанным выше методом вся необходимая для этого информация о структуре среды содержится в корреляционной функции флуктуаций в среде, точнее, необходимо знать выражение для фурье-образа корреляционной функции (спектр). Спектр флуктуаций можно найти для широкого класса диффузионных сред: от среды со случайными неоднородностями вида (29) до периодической структуры типа (21). Область применения теории ограничена требованием малого масштаба флуктуаций; высокая интенсивность флуктуаций практически не является ограничением [1, 2].

В настоящей работе было рассмотрено прохождение нейтронов в неограниченной среде.

Отыскание средней функции Грина для тел конечного объема не составляет принципиальных трудностей. В рамках подхода, развитого выше, можно рассмотреть и энергетическую зависимость плотности нейтронов, например, в двухгрупповом приближении. При этом необходимо решать систему уравнений типа (2) [1].

В заключение автор выражает глубокую благодарность М. В. Казарновскому за плодотворные дискуссии на всех этапах выполнения работы.

Поступила в Редакцию 20/VIII 1966 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. В. Степанов, Pulsed Neutron Research, Vol. I, Vienna, IAEA, 1965, p. 339; «Атомная энергия», 20, 265 (1966).
2. А. В. Степанов. «Атомная энергия», 21, 292 (1966).
3. Я. И. Шевелев. «Атомная энергия», II, 224 (1957).
4. А. Д. Галанин. Теория ядерных реакторов на тепловых нейтронах. М., Атомиздат, 1959.
5. А. Ахизер, И. Померанчук. Некоторые вопросы теории ядра. М., Гостехтеориздат, 1950.

Электро моделирование температурных полей в ядерном реакторе

Ю. И. ГРИБАНОВ, В. Е. МИНАШИН, А. А. ШОЦХОВ

УДК 621.039.517.5

Рассмотрен метод расчета температур в ядерном реакторе с помощью электрического моделирования. При решении задачи учитывается изменение тепловыделения по высоте реактора и в поперечном сечении. Для учета изменения тепловыделения по высоте реактора предложено два метода: непосредственный, путем изменения во времени плотности тока питания электрической модели, и метод расчета с помощью интеграла Дюамеля. В последнем случае исследование температурного поля на модели проводится при постоянном по высоте тепловыделении, а полученные результаты затем пересчитываются с помощью интеграла Дюамеля на любой закон изменения тепловыделения по высоте реактора.

При проектировании и эксплуатации реакторов необходимо знать распределение температур в активной зоне, которое фактически является трехмерным. Один из способов решения задач теплообмена в реакторе — использование электрических моделей, сеточных или из сплошных сред. В работе [1] с помощью электрической модели из сплошной среды исследовался теплообмен на участке тепловой стабилизации при течении жидкости в каналах про-

стейшей формы (правильные многоугольники и окружность) для случая, когда скорость и теплопроводность жидкости постоянны в поперечном сечении, а на границе задан постоянный по длине и периметру тепловой поток от стенки к жидкости.

В настоящей работе рассматривается метод электро моделирования пространственных температурных полей в ядерном реакторе в более общем случае. При решении задачи учитываются изменение скорости жидкости в поперечном сечении охлаждающих каналов, зависимость турбулентной теплопроводности λ_T теплоносителя от координат, тепловыделение в жидкости и конструкционных материалах и изменение удельного объемного тепловыделения в поперечном сечении и по высоте реактора. Перетечки тепла в осевом направлении не учитываются: предполагается, что они малы по сравнению с перетечками тепла в радиальном направлении. Предполагается также, что профиль скорости теплоносителя стабилизирован и не меняется по высоте активной зоны.