

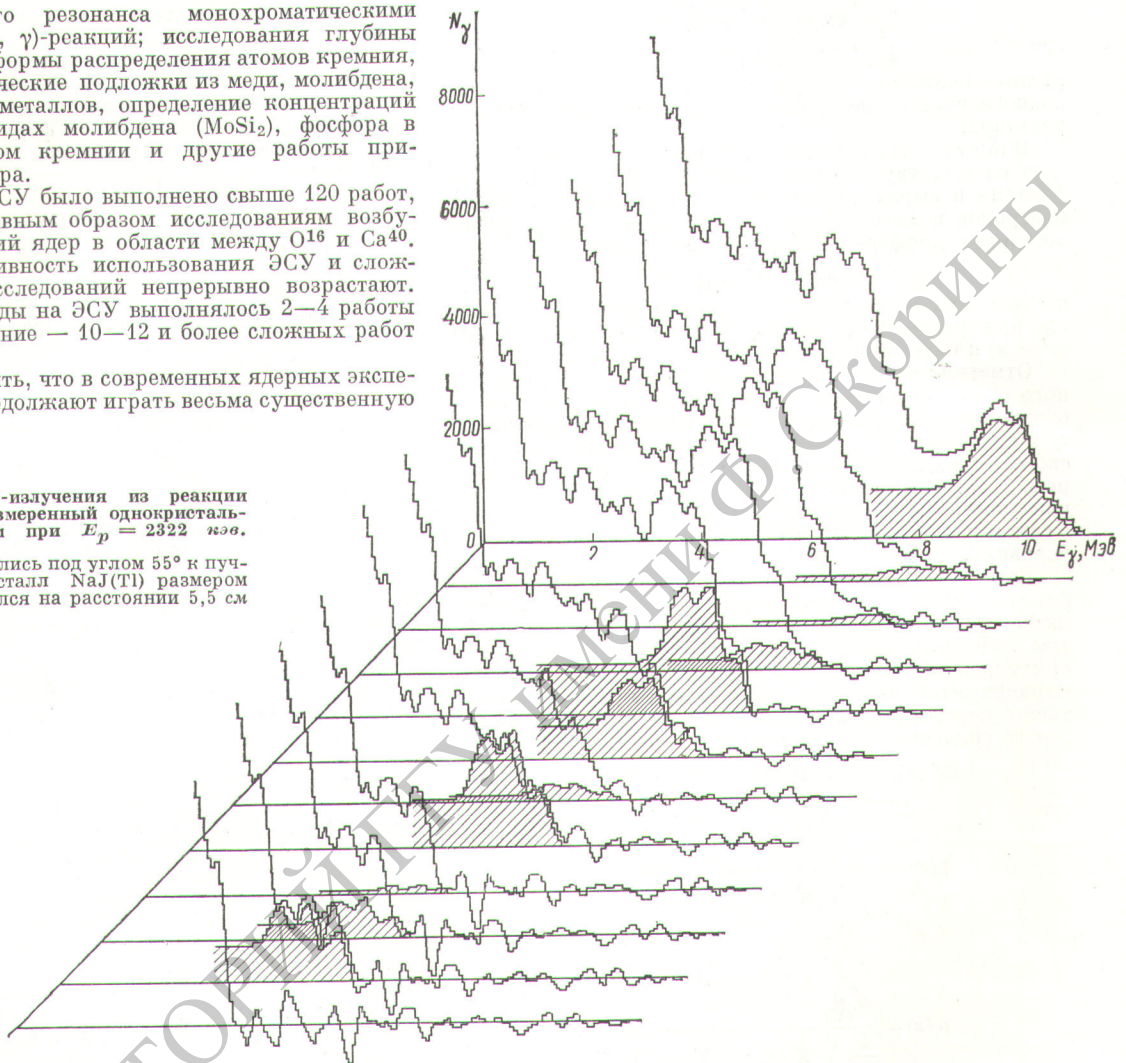
ского дипольного резонанса монохроматическими γ -квантами из (p, γ)-реакций; исследования глубины проникновения и формы распределения атомов кремния, вбитых в металлические подложки из меди, молибдена, тантала и других металлов, определение концентраций кремния в силицидах молибдена ($MoSi_2$), фосфора в полупроводниковом кремнии и другие работы прикладного характера.

За 12 лет на ЭСУ было выполнено свыше 120 работ, посвященных главным образом исследованиям возбужденных состояний ядер в области между O^{16} и Ca^{40} . При этом эффективность использования ЭСУ и сложность ядерных исследований непрерывно возрастают. Если в первые годы на ЭСУ выполнялось 2—4 работы в год, то в последние — 10—12 и более сложных работ в год.

Следует отметить, что в современных ядерных экспериментах ЭСУ продолжают играть весьма существенную

Рис. 4. Спектр γ -излучения из реакции $Mg^{26}(p, \gamma)Al^{27}$, измеренный однокристалльным спектрометром при $E_p = 2322$ кэВ.

Измерения проводились под углом 55° к пучку протонов. Кристалл $NaJ(Tl)$ размером 70×60 мм находился на расстоянии 5,5 см от мишени.



роль и почти во всех развитых странах ядерные лаборатории оснащаются новыми ЭСУ прямого и перезарядного действия. Фирмы США в 1965 г. поставили в различные страны около 30 ЭСУ и получили заказы на строительство 23 новых ЭСУ, а всего, начиная с 1947 г., построено около 300 ЭСУ.

Поступило в Редакцию 6/X 1967 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. К. Вальтер, А. А. Цыгикало. «Приборы и техника эксперимента», № 4, 3 (1957).
2. Электростатические ускорители заряженных частиц. Под ред. А. К. Вальтера. М., Госатомиздат, 1963.

Решение уравнения переноса нейтронов методом материально-геометрического параметра

В. Л. БЛИНКИН, В. М. НОВИКОВ

УДК 621.039.51.12

Предлагаемый метод решения уравнения переноса можно рассматривать как обобщение диффузионного приближения. Рассмотрим одногрупповое стационарное уравнение переноса нейтронов в интегральной форме для реактора без отражателя. Примем, что поток

нейтронов Φ зависит от одной переменной

$$\Phi(x) = \int_{(V)} K(r, r') \Phi(x') dr', \quad (1)$$

где $K(r, r') = \frac{c}{4\pi l} \cdot \frac{\exp\left(-\frac{|r-r'|}{l}\right)}{|r-r'|^2}$; c, l — число вторичных нейтронов на одно столкновение и длина свободного пробега нейтронов соответственно; V — объем реактора.

Известно, что переход к диффузионному приближению соответствует распространению области интегрирования в выражении (1) на все пространство. Поток нейтронов в диффузионном приближении $\Phi_{\text{дифф}}$ удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\Phi_{\text{дифф}}'' + \kappa^2 \Phi_{\text{дифф}} = 0, \quad (2)$$

которое можно получить из интегрального уравнения (1) при разложении потока $\Phi(x')$ в ряд по степеням $(x' - x)$ и интегрировании в бесконечных пределах.

Отметим, что в области применимости диффузионного приближения в этом разложении достаточно ограничиться первыми тремя членами. Коэффициент κ^2 в уравнении (2), зависящий только от материальных свойств среды, обычно называют материальным параметром. Таким образом, в диффузионном приближении конечность размеров системы никак не учитывается в самом уравнении (2) и фигурирует только в граничных условиях.

Естественно ожидать, что если при разложении в ряд функции $\Phi(x)$ в выражении (1) сохранить область интегрирования конечной, то получаемое таким образом дифференциальное уравнение будет более точно описывать распределение нейтронов, чем уравнение (2). Ограничимся, как при диффузионном приближении, тремя первыми членами разложения функции $\Phi(x')$. Тогда уравнение (1) примет вид

$$\Phi''(x) + p(x)\Phi'(x) + q(x)\Phi(x) = 0, \quad (3)$$

где

$$q(x) = \frac{\int_V K(r, r') dr' - 1}{\frac{1}{2} \int_V K(r, r') (x' - x)^2 dr'}$$

$$p(x) = \frac{\int_V K(r, r') (x' - x) dr'}{\frac{1}{2} \int_V K(r, r') (x' - x)^2 dr'}$$

Подстановкой $\Phi(x) = \varphi(x) e^{-\frac{1}{2} \int p(x) dx}$ уравнение (3) преобразуется к виду, аналогичному (2):

$$\varphi''(x) + \kappa_V^2(x)\varphi(x) = 0. \quad (4)$$

Коэффициент $\kappa_V^2(x) = q(x) - \frac{1}{4} p^2(x) - \frac{1}{2} \frac{dp(x)}{dx}$ в уравнении (4) зависит, в отличие от κ^2 в уравнении (2), не только от свойств среды, но и от геометрии системы. В дальнейшем будем называть коэффициент $\kappa_V^2(x)$ материально-геометрическим параметром системы. Для достаточно больших реакторов величина $\kappa_V^2(x)$ практически постоянна и везде равна κ^2 , кроме слоя около границы толщиной порядка длины свободного пробега нейтронов (см. рисунок а). Это естественно, так как сохранение области интегрирования в уравнении (1), конечной при переходе к уравнению (4), означает, что наряду с асимптотической частью потока нейтронов

учитывается в некоторой степени и транспортная часть*.

При $c \geq 1,4$ материально-геометрический параметр практически линейно зависит от координат (см. рисунок б, в), что позволяет записать для $c \geq 1,4$ решение уравнения (4) в аналитической форме. Действительно, если материально-геометрический параметр аппроксимировать прямой

$$\kappa_V^2(x) = \kappa_V^2(0) + \frac{\kappa_V^2(h) - \kappa_V^2(0)}{h} x,$$

где h — полутолщина плоского реактора, радиус сферы или радиус бесконечного цилиндра, то после простого преобразования уравнение (4) принимает форму уравнения Эйри. Тогда решение для $\varphi(x)$ запишется в виде

$$\varphi(x) = A_1 U_1 \left(\frac{\kappa_V^2(0) + [\kappa_V^2(h) - \kappa_V^2(0)] x/h}{[\kappa_V^2(h) - \kappa_V^2(0)]^{2/3} h^{-2/3}} \right) + A_2 U_2 \left(\frac{\kappa_V^2(0) + [\kappa_V^2(h) - \kappa_V^2(0)] x/h}{[\kappa_V^2(h) - \kappa_V^2(0)]^{2/3} h^{-2/3}} \right), \quad (5)$$

где A_1, A_2 — постоянные интегрирования; U_1, U_2 — функции Эйри первого и второго рода соответственно [1].

Для нахождения граничного условия в диффузионном приближении обычно или выделяют $\Phi_{\text{дифф}}$ из точного решения уравнения (1) для полупространства (проблема Милна), или требуют, чтобы $\Phi_{\text{дифф}}$ точно удовлетворяло уравнению (1) на поверхности реактора (отсутствие обратного тока) или в центре реактора (метод Вильсона). В данном случае такой подход неприемлем, так как, во-первых, для малых реакторов поток нейтронов сильно отличается от потока нейтронов в проблеме Милна, во-вторых, для таких реакторов поверхность или центр реактора не являются выделенными точками, что видно, например, из поведения материально-геометрического параметра для $c \geq 1,4$ (см. рисунок б, в). Поэтому естественно потребовать, чтобы в приближении материально-геометрического параметра поток нейтронов Φ_V точно удовлетворял уравнению (1) не в одной точке, а в среднем по объему реактора:

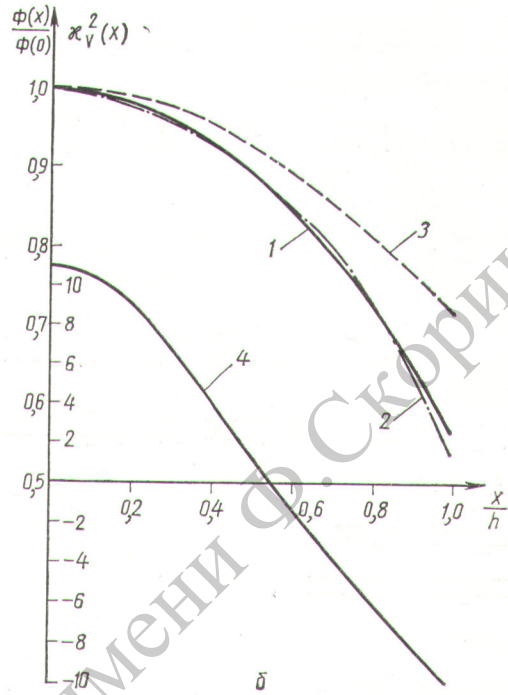
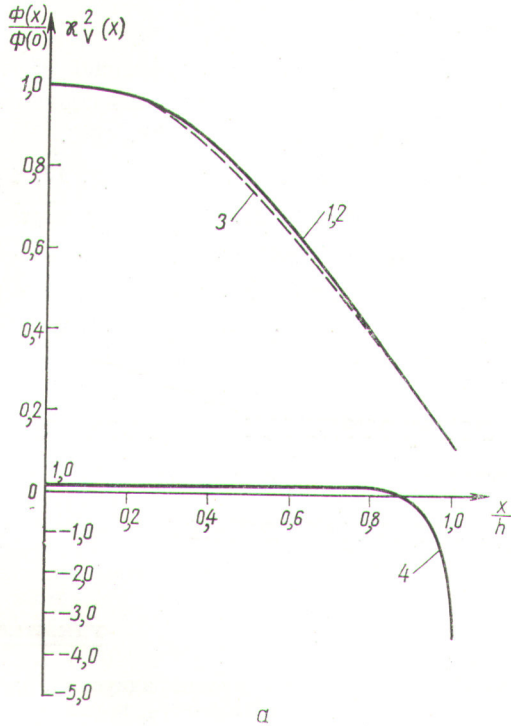
$$\int_V \Phi_V(x) \left[1 - \int_V K(r, r') dr' \right] dr = 0. \quad (6)$$

Условие (6) является условием критичности реактора.

Отметим, что для больших реакторов ($c - 1 \ll 1$), когда $\Phi_V(x)$ практически всюду совпадает с $\Phi_{\text{дифф}}(x)$, простые вычисления в уравнении (6) для плоской геометрии приводят к известной формуле для критической полутолщины реактора:

$$h = \frac{\pi}{2\kappa} - \frac{2}{3} l. \quad (7)$$

* Отметим, что метод материально-геометрического параметра означает по существу замену закона Фика для тока нейтронов более общим выражением вида $j(x) = a(x)\Phi(x) + b(x)\Phi'(x)$, где $a(x)$ и $b(x)$ — коэффициенты, зависящие от материальных свойств и геометрии среды.



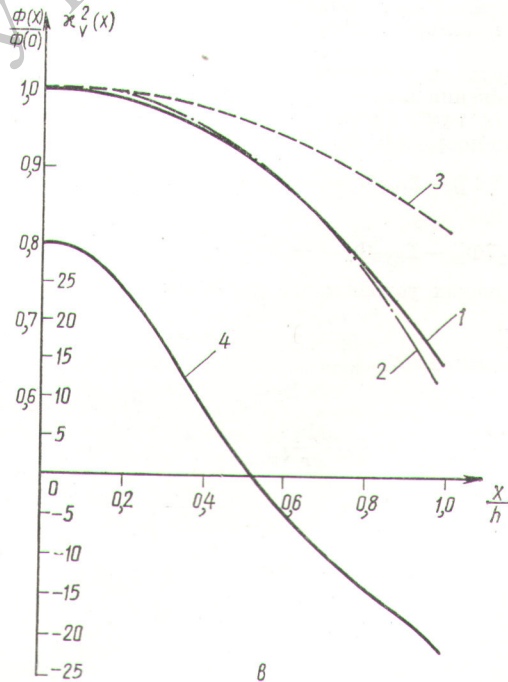
В таблице и на рисунке приведены результаты численных расчетов критических размеров и потока нейтронов для плоского реактора без отражателя.

Уравнение (4) решалось по следующей схеме: кривая $\kappa_V^2(x)$ аппроксимировалась ломаной линией, полученной разбиением отрезка $[0, h]$ на n равных участков. Тогда для каждого отрезка ломаной уравнение (4) сводится к уравнению Эйри. В двух последних столб-

Критическая полутолщина (в единицах свободного пробега нейтронов) как функция параметра c , вычисленная различными методами

c	$n=1$	$n=20$	P_1	P_7	К	В. Я.
1,01	—	8,36	8,4	8,35	8,34	8,35
1,02	—	5,68	5,65	5,70	—	5,65
1,05	—	3,30	3,40	3,30	3,31	3,30
1,1	—	2,41	2,23	2,12	2,12	2,12
1,2	—	1,29	1,41	1,29	1,29	1,29
1,4	0,723	0,737	0,86	0,743	0,735	0,715
1,6	0,513	0,512	0,625	0,520	0,511	0,515
1,8	0,391	0,389	0,496	0,399	—	0,389
2,0	0,319	0,311	0,412	0,323	0,310	0,315
2,6	0,185	0,190	0,273	—	—	0,190

Примечание. Критическая полутолщина вычислена методом материально-геометрического параметра (столбцы 2,3). Для сравнения приведены расчеты в P_1 - P_7 -приближениях [3], методом Кейза (К) [2] и методом выродивших ядер (В. Я.) [4].



Распределение нейтронов в бесконечном плоском реакторе при различных значениях c :

$a - c = 1,01$; $b - c = 1,6$; $c - c = 2$; 1 — метод материально-геометрического параметра; 2 — метод Кейза [2]; 3 — P_1 -приближение; 4 — материально-геометрический параметр $\kappa_V^2(x)$.

пах таблицы приведены результаты расчета для $n = 1$ и $n = 20$. Видно, что для $C \gg 1,4$ практически достаточно аппроксимировать $\chi^2_V(x)$ одним отрезком прямой линии.

Как следует из результатов расчета, рассмотренный метод обеспечивает точность, практически совпадающую с точностью наиболее совершенных методов решения уравнения переноса нейтронов во всем диапазоне изменения величины s .

Предлагаемый метод можно обобщить на случай реактора с отражателем и многогрупповую задачу. В дальнейшем предполагается опубликовать результаты таких расчетов.

Поступило в Редакцию 18/Х 1967 г.
В окончательной редакции 31/І 1968 г.

Метод решения задач диффузии в гетерогенных многосвязных областях и его применение к расчету эффективности регулирующих цилиндров с поглощающими слоями на поверхностях

А. П. МАЧИЛЬСКИЙ

УДК 621.039.51.12

Если N регулирующих цилиндров расположить симметрично в отражателе реактора, то его поперечное сечение можно рассматривать составленным из N эквивалентных секторов, один из которых показан на рисунке.

Для двух энергетических групп нейтронов и при P_1 -приближении в секторе AOB с центральным углом $2\varphi_0 = 2\pi/N$ нужно решить систему из двух уравнений с кусочно-постоянными коэффициентами

$$\left. \begin{aligned} \nabla(D_1 \nabla \Phi_1) - \Sigma_{1ув} \Phi_1 &= -1/k_{эфф} [v_{1f} \Sigma_{1f} \Phi_1 + \\ &+ v_{2f} \Sigma_{2f} \Phi_2], \\ \nabla(D_2 \nabla \Phi_2) - \Sigma_{2ув} \Phi_2 &= -\Sigma^{1 \rightarrow 2} \Phi_1 \end{aligned} \right\} (1)$$

при следующих условиях на границах:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Phi_i}{\partial \varphi} \Big|_{\varphi=0, \pm\pi/N} &= 0; \quad \Phi_i \Big|_{r=0} < \infty; \\ \Phi_i \Big|_{R_1-0} &= \Phi_i \Big|_{R_1+0}, \end{aligned} \right\} (2)$$

$$D_{i1} \frac{\partial \Phi_i}{\partial r} \Big|_{R_1-0} = D_{i2} \frac{\partial \Phi_i}{\partial r} \Big|_{R_1+0}; \quad \Phi_i \Big|_{R_2=0},$$

$$\left. \begin{aligned} \Phi_1 \Big|_{\rho_1-0} &= \Phi_1 \Big|_{\rho_1+0}; \quad \frac{\partial \Phi_1}{\partial \rho} \Big|_{\rho_1-0} = \frac{\partial \Phi_1}{\partial \rho} \Big|_{\rho_1+0}, \\ \omega &\in [0, \pi], \end{aligned} \right\} (3)$$

$$\frac{\partial \Phi_2}{\partial \rho} \Big|_{\rho_1 \pm 0} = \pm \gamma \Phi_2 \Big|_{\rho_1 \pm 0}, \quad \omega \in [0, \omega_0],$$

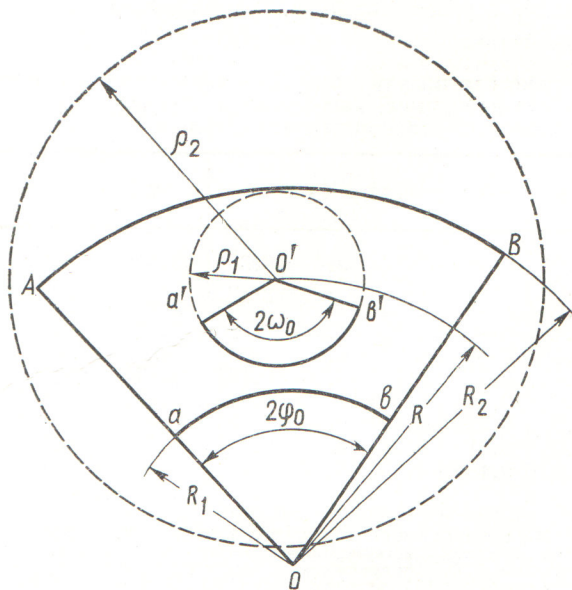
где (r, φ) и (ρ, ω) — цилиндрические системы координат с центрами в точках O и O' , полярные оси которых направлены по биссектрисе сектора AOB ; $i = 1, 2$ — групповой индекс, а условия (3) написаны в предположении, что поглощающий слой $a'b'$ является бесконечно тонким.

Чтобы перейти от поставленной задачи к вспомогательной совокупности краевых задач, нужно построить

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Д. Смирнов. Таблицы функций Эйри и специальных вырожденных гипергеометрических функций. М., Изд-во АН СССР, 1966.
2. G. Mitsis. Nucl. Sci. and Engng, 17, 1 (1963).
3. Б. Карлсон. В сб. «Теория ядерных реакторов». М., Госатомиздат, 1963, стр. 243.
4. Г. И. Марчук и др. Теория и методы расчета ядерных реакторов. М., Госатомиздат, 1962.

дугу $a'b'$ до полной окружности радиуса ρ_1 , расширить отражатель до окружности $\rho = \rho_2$, принять в качестве краевых условий неизвестные значения потоков нейтронов на координатных границах четырех односвязных зон, на которые разъединяется область, и решать методом разделения переменных задачи для уравнений с постоянными коэффициентами. Последнее не представляет особых трудностей, поэтому можно непосредственно записать выражения для вспомогательных решений:



Эквивалентный сектор.