ЖУРНАЛ «АТОМНАЯ ЭНЕРГИЯ», Т. 27, ВЫП. 2 (АВГУСТ 1969)

Об оценке максимального динамического отклонения температуры теплоносителя в реакторе

М. Х. ДОРРИ, М. М. СОЛОВЬЕВ

УДК 621.039.534

Широко распространенное [1] описание процессов теплообмена в реакторе с переменным расходом теплоносителя $G(\tau)$ по средним температурам твэлов θ_{cp} и теплоносителя t_{cp} имеет вид

$$\left.\begin{aligned} a_1\frac{dt_{cp}}{d\tau} &= G(\tau)(t_1-t_2)+k[G(\tau)](\theta_{cp}-t_{cp});\\ a_2\frac{d\theta_{cp}}{d\tau} &= \mu N(\tau)-k[G(\tau)](\theta_{cp}-t_{cp});\\ 2t_{cp} &= t_1+t_2, \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

где t_1, t_2 — температуры теплоносителя на входе и выходе реактора; N — нейтронная мощность реактора; G — расход теплоносителя первого контура; τ — время; μ, a_1, a_2, k — коэффициенты.

При ограниченных скоростях изменения $N(\tau)$, $G(\tau)$, $t_2(\tau)$, а также достаточно малых значениях коэффициентов a_1 и a_2 система (1) допускает дальнейшее упрощение:

$$\left.\begin{aligned} t_2^* &= t_1+\mu\frac{N(\tau)}{G(\tau)};\\ \theta_{cp}^* &= t_1+\frac{\mu}{2}\cdot\frac{N(\tau)}{G(\tau)}+\mu\frac{N(\tau)}{k[G(\tau)]}. \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

Уравнения (2) часто используются на практике для приближенной оценки значений температур (главным образом, температуры теплоносителя на выходе из реактора t_2^*) в динамических процессах управления тепловой мощностью реактора. Представляет интерес сравнить результаты, полученные при анализе процессов теплообмена по уравнениям (1) и (2).

Обозначим разности температуры в уравнениях (1), (2):

$$\Delta t = t_2 - t_2^*;$$
$$\Delta\theta = \theta_{cp}-\theta_{cp}^*,$$

получим систему уравнений

$$\left.\begin{aligned} a_1\frac{d\Delta t}{d\tau} &= -2G(\tau)\Delta t+k[G(\tau)](2\Delta\theta-\Delta t)-\\ &\qquad -a_1\frac{dt_2^*}{d\tau};\\ a_2\frac{d2\Delta\theta}{d\tau} &= -k[G(\tau)](2\Delta\theta-\Delta t)-a_2\frac{d2\theta_{cp}^*}{d\tau};\\ \Delta\theta(0) &= \Delta t(0)=0. \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

Очевидно, решение системы (3) позволило бы найти величины отклонений температур Δt и $\Delta\theta$, которые названы нами динамическими, поскольку они возникают при использовании уравнений статики (2) вместо уравнений динамики (1). Однако аналитическое решение выражения (3) представляет значительные трудности, и, кроме того, оно зависит от не заданных в явном виде функций $N(\tau)$, $G(\tau)$, $\frac{dt_2^*}{d\tau}$, $\frac{d2\theta_{cp}^*}{d\tau}$.

В работе [2] указано на интересное применение теории оптимального управления к задаче Булгакова (о накоплении максимальных ошибок).

В нашем случае эта идея применена для оценки максимальных отклонений температур, накапливаемых при самом неблагоприятном сочетании функций в системе уравнений (3). Получим такую оценку относительно динамических отклонений температуры теплоносителя на выходе из реактора Δt. Оценка максимального отклонения $\Delta\theta$ получается аналогичным образом.

Проведя несложные преобразования в уравнении (3) и вводя обозначения

$$x_1=\Delta t-2\Delta\theta;\ x_2=\Delta t;\ A=\frac{2G(\tau)}{a_1}>0;$$
$$B=k[G(\tau)]\left(\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}\right)>0;$$
$$C=\frac{k[G(\tau)]}{a_1}>0;\ u_1=\frac{d}{d\tau}\left\{t_1+\frac{2\mu N(\tau)}{k[G(\tau)]}\right\};$$
$$u_2=-\frac{d}{d\tau}\left\{t_1+\frac{\mu N(\tau)}{G(\tau)}\right\}, \quad (4)$$

получим:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dx_1}{d\tau} &= -Ax_2-Bx_1+u_1;\\ \frac{dx_2}{d\tau} &= -Ax_2-Cx_1+u_2;\\ x_1(0) &= x_2(0)=0. \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

Теперь можно рассматривать величины u_1, u_2 как ограниченные управляющие воздействия и поставить задачу о нахождении таких управлений, которые максимизировали бы интересующую нас координату x_2 при переводе системы (5) из точки ($x_1=0$, $x_2=0$) в любую другую точку (задача со свободным правым концом [2, 3]). Такая постановка задачи полностью соответствует нашим целям оценки максимального динамического отклонения температуры теплоносителя в реакторе, так как согласно выражению (4) координата $x_2 = \Delta t = t_2 - t_2^*$, а u_1 и u_2 являются функциями нейтронной мощности $N(\tau)$ и расхода теплоносителя $G(\tau)$, осуществляющих управление тепловой мощностью реактора.

Используя методику, изложенную в работах [2, 3], составим гамильтониан системы (5):

$$H = \psi_1(-Ax_2 - Bx_1 + u_1) + \psi_2(-Ax_2 - Cx_1 + u_2). \qquad (6)$$

При этом сопряженная система примет вид:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d\psi_1}{d\tau} &= B\psi_1 + C\psi_2; \\ \frac{d\psi_2}{d\tau} &= A\psi_1 + A\psi_2. \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

Для максимизации x_2 необходимо, чтобы гамильтониан H принимал минимально возможное значение. Минимум H достигается при граничных значениях u_1 и u_2. Поэтому достаточно определить знаки функций ψ_1 и ψ_2.

Из условия максимизации координаты x_2 в задаче со свободным правым концом значения ψ_1 и ψ_2 в конечный момент времени T известны: $\psi_1(T) = 0$, $\psi_2(T) = -1$. Нетрудно показать, что на отрезке времени $[0, T]$ знаки функций ψ_1 и ψ_2 не изменяются. Следовательно, $\psi_1 > 0$, $\psi_2 < 0$.

Таким образом, максимум x_2 достигается при следующем сочетании управляющих воздействий:

$$u_1 = -|u_{1\text{макс}}|, \quad u_2 = +|u_{2\text{макс}}|. \qquad (8)$$

С учетом (8) система уравнений (5) может быть переписана так:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dx_1}{d\tau} &= -Ax_2 - Bx_1 - u_{1\text{макс}}; \\ \frac{dx_2}{d\tau} &= -Ax_2 - Cx_1 + u_{2\text{макс}}; \\ x_1(0) &= x_2(0) = 0. \end{aligned}\right\} \qquad (5а)$$

Из решения системы (5а) координата x_2 подчиняется неравенству

$$0 \leqslant x_2 \leqslant \max\left[\frac{u_1C + u_2B}{A(B-C)}\right]. \qquad (9)$$

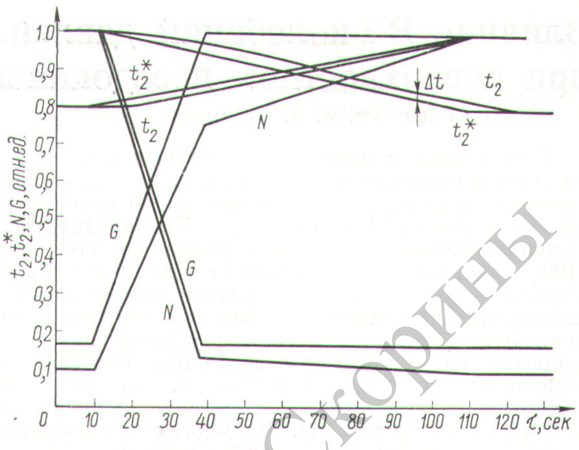
Следовательно, максимальное динамическое отклонение температуры теплоносителя на выходе из реактора с учетом выражений (4), (9) не превышает значения

$$\Delta t \leqslant \max \frac{a_2u_1 + (a_1 + a_2)u_2}{2G}, \qquad (10)$$

где, согласно выражению (4),

$$u_1 = \frac{d}{d\tau}\left[t_1 + 2\mu\frac{N(\tau)}{k[G(\tau)]}\right],$$

$$u_2 = -\frac{d}{d\tau}\left[t_1 + \mu\frac{N(\tau)}{G(\tau)}\right].$$



Сравнение кривых изменения температуры теплоносителя на выходе из реактора в режимах набора и снижения мощности.

В качестве примера на вычислительной машине проведено сравнение кривых изменения температуры теплоносителя на выходе из реактора по исходным уравнениям (1) и упрощенным уравнениям (2). Были приняты следующие значения параметров (все переменные даны в относительных единицах): $a_1 = 0{,}31$ *сек*; $a_2 = 2{,}57$ *сек*; $\mu = 0{,}447$; $k(G) = 3{,}2 + 1{,}8G(\tau)$; $\frac{d}{d\tau}[N(\tau)/G(\tau)] = \pm 0{,}005\ \frac{1}{\text{сек}}$; $\frac{dt_1}{d\tau} = 0$, $\frac{d}{d\tau}[G(\tau)] = \pm 0{,}03\ \frac{1}{\text{сек}}$; $0{,}163 \leqslant G \leqslant 1{,}0$; $0{,}1 \leqslant N \leqslant 1{,}0$. При этом согласно выражению (10) максимальное динамическое отклонение Δt не должно превышать 0,055.

Результаты вычислений представлены на рисунке. Видно, что наибольшие отклонения Δt имеют место на низких уровнях мощности, особенно в режимах снижения мощности. В режимах повышения мощности Δt уменьшается с ростом мощности.

Важно отметить, что максимальное динамическое отклонение температуры теплоносителя на выходе из реактора $\Delta t = t_2 - t_2^*$ не превышает аналитически предсказанной по формуле (10) величины 0,055.

Поступило в Редакцию 1/VIII 1968 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. Шульц. Регулирование энергетических ядерных реакторов. М., Изд-во иностр. лит., 1957.
2. Л. И. Розоноэр. «Автоматика и телемеханика». XX, № 10—12 (1959).
3. В. Г. Болтянский. Математические методы оптимального управления. М., «Наука», 1966.