

УДК 681.3.06 : 624.131

**МЕТОДОЛОГИЯ, МЕТОДЫ И ТЕХНОЛОГИЯ КОМПЬЮТЕРНОГО
ОБЪЕКТНО-ОРИЕНТИРОВАННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ
НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ ДЕФОРМИРУЕМЫХ ТВЁРДЫХ ТЕЛ**

В.Е. Быховцев

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Гомель

**METHODOLOGY, METHODS AND TECHNOLOGY OF COMPUTER
OBJECT-ORIENTED MODELLING OF NONLINEAR SYSTEMS
OF DEFORMABLE SOLID BODIES**

V.E. Bykhautsau

F. Scorina Gomel State University, Gomel

В плане решения проблемы совершенствования ресурсосберегающих технологий в промышленном и гражданском строительстве приводятся материалы оригинальных исследований на основе концепций системного подхода, современных компьютерных технологий и разработанных методов решения граничных задач нелинейной теории упругости.

Ключевые слова: нелинейные системы, деформируемые твёрдые тела, строительство, методы, средства и технология оптимизации.

The paper presents one of the ways of decision of the problem of perfection of the resource-saving technology in industrial and civil construction. Materials of the original researches are considered on the basis of concepts of the system approach, modern computer technologies and the developed methods of decision of boundary problems of the nonlinear theory of elasticity.

Keywords: nonlinear systems, deformable solid bodies, construction, methods, means and technology of optimization.

Введение

Эксплуатационная надёжность и стоимость строительного объекта в значительной степени зависят от полноты учёта его структуры и свойств и применяемых методов и средств расчёта напряжённо-деформированного состояния здания, фундамента и грунтового основания как единой нелинейной системы.

Все современные расчёты при проектировании зданий и сооружений проводятся исходя из принципа линейной деформируемости грунтового основания для отдельных характерных сечений строительной площадки [1], [2], [9]. При этом взаимное влияние фундаментов в плане всего здания, как правило, не учитывается, что приводит к значительным погрешностям при определении его типоразмеров. Основные недостатки применяемых методик и программного обеспечения можно определить следующим образом.

1. Грунтовое основание, здание и фундамент не рассматриваются как целостная нелинейная система [7].

2. Применяются упрощённые математические модели грунтового основания и конструкций [7].

3. Для решения краевых задач нелинейной теории упругости применяются итерационные методы, сходимость которых очень слабая [2], [4], [5], [7].

Эти факторы в целом приводят к значительной погрешности вычислений, что сопряжено с перерасходом строительных материалов. Следовательно, существует проблема совершенствования ресурсосберегающих технологий в промышленном и гражданском строительстве. Значительным вкладом в решение этой проблемы будет разработка методологии и эффективных математических методов и средств исследования напряжённо-деформированного состояния строительных объектов как пространственных многосвязных нелинейных и неоднородных систем деформируемых твёрдых тел. В настоящей работе в плане решения указанной проблемы приводятся материалы оригинальных исследований на основе концепций системного подхода, современных компьютерных технологий и разработанных методов решения граничных задач нелинейной теории упругости [2], [3], [5], [6].

1 Компьютерное объектно-ориентированное моделирование физических систем

Основные определения и понятия.

В общем случае под системой понимают конечное множество элементов и связей между ними и между их свойствами, действующими как целостное образование для достижения единой цели. Элементом называется некоторый объект (материальный, информационный и др.), обладающий рядом определённых свойств, но

внутреннее строение (содержание) которого безотносительно к цели рассмотрения [2], [6], [9].

Компьютерное объектно-ориентированное моделирование физических систем в своей основе содержит понятие объекта системы, его свойств и связей; выполняется в соответствии с принципами системного подхода, используя методы математического и геометрического моделирования, методы визуального объектно-ориентированного программирования и методы вычислительного эксперимента. При компьютерном объектно-ориентированном моделировании реальной физической системе ставится в соответствие её виртуальная физическая модель, которая строится на экране монитора и отображает структуру и свойства исходной системы, при этом происходит решение ряда позиционных и метрических задач. Так как для рассматриваемого класса задач реальные компоненты исследуемой системы состоят из конструктивных элементов, то логично будет и в качестве элементарных составляющих виртуальной физической модели принять некоторые виртуальные конструктивные элементы. Физическое содержание этих элементов определяется физическим содержанием реальной исследуемой физической системы. В целом вся проектируемая система: здание, фундамент и грунтовое основание, может быть представлена из ограниченного числа конструктивных типовых элементов однородных по своей структуре и свойствам, которые в компьютерном представлении будем называть конструктивными виртуальными элементами [2], [3].

Построение виртуальной физической модели системы.

Виртуальный конструктивный элемент в памяти компьютера представляет собой объект, обладающий рядом свойств и методов, которые можно разделить на следующие группы:

- определение геометрических свойств реального конструктивного элемента: размеры, внутренние и внешние границы;
- определение физических свойств реального конструктивного элемента: закон деформирования, модуль упругости, коэффициент Пуассона и т. п.;
- осуществление визуализации конструктивного виртуального элемента;
- формирование математической модели;
- методы исследования математической модели и формирования виртуальной модели состояния системы.

На этапе формирования виртуальной физической модели системы рационально параллельно провести её дискретизацию на конечные элементы. Шаг разбиения может быть неравномерным, однако узлы на границах между конструктивными элементами должны быть строго общими. После построения виртуальной модели конструкции и грунтового основания

необходимо задать граничные условия. На этом формирование виртуальной физической модели завершается.

Таким образом, виртуальная физическая модель состоит из виртуальных объектов, наследующих выделенные свойства, связи, назначение и привязку соответствующих объектов реальной системы. Поэтому исследование реальной системы является начальным этапом разработки проекта работ по созданию системы компьютерного визуального объектно-ориентированного моделирования систем и объектов.

Построение математической модели системы.

Из приведенного общего определения системы следует, что природа элементов системы может быть различна. Это качество системы и принципы системного подхода в целом позволяют подойти к исследованию систем на довольно высоком содержательном уровне [2], [3], [5], [6]. Наполнение системы определяет её предметную направленность, и этим предопределяют методологию и технологию её исследования. Задачи исследования могут быть разными. В настоящей работе ставится задача исследования напряжённо-деформированного состояния системы деформируемых твёрдых тел в целом и на уровне её отдельных элементов. Для этого в каждом конкретном случае необходимо определить содержание системы, т.е. её границы и наполнение. Всё это обусловит облик исследуемой системы. Математическая модель сложной системы получается как синтез математических моделей её элементов.

Всякая реальная система или объект всегда имеют определенные связи с внешней средой, которая налагает свои условия на их существование и функционирование. Все эти и другие качества в математической модели должны иметь своё отображение, а это значит, что математическая модель может иметь свою структурную схему [2]. Учитывая произвольность постановки задачи решать ее лучше методом математического моделирования на основе метода конечных элементов или метода суперэлементов и методов численного решения нелинейных краевых задач [2], [3], [5], [6]. Это сразу накладывает свои требования на структуру ядра математической модели. Будем строить его на основе одного из энергетических принципов, например, на основе принципа минимума полной энергии системы [7], [8]. В этом случае для краевых задач механики грунтов приведенная структурная схема будет иметь вид [2]:

1. Геометрическая модель геологического разреза основания.

2. Механико-математические модели элементов структуры основания $\sigma_i = f(\varepsilon_i)$, где σ_i , ε_i – интенсивности напряжений и деформаций.

3. Система краевых условий, задаётся в соответствии с классификацией поставленной задачи как краевой задачи математической физики.

4. Условия равновесия системы (ядро математической модели):

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \{U\}} = 0,$$

где $\Pi = \frac{1}{2} \int_V \{\varepsilon\}^T \{\sigma\} dV - \{U\}^T \{P\}$ – полная энергия деформируемой системы,

$\{P\}$ – вектор внешних сил,

$\{\sigma\}$, $\{\varepsilon\}$, $\{U\}$ – векторы напряжений, деформаций и перемещений,

V – объём области существования исследуемой системы.

5. Математическая модель (форма) искомого решения

$$\varphi = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 y + \alpha_3 z.$$

Применение нелинейных форм искомого решения привело к значительному усложнению вычислительных алгоритмов, но значимого повышения точности решений при этом получено не было. Предлагаемая структурная схема является общим эффективным алгоритмом построения математических моделей систем или объектов. Возникающие при этом проблемы, как правило, сводятся к построению математических моделей систем и разработке методов их исследования.

2 Механико-математические модели деформирования твёрдых тел

Моделирование свойств деформируемого твёрдого тела.

Физико-механические свойства любого деформируемого твёрдого тела определяют его состояние под нагрузкой. Характер и особенности деформационного процесса описываются аналитически или дискретно. Для любого деформируемого твёрдого тела, и в том числе элементов структуры грунтового основания, при упругой стадии работы имеет место соотношение (закон Гука)

$$\sigma_i = E \varepsilon_i, \quad (2.1)$$

В этом случае достаточно двух физико-механических характеристик: линейного модуля деформации E и коэффициента Пуассона μ . Существует несколько хорошо отработанных методов их определения [9]. *Значительно сложнее обстоит дело при рассмотрении твёрдого тела и особенно грунта в стадиях за пределом линейного деформирования.* Для различных грунтов и многих других твёрдых тел при нагрузках, не превосходящих предельную, зависимость $\sigma_i \leftrightarrow \varepsilon_i$ представляется неубывающей кривой параболического типа. В этом случае возникают затруднения при определении коэффициентов аппроксимирующих уравнений. Ниже рассмотрены два вида уравнений указанного типа и

предложены разработанные автором способы определения их коэффициентов через основные физико-механические характеристики деформируемого тела [2].

Модель нелинейно-упругого деформирования. Для сложного напряженного состояния механико-математическая модель в общем виде может быть представлена так:

$$\sigma_i = E(\varepsilon_i) \varepsilon_i. \quad (2.2)$$

Как следует из многочисленных экспериментов процесс деформирования грунтов графически можно представить в виде кривой параболического типа [1], [5], [7], [9]:

$$\sigma_i^n = f(\varepsilon_i^n),$$

верхний индекс « n » есть признак нелинейного деформирования. Эта кривая всегда положительно определенная неубывающая функция, проходящая через точку $O(0,0)$ и имеющая в ней касательную. Экстремум соответствует переходу в пластическое состояние деформируемого тела. Нагрузка, соответствующая этому экстремуму, называется предельной нагрузкой, до которой реальное нагружение не должно доходить. Реальные нагрузки на грунт задаются в интервале $[0, P_{пред.}]$, поэтому в теоретических исследованиях возможна аппроксимация участка кривой соответствующего интервала. Касательная к кривой деформирования в точке $O(0,0)$ будет выражать закон линейного деформирования грунта (2.1). Теоретически для всех твердых тел

$$\varepsilon_i \Big|_{\sigma_i=0} = 0. \quad (2.3)$$

Моделью закона деформирования примем степенную функцию, тогда

$$\sigma_i = A \varepsilon_i^m, \quad A > 0, \quad 0 < m < 1, \quad (2.4)$$

A , m – экспериментальные параметры, процесс их определения длительный и дорогостоящий. Рассматривая в качестве деформируемых твёрдых тел грунты, следует отметить, что строительные нормы и правила содержат все основные физико-механические характеристики грунта, методика которых хорошо отработана. Поэтому *актуальной является задача определения параметров принимаемой формы закона деформирования на основании нормативных характеристик грунтов, содержащихся в строительных нормах и правилах.* Основываясь на физических постулатах деформирования грунтов, автор исследовал и предложил некоторые подходы математического определения приближённого значения параметров аппроксимаций процесса деформирования грунта в форме (2.4). Из выше изложенного следует, что до нагрузки $P_{кр}$ реальный деформационный процесс будет квазилинейным. Это значит, что он может быть описан уравнением закона Гука (2.1). При использовании параболической аппроксимации в указанном диапазоне нагрузок будем иметь нелинейную зависимость напряжений и деформаций (2.4). Но при

критической нагрузке напряжения и деформации в обоих случаях будут совпадать, т.е. будем иметь

$$\sigma_{i,кр}^e = \sigma_{i,кр}^n = \sigma_{i,кр}, \quad \varepsilon_{i,кр}^e = \varepsilon_{i,кр}^n = \varepsilon_{i,кр}. \quad (2.5)$$

Следует, однако, отметить, что совпадения графиков деформационных процессов на этом интервале нагрузок не будет, но они должны быть достаточно близки. В качестве меры их близости выберем энергии деформирования при критической нагрузке [7], [8], [9]:

$$P^e = \int_0^t \sigma_i^e d\varepsilon_i^e, \quad P^n = \int_0^t \sigma_i^n d\varepsilon_i^n, \quad (t = \varepsilon_{i,кр}). \quad (2.6)$$

Подставим в (2.6) значения интенсивностей напряжений согласно (2.1) и (2.4) и, выполнив интегрирование, рассмотрим отношение этих энергий. Учитывая (2.5), после несложных преобразований будем иметь:

$$\alpha = \frac{P^e}{P^n} = \frac{\frac{1}{2} \sigma_{i,кр} \varepsilon_{i,кр}}{\frac{1}{1+m} \sigma_{i,кр} \varepsilon_{i,кр}} = \frac{1+m}{2}. \quad (2.7)$$

Согласно (2.4) $0 \leq m \leq 1$, тогда из (2.7) получим: $0,5 \leq \alpha \leq 1$. Отсюда следуют характеристические описания двух вариантов состояния твёрдого тела:

– линейное деформирование – $\{\alpha=1, m=1\}$, при этом $0,5 > \mu \geq 0$;

– пластическое состояние – $\{\alpha=0,5; m=0\}$, в этом случае $\mu = 0,5$. (2.8)

Характеристические соотношения (2.8) дают некоторые предпосылки для установления зависимости $m = f(\mu)$. Методом компьютерного моделирования было проанализировано несколько возможных форм для установления этой зависимости. Наилучшие результаты получены для соотношения

$$m = \frac{1-2\mu}{1-\mu}.$$

В этом случае, в соответствии с (2.7),

$$\alpha = \frac{2-3\mu}{2(1-\mu)}. \quad (2.9)$$

Значения величин α и m для всего диапазона значений коэффициента Пуассона μ представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Зависимость параметров нелинейности от коэффициента Пуассона

μ	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
m	1	0,89	0,75	0,57	0,33	0
α	1	0,94	0,875	0,786	0,665	0,5

Приведенные количественные соотношения величин μ , α и m полностью соответствуют физическим постулатам деформирования твёрдых тел: чем твёрже тело, тем меньше коэффициент Пуассона μ и больше параметр m модели

состояния нелинейно-деформируемого твёрдого тела (2.4), и больше параметр α , выражающий степень близости энергий деформирования при критической нагрузке для линейной и нелинейной моделей состояния твёрдого тела.

Для напряжения, соответствующего критической нагрузке, интенсивности деформаций согласно (2.1), (2.4) будут равны, поэтому будет иметь место соотношение

$$E \varepsilon_{i,кр} = A \varepsilon_{i,кр}^m, \quad (2.10)$$

откуда следует

$$A = E \varepsilon_{i,кр}^{1-m}. \quad (2.11)$$

Подставив в (2.11) значение ε_i из (2.1), при критической нагрузке после несложных преобразований получим

$$A = E^m \sigma_{i,кр}^{1-m} = \left(\frac{E}{\sigma_{i,кр}} \right)^m \sigma_{i,кр}. \quad (2.12)$$

На основании проведенного анализа результатов экспериментальных исследований ряда реальных задач механики грунтов автором была разработана следующая эмпирическая формула для определения $\sigma_{i,кр}$:

$$\sigma_{i,кр} = c + 0,03 \operatorname{tg} \varphi (0,5 - \mu) E. \quad (2.13)$$

Эта формула соответствует физической сущности условий (2.8).

Таким образом, алгоритм, представленный формулами (2.7)–(2.13), позволяет определить параметры модели состояния нелинейно-деформируемого твёрдого тела в форме (2.4), что даёт возможность решать задачи по расчёту нелинейных деформаций грунта на основании его нормативных характеристик, содержащихся в строительных нормах и правилах.

3 Численно-аналитические методы исследования математических моделей нелинейных систем деформируемых твёрдых тел

В настоящей работе предлагаются оригинальные двухэтапные методы решения краевых задач нелинейной теории упругости. В этих методах рассматривается краевая задача для однородного нелинейно-деформируемого твёрдого тела объёма V с границей Γ .

Метод энергетической линеаризации.

В методе энергетической линеаризации краевой задаче нелинейной теории упругости телу объёма V с границей Γ и законом деформирования ставится в соответствие геометрически тождественное гипотетическое линейно-упругое тело с законом деформирования $\sigma_i^r = E^r \varepsilon_i$.

Модуль деформации E^r подлежит определению и должен быть таким, чтобы при тождественных граничных условиях для обоих тел их смещения совпадали. В соответствии с принципом возможных перемещений [7], [10], [12], [13] для всякой сплошной среды

$$\delta \left(\int_V P dV - W \right) = 0,$$

P – потенциал деформации, W – работа внешних сил.

Для единичного элемента

$$P = \frac{\varepsilon^2}{6k} + \int_0^{\varepsilon_i} \sigma_i d\varepsilon_i, \quad k = \frac{1-2\mu}{E},$$

где ε – средняя деформация, k – коэффициент объемного сжатия.

В силу поставленного условия для модуля деформации E^r и тождественности граничных условий для рассматриваемых твёрдых тел можно утверждать, что работы внешних сил на смещениях для исследуемого нелинейно – деформируемого и гипотетического линейно-упругого тел будут равны, т.е. будем иметь $W^n = W^r$, тогда

$$\delta \int_V (P^n - P^r) dV = \delta \int_V \left(\int \sigma_i^n d\varepsilon_i - \int \sigma_i^r d\varepsilon_i \right) dV = \\ = \delta \int_V \left(\int f(**) \varepsilon_i d\varepsilon_i - E^r \int \varepsilon_i d\varepsilon_i \right) dV = 0,$$

P^n – энергия деформации нелинейно-упругого тела, P^r – энергия деформации гипотетического линейно-упругого тела, индексы « n » и « r » – признаки нелинейно-упругого и гипотетического линейно-упругого тел.

Полученное выражение представим в следующей форме

$$\delta \int_V \varepsilon_i (F(\varepsilon_i) - \sigma_i^r / 2) dV = \\ \int_V \delta \varepsilon_i (F(\varepsilon_i) - \sigma_i^r / 2) dV = 0, \quad (3.1)$$

где $F(\varepsilon_i) = \varepsilon_i^{-1} \int f(**) \varepsilon_i d\varepsilon_i$.

В соответствии с основной леммой вариационного исчисления из (3.1) следует:

$$F(\varepsilon_i) - \sigma_i^r / 2 = 0. \quad (3.2)$$

При законе деформирования в виде (2.4) из (3.2) получим:

$$\sigma_i^n = 0,5(1+m)\sigma_i^e. \quad (3.3)$$

Подставим (3.3) в уравнение состояния (2.4) и, учитывая закон Гука $\sigma_i^e = E\varepsilon_i^e$, решим его относительно ε_i , получим:

$$\varepsilon_i = \left(\frac{1+m}{2A} E_0 \varepsilon_i^e \right)^{\frac{1}{m}},$$

$$E^r = \frac{\sigma_i^e}{\varepsilon_i} = E_0 \left[\frac{2A}{(1+m)E_0 \varepsilon_i^{1-m}} \right]^{\frac{1}{m}}.$$

Если закон деформирования имеет вид

$$\sigma_i^n = E_0 \varepsilon_i - B \varepsilon_i^m, \quad B > E, \quad m > 1,$$

то ε_i определяется из уравнения:

$$E_0 \varepsilon_i - \frac{2B}{1+m} \varepsilon_i^m = \sigma_i^e,$$

в этом случае

$$E^r = \frac{\sigma_i^e}{\varepsilon_i} = E_0 - \frac{2B}{1+m} \varepsilon_i^{m-1}.$$

Для полученных значений E^r решается линейная задача. Полученное решение будет являться и решением исходной нелинейной задачи.

Сравнительный анализ эффективности методов.

Исследование эффективности методов проводилось на решении краевой задачи нелинейной механики грунтов, для которой известны результаты натурального эксперимента [1].

Модельная задача. Железобетонная одиночная свая сечением 0,25·0,25 м, погружена на 5 м в грунтовое основание, на сваю действует вертикальная статическая нагрузка q . Приведённые начальные характеристики грунтового основания $E = 6.875$ МПа, $\mu = 0.41$. Необходимо определить осадку сваи.

Уравнение состояния было принято в виде (2.4). Значения параметров A и m были определены на основании экспериментальных данных, получено: $A = 4,55$ МПа, $m = 0.29$. Задача рассматривалась как пространственная.

Размеры расчётной области определены на основании экспериментальных исследований [2]: 3·3·12 м. Точность решения была выбрана 0.001. Задача решалась в линейной и в нелинейной постановках методом конечных элементов в сочетании с методом энергетической линеаризации и с методом начальных напряжений [2]. Результаты вычислений приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Осадки одиночной сваи, $q=200$ кН

Метод решения СЛАУ	Линейное решение		Метод энергетической линеаризации		Метод начальных напряжений		
	Время, с	Осадка, см	Время, с	Осадка, см	Время, с	Кол-во итераций	Осадка, см
Гаусса	57	0.47	112	2.21	497	9	2.26
Квадратного корня	54	0.48	110	2.20	486	9	2.27
Сопряжённых градиентов	28	0.48	57	2.22	252	9	2.28
Сопряжённых градиентов с предобуславливанием Холецкого	28	0.48	49	2.21	151	9	2,29
Эксперимент		2.24		2.24			2.24

Полученные результаты решений задачи в нелинейной постановке практически одинаково близки экспериментальным данным, но время решения рассматриваемой задачи методом энергетической линеаризации в 3-5 раз меньше времени решения этой задачи методом начальных напряжений. Наиболее эффективным методом решения основного уравнения метода конечных элементов оказался метод сопряжённых градиентов с преобусловливанием Холецкого.

Основное содержание методики и технологии компьютерного объектно-ориентированного моделирования этого класса задач покажем на примере конкретной задачи.

4 Компьютерное моделирование смещения винтовой сваи в грунтовом основании при сжимающей нагрузке

4.1 Физическая постановка задачи

Конструктивно винтовая свая представляет собой металлическую трубу диаметром d_c с винтовой лопастью на конце. Диаметр лопасти $D_l > d_c$, что показано на рисунке 1. При анализе деформационного процесса грунтового основания винтовой сваи можно выделить два этапа: завинчивание сваи и взаимодействие сваи с грунтовым основанием при действии сжимающей нагрузки. При завинчивании сваи происходит смятие грунта в цилиндрической области диаметра D_l и его уплотнение вследствие внедрения тела сваи. Наибольшее уплотнение грунта будет в цилиндрической подобласти с толщиной стенки $D_l - d_c$. Уплотнение грунта будет происходить и за пределами указанной подобласти с постепенным убыванием до его начального естественного состояния.

В целом винтовая свая с уплотнённой областью грунтового основания образуют сложную по структуре и свойствам неоднородную и нелинейную физическую систему. При действии на винтовую сваю сжимающей нагрузки образуется деформируемая область, которая будет включать и всю уплотнённую зону грунтового основания. При расчёте осадки винтовой сваи эти особенности в определённой мере должны быть учтены.

4.2 Экспериментальные исследования осадки сваи объекта №1

Данные для проведения испытания сваи статической вдавливающей нагрузкой.

Объект №1: «Башни связи СООО «МТС» по трассе М-10 «Гомель-Брест».

Пункт: д. Сосновец Петриковского р-на Гомельской обл.

Базовая станция № 434 «Сосновец».

Свая № 1 в осях В.

Вид сваи: винтовая.

Материал сваи: сталь С345Д.

Сечение сваи на верхнем и нижнем концах: $d = 219 \times 12$ мм.

Длина сваи: 8,50 м (проект).

Диаметр лопасти: $D = 500$ мм.

Глубина погружения или заложения сваи: 4,1 м.

Краткая характеристика грунта по лобовой и боковой поверхности сваи: песок мелкий прочный $E=32$ МПа, $\varphi = 35^\circ$, $c = 3$ кПа, $\gamma = 10,5$ кН/м³.

Отметим, что эти характеристики грунта были определены до завинчивания сваи. Вследствие возникающего уплотнения грунта при завинчивания сваи, значения характеристик грунта изменятся.

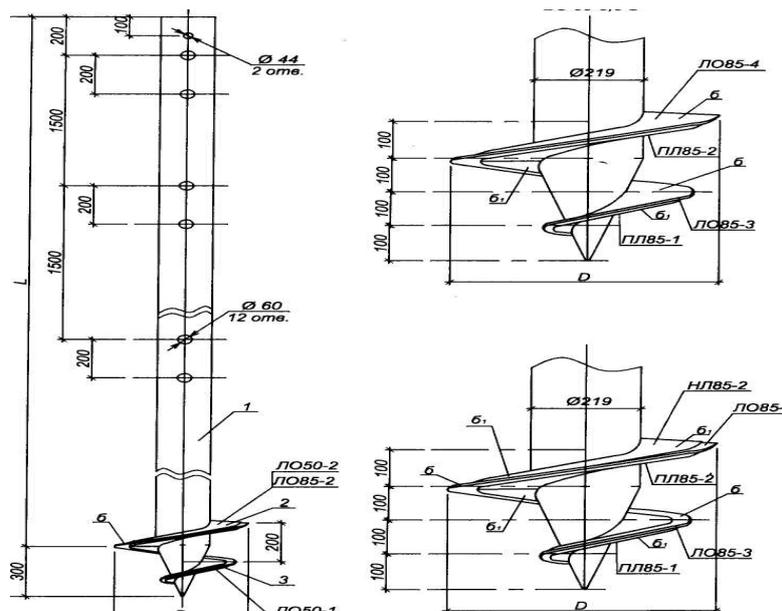


Рисунок 1 – Конструкция винтовой металлической сваи

Можно, конечно, этим пренебречь, но допускаемые при этом погрешности расчётов могут оказаться недопустимыми. В приведенных исследованиях эта задача решается. Результаты натурного эксперимента для сваи №1 объекта № 1 представлены графически на рисунке 2.

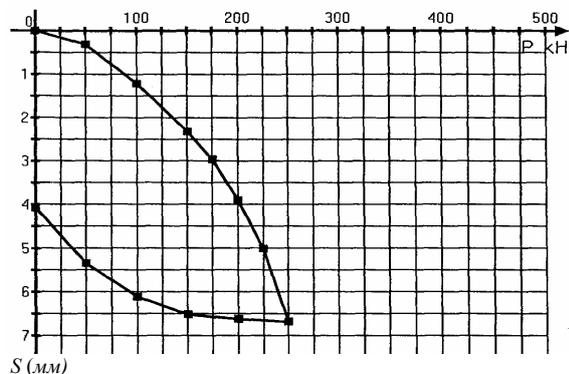


Рисунок 2 – График зависимости осадки винтовой сваи от нагрузки (заглубление сваи – 410 см)

Следует также отметить, что результаты, приведенные на графике рисунка 2, относятся к грунтовому основанию с изменёнными свойствами: грунт уплотнён. И это необходимо учитывать при определении смещения винтовой сваи при вдавливании и выдёргивании

4.3 Компьютерное моделирование деформации грунтового основания винтовой сваи

При устройстве фундаментов на основе свай всегда происходит изменение физико-механических характеристик грунтового основания в определённой окрестности конструкции фундамента. Неучёт этой особенности приводит к недоиспользованию несущей способности грунтового основания и, как следствие, к повышению стоимости возводимого здания. В настоящей работе на примере винтовой сваи показаны основы разработанного подхода к исследованию деформаций грунтового основания фундамента.

Характер взаимодействия винтовой сваи с грунтовым основанием в силу имеющихся конструктивных особенностей и способа её устройства существенно влияет на величину осадки отдельной сваи и свайного фундамента в целом. При анализе деформационного процесса грунтового основания винтовой сваи можно выделить два этапа: завинчивание сваи и взаимодействие сваи с грунтовым основанием при действии сжимающей или выдёргивающей нагрузки. При завинчивании сваи происходит смятие грунта в цилиндрической области диаметра D_n и его уплотнение вследствие внедрения тела сваи. При действии на винтовую сваю сжимающей нагрузки образуется деформируемая область, которая

будет включать и всю уплотнённую зону грунтового основания. Геометрия уплотнения может быть определена только экспериментально, что очень трудоёмко и дорого.

Учёт уплотнения математическими методами или методом компьютерного моделирования приводит к необходимости принятия некоторой модели структуры и свойств рассматриваемой физической системы. Наиболее эффективными могут быть два подхода: рассмотреть некоторое однородное грунтовое основание эквивалентное по несущей способности исходному уплотнённому грунтовому основанию, другим вариантом может быть учёт уплотнения грунта, примыкающего к свае в подобласти с толщиной стенки $D_n - d_c$. В обоих случаях необходимо определять физико-механические характеристики грунта в пределах расчётной области. В настоящей работе рассмотрены оба подхода. Как уже указывалось, деформации грунтового основания винтовой сваи будут нелинейными, поэтому возникает необходимость определения уравнения закона его деформирования и параметров этого закона. Решение этой задачи возможно только посредством лабораторного или натурного эксперимента.

В настоящей работе для анализа методом компьютерного моделирования смещения винтовой сваи при вдавливании рассматриваются три подхода к построению виртуальной физической и математической моделей исследуемой системы, что показано на рисунке 3.

1. Грунтовое однородное или неоднородное нелинейно-деформируемое основание с заданными значениями физико-механических характеристик.

2. Однородное грунтовое основание, эквивалентное по несущей способности реальному неоднородному уплотнённому грунтовому основанию.

3. Грунтовое основание с заданными значениями физико-механических характеристик и с уплотнённым грунтом в цилиндрической подобласти с толщиной стенки $D_n - d_c$, несущая способность такой физической системы должна соответствовать несущей способности реального неоднородного уплотнённого грунтового основания.

При компьютерном моделировании все виртуальные физические модели определяются в одной и той же дискретизованной области. В общем случае грунтовое основание рассматривается как неоднородная нелинейно-деформируемая среда. Физико-механические характеристики для виртуальных физических и математических моделей определяются на основании экспериментальных данных зависимости смещения винтовой сваи от вдавливающей нагрузки. Все указанные факторы должны быть учтены при построении метода определения смещения винтовой сваи в грунтовом основании [2], [3], [4].

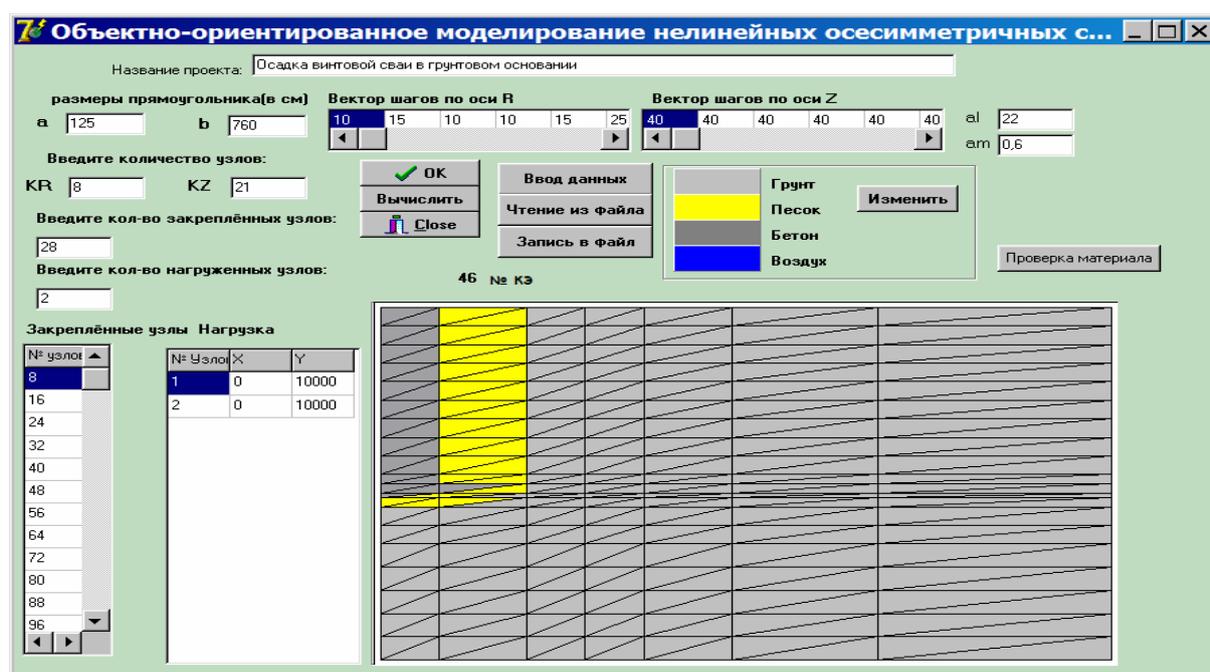


Рисунок 3 – Технология построения виртуальной физической модели системы «Винтовая свая – грунтовое основание с локальным уплотнением»

Для определения всех необходимых исходных данных для компьютерного моделирования поставленных задач в настоящей работе рассмотрены и использованы экспериментальные данные для конкретных объектов в различных районах Беларуси, полученные в отделе оснований и фундаментов БелНИИСа.

4.4 Прикладные вопросы методики и технологии компьютерного объектно-ориентированного моделирования смещения винтовой сваи

Рассматривая грунтовое основание, структуру винтовой сваи и внешние нагрузки как единую нелинейную систему, методом визуального объектно-ориентированного моделирования исследуем деформации грунтового основания и осадки винтовой сваи при различных входных данных системы с целью установления некоторых общих закономерностей функционирования системы в целом. Методика визуального объектно-ориентированного моделирования разработана на основе метода конечных элементов и метода энергетической линеаризации. Для исследования приняты результаты натурных экспериментов, где рассматриваются одиночные винтовые сваи при условии полного сцепления поверхности сваи с грунтом. Схема дискретизации расчётной области общая для всех задач.

При постановке модельных задач учтено, что после завинчивания сваи грунт в некоторой подобласти, примыкающей к поверхности сваи, будет находиться в изменённом состоянии вследствие его уплотнения. Исследование

деформационного процесса системы «Винтовая свая – грунтовое основание» проводилось методом компьютерного объектно-ориентированного моделирования с помощью разработанного программного комплекса «Энергия – ОС».

Для математического и компьютерного моделирования линейных и нелинейных систем механики грунтов необходимо иметь закон деформирования любого элемента физической системы. Тип графика деформационного процесса осадки винтовой сваи в грунтовом основании можно определить несколькими типами уравнений, но наиболее подходящей моделью указанного деформационного процесса будет степенная функция $y = ax^m$, $a > 0$, $0 < m < 1$.

На этом основании в настоящем исследовании уравнение закона деформирования грунтового основания винтовой сваи принято в виде

$$\sigma_i = A\varepsilon_i^m, \quad A > 0, \quad 0 < m < 1,$$

где σ_i , ε_i – интенсивности напряжений и интенсивности деформаций.

Для рассматриваемой задачи на основании данных эксперимента получено $\sigma_i = 20\varepsilon_i^{0,54}$. Учитывалось уплотнение грунтового основания вследствие завинчивания сваи. Технология построения виртуальной физической модели системы представлена на рисунке 3.

4.5 Численный анализ деформирования грунтового основания и осадки винтовой сваи объекта № 1

В настоящих исследованиях рассматривается винтовая свая из стали, см. п. 4.1.

Следовательно, по отношению к любому грунтовому основанию сваю можно считать абсолютно твёрдым телом. При исследованиях принято, что проскальзывание грунта по поверхности сваи отсутствует. В силу симметричности конструкции винтовой сваи и нелинейности деформирования грунтового основания поставленная задача классифицируется как осесимметричная краевая задача нелинейной математической физики (механики грунтов). Структура и размеры дискретизованной расчётной области представлены на схеме рисунка 3. В таблице 3 представлены значения перемещений в узлах дискретизованной области, узлы расположены на вертикалях, отстоящих от поверхности сваи на расстояниях 10 см, 25 см, 35 см, 45 см. Решения получены при условии линейно-упругого и нелинейно-упругого деформирования уплотнённого грунтового основания.

В данной таблице в первом столбце приведены значения расстояний от выбранных горизонтальных линий дискретизованной расчётной области виртуальной физической модели исследуемой системы. Во втором столбце показаны вертикальные перемещения узловых точек поверхности сваи. В трёх последующих столбцах приведены значения вертикальных перемещений в узлах вертикалей, отстоящих от поверхности сваи на расстояниях 25 см, 35 см, 45 см. Из таблицы видно, что вертикальные перемещения на каждой вертикали равны до уровня лопасти сваи. Такой эффект называется телескопическим сдвигом. В области лопасти сваи, уровень 380 см, наблюдается уплотнение грунта выше и ниже лопасти и правее её до расстояния 45 см. Отметим, что все эти величины зависят от входных данных конкретной задачи. Перемещения, полученные при условии нелинейно-упругого деформирования, значительно отличаются от соответствующих величин, полученных при условии линейно-упругого деформирования грунтового основания. Из таблицы также видно, что нелинейные деформации затухают быстрее деформаций, полученных при условии линейно-упругого деформирования. Это известный факт, этим решением мы его только подтвердили.

Таблица 3 – Деформации грунтового основания винтовой сваи (P=225 кН)

H (см)	r (см)	Линейное деформирование				Нелинейное деформирование			
		10	25	35	45	10	25	35	45
0		0,38	0,25	0,17	0,12	0,48	0,25	0,13	0,06
40		0,38	0,25	0,17	0,12	0,48	0,25	0,13	0,06
160		0,38	0,25	0,17	0,12	0,48	0,25	0,13	0,05
320		0,38	0,25	0,17	0,12	0,485	0,268	0,13	0,05
360		0,38	0,29	0,19	0,12	0,49	0,35	0,15	0,05
380		0,38	0,38	0,21	0,12	0,49	0,49	0,15	0,046
400		0,38	0,26	0,16	0,1	0,49	0,24	0,1	0,035
410		0,29	0,21	0,14	0,09	0,29	0,17	0,08	0,03
430		0,18	0,14	0,1	0,07	0,11	0,08	0,04	0,02

Модельная задача № 1. Поставленную в п. 4.1 задачу можно решить, используя метод построения однородного грунтового основания, эквивалентного по несущей способности реальному неоднородному уплотнённому грунтовому основанию, рисунок 3.

На основании экспериментальных исследований, п. 4.2, уравнения линейно-упругого и нелинейно-упругого деформирования эквивалентного по несущей способности грунтового основания получены в виде: $\sigma_i = 450\varepsilon_i$ и $\sigma_i = 20\varepsilon_i^{0,54}$. Винтовая свая рассматривалась с учётом и без учёта несущей способности лопасти. Нагрузка на сваю создавалась в диапазоне от 50 до 250 кН. Полученные значения осадки в миллиметрах представлены в таблице 4 и на графиках рисунка 4. Воспринимаемая лопастью нагрузка в % показана в таблице 4.

Таблица 4 – Осадка винтовой сваи в эквивалентном грунтовом основании при вдавливании

P (кН)	50	100	150	200	250
S_{on}	0,4	1,1	2,2	4	6,5
$S_{ел}$	0,85	1,7	2,5	3,4	4,28
$S_{нл}$	0,36	1,1	2,3	3,9	5,9
S_e	0,9	1,8	2,7	3,6	4,5
S_H	0,4	1,23	2,6	4,4	6,67
P^u (%)	11	11	13	13	13

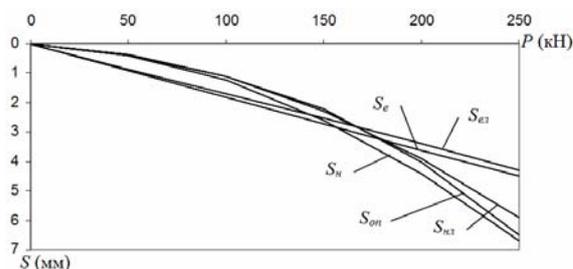


Рисунок 4 – Осадка винтовой сваи при условии линейно-упругого и нелинейно-упругого деформирования эквивалентного основания с учётом и без учёта несущей способности лопасти

Принятые обозначения: $S_{оп}$ – опытные значения осадки винтовой сваи с лопастью, $S_{ел}$, $S_{нл}$, S_e , S_n – осадки винтовой сваи с учётом и без учёта лопасти при условии упругого и неупругого деформирования эквивалентного основания, P^u (%) – воспринимаемая лопастью нагрузка в %.

Из полученных результатов следует:

1. Расчёт осадки винтовой сваи при условии линейного деформирования грунтового основания значительно отличается от экспериментальных данных.

2. Расчёт осадки винтовой сваи при условии нелинейного деформирования грунтового основания отличается от экспериментальных данных на величину < 5%.

3. При заданных размерах винтовой сваи нагрузка на лопасть составила $\approx 13\%$.

Модельная задача № 2. Определить осадку винтовой сваи при вдавливании для грунтового основания с начальными характеристиками п. 4.1. Уравнения линейно-упругого и нелинейно-упругого деформирования грунтового основания получены в виде: $\sigma_i = 320\varepsilon_i$ и $\sigma_i = 20\varepsilon_i^{0,57}$.

Таблица 5 – Осадка винтовой сваи при вдавливании в грунтовом основании с начальными характеристиками

P (кН)	50	100	150	200	250
$S_{оп}$	0,4	1,1	2,2	4	6,5
$S_{ел}$	1,1	2,35	3,5	4,7	5,9
$S_{нл}$	0,5	1,6	3,25	5,3	7,9
S_e	1,3	2,5	3,8	5	6,3
S_n	0,57	1,82	3,65	6	9
P^u (%)	14	14	12	13	14

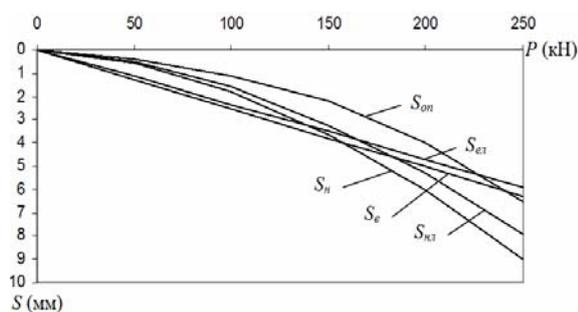


Рисунок 5 – Осадка винтовой сваи при условии линейно-упругого и нелинейно-упругого деформирования исходного основания с учётом и без учёта несущей способности лопасти

Из полученных результатов следует:

1. Расчёт осадки винтовой сваи при условии нелинейного деформирования грунтового основания с начальными характеристиками при вдавливании значительно отличается от экспериментальных данных.

2. По другим критериям выводы аналогичны предыдущим.

Модельная задача № 3. Определить осадку винтовой сваи при вдавливании для грунтового основания с начальными характеристиками п. 4.1 и уплотнённой оболочки вокруг сваи. Уравнения линейно-упругого и нелинейно-упругого деформирования грунтового основания получены в виде: $\sigma_i = 320\varepsilon_i$ и $\sigma_i = 20\varepsilon_i^{0,57}$, $\sigma_i = 900\varepsilon_{i,уп}$.

Таблица 6 – Осадка винтовой сваи при вдавливании в грунтовом основании с начальными характеристиками и уплотнённой оболочкой вокруг сваи

P (кН)	50	100	150	200	250
$S_{оп}$	0,4	1,1	2,2	4	6,5
$S_{ел}$	0,95	1,9	2,8	3,8	4,7
$S_{нл}$	0,4	1,3	2,55	4,2	6,2
S_e	1	1,94	2,9	3,9	4,85
S_n	0,4	1,33	2,7	4,4	6,5

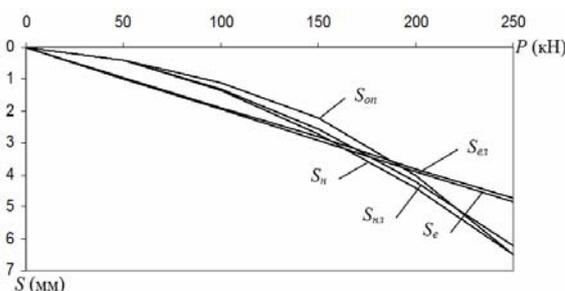


Рисунок 6 – Осадка винтовой сваи при вдавливании в грунтовом основании с начальными характеристиками и уплотнённой оболочкой вокруг сваи

Диаметр уплотнённой оболочки равен диаметру лопасти сваи, поэтому осадки сваи с явным учётом лопасти и при замене лопасти уплотненным материалом должны быть практически сопоставимы по величине, что и наблюдается в таблице 6. Оба решения хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Линейные и нелинейные решения отличаются значительно.

4.6 Сравнительный анализ способов моделирования смещений винтовой сваи в грунтовом основании при вдавливании

Выше были рассмотрены три подхода к построению математической модели системы «Винтовая свая – грунтовое основание», см. п. 4.1. Соответственно этому были построены механико-математические модели грунтового основания и методом компьютерного объектно-ориентированного моделирования была исследована эффективность всех трёх подходов определения осадки винтовой сваи. Результаты численного моделирования представлены в таблице 7 и на рисунке 7.

Таблица 7 – Осадки винтовой сваи при вдавлении в грунтовое основание, определённое различными механико-математическими моделями

P (кН)	50	100	150	200	250
$S_{оп}$	0,4	1,1	2,2	4	6,5
$S_{экв}$	0,36	1,1	2,3	3,9	5,9
$S_{упл}$	0,4	1,3	2,55	4,2	6,2
$S_{нач}$	0,5	1,6	3,26	5,4	7,9

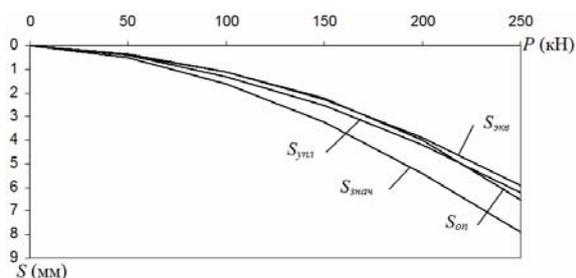


Рисунок 7 – Осадки винтовой сваи при вдавлении в грунтовое основание, определённое различными механико-математическими моделями

Принятые обозначения: $S_{оп}$ – осадка сваи определена посредством натурального эксперимента, $S_{экв}$ – осадка сваи вычислена для условий эквивалентного основания, $S_{упл}$ – осадка сваи вычислена для условий уплотнения грунта вокруг сваи, $S_{нач}$ – осадка сваи вычислена для условий начальных характеристик грунта.

Из общего анализа результатов следует, что алгоритмически, технологически и по точности решения для исследуемой системы лучшим оказывается метод решения на основе построения эквивалентного грунтового основания. При этом вследствие проведенных виртуальных экспериментов было установлено:

- при завинчивании сваи происходит уплотнение грунтового основания и вследствие этого несущая способность винтовой сваи значительно повышается,
- лопасть винтовой сваи длиной 3,5–4 м. передаёт на грунт до 20% нагрузки,
- уплотнённое грунтовое основание является нелинейно-деформируемым,
- решение поставленной задачи при условии линейного деформирования грунта можно рассматривать только в качестве первого грубого приближения,
- при действии на винтовую сваю сжимающей или выдёргивающей нагрузки вокруг сваи выше плоскости лопасти происходит телескопический сдвиг грунта.

Заключение

Разработанная методология, методы, технология и программное обеспечение по компьютерному визуальному объектно-ориентированному моделированию нелинейных и неоднородных физических систем является эффективным инструментом исследования деформационных свойств элементов системы по их основным физико-механическим характеристикам. При этом предусмотрена возможность работы с отдельными слоями и элементами, которым можно присваивать заданные свойства, определён способ задания граничных условий, исходные данные и результаты компьютерного моделирования представлены в дискретной и графической формах. В целом значительно повышена полнота учёта структуры и свойств проектируемой физической системы, что даёт определённый экономический эффект.

ЛИТЕРАТУРА

1. Безухов, Н.И. Основы теории упругости, пластичности и ползучести / Н.И. Безухов. – М. : Высш. шк., 1968. – 512 с.
2. Быховцев, В.Е. Компьютерное объектно-ориентированное моделирование нелинейных систем деформируемых твёрдых тел / В.Е. Быховцев. – Гомель: УО «ГГУ им. Ф. Скорины», 2007. – 219 с.
3. Быховцев, В.Е. Визуальное объектно-ориентированное моделирование зданий с фундаментами на грунтовых основаниях / В.Е. Быховцев, А.В. Быховцев, К.С. Курочка // Пространственные конструктивные системы зданий и сооружений, методы расчёта, конструирования и технология возведения, науч.-техн. конф. Т. 2. – Мн. : Стринко. – 2002. – С. 5–16.
4. Зенкевич, О. Метод конечных элементов в технике / О. Зенкевич. – М. : Мир, 1975. – 540 с.
5. Журавков, М.А. Математическое моделирование деформационных процессов в твёрдых деформируемых средах / М.А. Журавков. – Мн. : БГУ, 2002. – 456 с.
6. Максимей, И.В. Математическое моделирование больших систем / И.В. Максимей. – Мн. : Высш. шк., 1985. – 119 с.
7. Партон, В.З. Методы математической теории упругости / В.З. Партон, П.И. Перлин. – М. : Наука, 1981. – 688 с.
8. Старовойтов, Э.И. Основы теории упругости, пластичности и вязкоупругости / Э.И. Старовойтов. – Гомель : БелГУТ, 2001. – 344 с.
9. Цытович, Н.А. Механика грунтов / Н.А. Цытович. – М. : Стройиздат, 1963. – 542 с.

Поступила в редакцию 27.01.11.