справедливая для отношений межцентрового расстояния к диаметру стержней ($\sim \frac{l}{d} \geqslant 1{,}1$) и согласующаяся с экспериментальными данными [2].

Величина весового расхода теплоносителя через h-е сечение j-ячейки, полученная из условия равенства перепадов давления на элементарных высотных участках, определяется из выражения

$$g_j(h) = \frac{f_j \sqrt{\gamma_j(h)/\xi_j(h)}}{\sum\limits_j f_j \sqrt{\gamma_j(h)/\xi_j(h)}} G_{\text{к}},$$

где $G_{\text{к}}$ — расход жидкости через канал; f_j — проходное сечение j-ячейки; γ_j-удельный вес жидкости; ξ_j — коэффициент гидравлического сопротивления.

Приводятся результаты расчета тепловыделяющей сборки, иллюстрирующие распределение расходов теплоносителя по высоте ячеек и влияние турбулентной диффузии на выравнивание поля температур теплоносителя по сечению канала. При этом оказывается, что колебания расходов теплоносителя по высоте в ячейках технологических каналов водо-водяных реакторов могут достигать $\sim 10\%$. «Сглаживающее» действие турбулентной диффузии приводит к уменьшению перепадов температур теплоносителя в соседних ячейках приблизительно на 20—30% и более.

(№ 263/5019. Поступила в Редакцию 1/VIII 1968 г. Полный текст 0,8 а. л., 5 рис., 1 табл., 9 библиографических ссылок.)

ЛИТЕРАТУРА

1. А. С. Монин, А. М. Яглом. Статистическая гидромеханика. Ч. 1. М., «Наука», 1965.
2. T. R. Bump. Trans. Amer. Nucl. Soc., **9**, 571 (1966).

О расчете гидродинамических характеристик турбулентного потока в прямолинейных каналах

УДК 621.039.553.34

В. М. КАЩЕЕВ, Е. В. НОМОФИЛОВ

Приведена общая система пяти дифференциальных уравнений в частных производных для определения трех составляющих скорости u_i ($i = 1, 2, 3$), давления p и турбулентной вязкости ε_ν, которая считается скаляром. Предполагается, что входящая в систему эффективная скорость возвратного течения $V_{\text{в}}$ известна.

Рассчитаны гидродинамические характеристики в прямолинейном канале с прямоугольным поперечным сечением $2a \times 2b$. При этом вторичные течения не учитываются, а коэффициент ε_ν принимается не зависящим от вида транспортабельной субстанции. Соответствующая система уравнений в безразмерных переменных имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial \xi}\left(\psi \frac{\partial \varphi}{\partial \xi}\right) + \frac{\partial}{\partial \eta}\left(\psi \frac{\partial \varphi}{\partial \eta}\right) + 2 = 0; \tag{1}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \eta} - C \frac{\partial \psi}{\partial \xi}\right) \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi \, \partial \eta} - C \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} + \left(\frac{\partial \psi}{\partial \xi} - C \frac{\partial \psi}{\partial \eta}\right) \nabla^2 \varphi + \varphi_{\text{в}1} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2} - C \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi \, \partial \eta}\right) + \varphi_{\text{в}2} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi \, \partial \eta} - C \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \eta^2}\right) = 0, \tag{2}$$

где $\varphi = u_3/v_\tau$ — скорость; $\psi = \frac{\varepsilon_\nu + \nu}{v_\tau R_{\text{г}}}$ — суммарная вязкость; v_τ = скорость трения; ν — вязкость; $R_{\text{г}}$ — гидравлический радиус; $\xi = \frac{x_1}{R_{\text{г}}}$, $\eta = \frac{x_2}{R_{\text{г}}}$ — декартовы координаты; $\varphi_{\text{в}1} = \frac{V_{\text{в}1}}{v_\tau}$, $\varphi_{\text{в}2} = \frac{V_{\text{в}2}}{v_\tau}$ — скорости возвратного течения; C — параметр; $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2}$.

Турбулентный поток считается двухзонным: в тонких пристенных слоях $\delta_1 = \frac{\alpha_1}{\operatorname{Re} \tau}$, $\delta_2 = \frac{\alpha_2}{\operatorname{Re} \tau}$ (α_1, α_2 — эмпирические постоянные; $\operatorname{Re} \tau = \frac{v_\tau R_{\text{г}}}{\nu}$ — динамическое число Рейнольдса), поток ламинарный, где уравнение (2) несправедливо, а в остальной части канала поток турбулентный, описываемый системой уравнений (1) и (2) с постоянными $\varphi_{\text{в}1}$ и $\varphi_{\text{в}2}$. На границе между ламинарной и турбулентной зонами предполагается непрерывность скорости и турбулентной вязкости.

Для эллиптически-гиперболической системы (1) и (2) с учетом двухзонности потока граничные и начальные условия имеют вид:

$$\varphi = \varphi_{\text{л}}(\xi), \; \psi = \frac{1}{\operatorname{Re} \tau}, \; \frac{\partial \psi}{\partial \eta} = 3A\alpha_2^2 \text{ при } \delta_1 \leqslant \xi \leqslant \frac{\gamma + 1}{2}, \; \eta = \delta_2; \tag{3}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \eta} = 0, \; \frac{\partial \psi}{\partial \eta} = 0 \text{ при } \delta_1 \leqslant \xi \leqslant \frac{\gamma + 1}{2}, \; \eta = \frac{\gamma + 1}{2\gamma}; \tag{4}$$

$$\varphi = \varphi_{\text{л}}(\eta), \; \psi = \frac{1}{\operatorname{Re} \tau}, \; \frac{\partial \psi}{\partial \xi} = 3A\alpha_1^2 \text{ при } \xi = \delta_1, \; \delta_2 \leqslant \eta \leqslant \frac{\gamma + 1}{2\gamma}; \tag{5}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \xi} = 0, \; \frac{\partial \psi}{\partial \xi} = 0 \text{ при } \xi = \frac{\gamma + 1}{2}, \; \delta_2 \leqslant \eta \leqslant \frac{\gamma + 1}{2\gamma}, \tag{6}$$

где $\gamma = \frac{a}{b}$; $0 \leqslant \gamma \leqslant 1$; $A = 3{,}25 \cdot 10^{-3}$; индекс «л» означает «ламинарный».

Задача (1) — (6) решена методом сеток. При значениях полуэмпирических постоянных $\alpha_1 = \alpha_2 = 4{,}5$; $\varphi_{\text{в}1} = -0{,}40 + 0{,}016\gamma$; $\varphi_{\text{в}2} = \varphi_{\text{в}1}\gamma^{0{,}007}$ результаты расчета полей скорости, турбулентной вязкости и коэффициента гидравлического сопротивления удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными. Заметное занижение скоростей в углах канала обусловлено тем, что вторичные течения не учитывались.

Проведенные расчеты показывают принципиальную возможность использования полученной системы уравнений для расчета гидродинамических характеристик турбулентного потока.

(**№ 264/4929.** Поступила в Редакцию 10/VI 1968 г. Полный текст 0,6 а. л., 4 рис., 21 библиографическая ссылка.)

Вычисление коэффициента проигрыша методом теории возмущений

А. В. СТЕПАНОВ

УДК 621.039.515

Получены приближенные аналитические выражения для нескольких параметров теории гетерогенных реакторов, представляющих собой некоторые средние по потоку тепловых нейтронов $N(\mathbf{r})$: коэффициента проигрыша, коэффициента экранировки и т. п. Развитый формализм позволяет выйти за рамки диффузионного приближения и рассмотреть недиффузионные поправки. Например, если сечение рассеяния во всех компонентах среды одинаково, то выражение для коэффициента проигрыша ξ в периодической решетке имеет вид

$$\xi^{(i)} \equiv \frac{(V_{\mathrm{II}}^{(i)})^{-1} \int\limits_{V_{\mathrm{II}}^{i}} N(\mathbf{r})\,d\mathbf{r}}{V_{\mathrm{I}}^{-1} \int\limits_{V_{\mathrm{I}}} N(\mathbf{r})\,d\mathbf{r}} = \frac{1+\frac{1}{x_{\mathrm{II}}^{i}} X_{\mu_i}}{1+\frac{1}{x_{\mathrm{I}}} X_{\varepsilon}}; \qquad (1)$$

$$X_{\gamma} = \frac{\gamma(0)}{V_{я}^{2}\Sigma_{a0}} \sum_{\mathbf{s}}{}' \sum_{\mathbf{p}}{}' \left[c_{\Sigma_a}(s) - \frac{A(s)}{A(0)} V_{я}\Sigma_{a0}\right] \times$$
$$\times \Pi(\mathbf{s}, \mathbf{p}) \left[c_{\Sigma_a}(-\mathbf{p}) - \frac{\gamma(-\mathbf{p})}{\gamma(0)} V_{я}\Sigma_{a0}\right]; \qquad (2)$$

$$\Pi(\mathbf{s}, \mathbf{p}) = \widetilde{g}_0(\mathbf{s})\,\delta_{\mathbf{sp}} = \frac{1}{4\pi} g_0(\mathbf{s}) \left[1 - \frac{\Sigma_{a0}}{4\pi} g_0(\mathbf{s})\right]^{-1} \delta_{\mathbf{sp}}; \qquad (3)$$

$$g_0(\mathbf{k}) \equiv \langle 00 \mid g_0(\mathbf{k}, \mathbf{n}, \mathbf{n}') \mid 00 \rangle =$$
$$= \frac{4\pi}{\Sigma_{s0}} \left[\frac{\Sigma_{t0}}{\Sigma_{s0}} \cdot \frac{k/\Sigma_{t0}}{\operatorname{arctg} k/\Sigma_{t0}} - 1\right]^{-1}. \qquad (4)$$

Здесь $g_0(\mathbf{k}, \mathbf{n}, \mathbf{n}')$ — фурье-образ функции Грина односкоростного кинетического уравнения с изотропным рассеянием; $\langle lm \mid \ldots \mid nq \rangle$ — матричный элемент по сферическим функциям: V_{I} — объем топлива в ячейке реактора; $V_{\mathrm{II}}^{(i)}$ — объем, занимаемый i-й компонентой замедлителя; $V_{я} = V_{\mathrm{I}} + \sum_i V_{\mathrm{II}}^{(i)}$; $x_{\mathrm{II}}^{(i)} = \frac{V_{\mathrm{II}}^{(i)}}{V_{я}}$; $x_{\mathrm{I}} = \frac{V_{\mathrm{I}}}{V_{я}}$; Σ_{t0} и Σ_{a0} — полное макроскопическое сечение и макроскопическое сечение поглощения;

$$\Sigma_{a0} = \frac{1}{V_{я}} \int\limits_{V_{я}} \Sigma_a(\mathbf{r})\,d\mathbf{r}; \quad \Sigma_{t0} = \frac{1}{V_{я}} \int\limits_{V_{я}} \Sigma_t(\mathbf{r})\,d\mathbf{r}; \qquad (5)$$

$$c_{\Sigma_a}(\mathbf{s}) = \int\limits_{V_{я}} (\Sigma_a(\mathbf{r}) - \Sigma_{a0}V_{я})\,d\mathbf{r}e^{i\mathbf{sr}};$$

$\mathbf{s}$ и $\mathbf{p}$ — векторы обратной решетки; γ заменяет ε и μ_i, где

$$\varepsilon(\mathbf{s}) = \frac{1}{V_{я}} \int\limits_{V_{\mathrm{I}}} e^{i\mathbf{sr}}\,d\mathbf{r}; \quad \mu_i(\mathbf{s}) = \frac{1}{V_{я}} \int\limits_{V_{\mathrm{II}}^{i}} e^{i\mathbf{sr}}\,d\mathbf{r};$$

$A(\mathbf{s}) = \int\limits_{V_{я}} Q(\mathbf{r})\,e^{i\mathbf{sr}}\,d\mathbf{r}$; $Q(\mathbf{r})$ — плотность источников нейтронов.

В диффузионном приближении, когда $\frac{s}{\Sigma_{t0}} \ll 1$ и $\Pi_g(\mathbf{s}, \mathbf{p}) \approx \frac{12\pi}{s^2}\,\delta_{\mathbf{sp}}$, для простой решетки получаем известные выражения для $\xi^{(i)}$ *.

Если сечение рассеяния тоже зависит от координат, то выражение для $\Pi(\mathbf{s}, \mathbf{p})$ следует изменить. Например, чтобы учесть этот эффект в двухкомпонентной среде с точностью до $(\Sigma_t^{\mathrm{I}} - \Sigma_t^{\mathrm{II}})$, следует вместо формулы (3) использовать

$$\Pi(\mathbf{s}, \mathbf{p}) \approx \widetilde{g}_0(\mathbf{s})\,\delta_{\mathbf{sp}} - x_{\mathrm{I}}(\Sigma_t^{\mathrm{I}} - \Sigma_t^{\mathrm{II}}) \times$$
$$\times \sum_{l,\,m} \langle 00 \mid \widetilde{g}_0(\mathbf{s}, \mathbf{n}, \mathbf{n}') \mid lm \rangle \langle lm \mid \widetilde{g}_0(-\mathbf{s}, \mathbf{n}, \mathbf{n}') \mid 00 \rangle\,\delta_{\mathbf{sp}}.$$

Если рассеяние неизотропно (но одинаково во всех компонентах системы), то при линейной анизотропии

$$\Pi(\mathbf{s}, \mathbf{p}) \approx \widetilde{g}_0(\mathbf{s})\,\delta_{\mathbf{sp}} - \frac{12\pi}{s^2}\,\Sigma_{s0}c_1\delta_{\mathbf{sp}},$$

где c_1 — средний косинус угла рассеяния. Остальные формулы не изменяются.

Приведенные выражения справедливы для гетерогенной системы с произвольной структурой ячейки и произвольным строением блока. Расчет по этим формулам сводится к вычислению сумм по узлам обратной решетки. Эти суммы для заданного расположения блоков легко протабулировать. Величины сечений выступают в качестве коэффициентов при таких суммах. Для простой решетки цилиндрических однородных блоков при изотропном рассеянии значения ξ, полученные по формуле (1), с точностью до нескольких процентов совпадают с результатом численного интегрирования уравнения переноса в широком диапазоне изменения ξ.

(**№ 265/4945.** Статья поступила в Редакцию 17/VI 1968 г., аннотация — 4/XI 1968 г. Полный текст 0,5 а. л., 1 табл., 2 библиографические ссылки.)

* А. Д. Галанин. Теория ядерных реакторов на тепловых нейтронах. М., Атомиздат, 1959.