

годится для определения порядка величин i при проектировании измерительной аппаратуры. Каждый тип гамма-элемента требует специальной калибровки.

Поступило в Редакцию 8/VII 1968 г.
В окончательной редакции 19/VIII 1968 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. W a r r i k h o f f. Z. angew. Phys., 18, 44 (1964).
2. Бета- и гамма-спектроскопия. Под ред. К. Зигбана. М., Физматгиз, 1959, стр. 24.

3. Д. П. О с а н о в, Г. Б. Р а д з и е в с к и й. Вопросы дозиметрии и защиты от излучений. Вып. 6, М., Атомиздат, 1967, стр. 107.
4. А. Х. Б р е г е р, Б. И. В а й н ш т е й н и др. Основы радиационно-химического аппаратостроения. М., Атомиздат, 1967, стр. 96.
5. Измерение поглощенной дозы в нейтронных полях и смешанных полях «гамма-излучение и нейтроны». М., Атомиздат, 1964.
6. Радиационная дозиметрия. Под ред. Дж. Хайна и Г. Браунелла. М., Изд-во иностр. лит., 1958, стр. 194.

Расчет предельного тока в протонном линейном ускорителе

УДК 621.384.64.01

А. Д. ВЛАСОВ

Вычисление предельного тока протонов в линейном ускорителе является актуальным вопросом, которому уже посвящено много работ [1—17]. Поскольку результаты их нередко расходятся, целесообразно сделать краткий обзор и подвести итоги этих работ. Кроме того, в настоящей работе придан более удобный вид формуле предельного тока, учтено смещение равновесной фазы и проведено сравнение теории с опытом.

Ток ограничивается продольным расталкивающим действием собственного заряда ускоряемого пучка. Поперечное его действие можно уравновесить усилением системы фокусировки [2, 12]. В исследованиях используется пока в основном консервативное приближение — пучок предполагается разбитым на сформировавшиеся устойчивые сгустки частиц и возрастание их скорости не учитывается. Применяются два способа приближенного представления сгустков — в виде равномерно заряженных эллипсоидов и в виде цилиндров, в которых плотность заряда зависит от продольной координаты.

Равномерно заряженный эллипсоид — единственное распределение заряда, при котором силы расталкивания по трем осям взаимно независимы и пропорциональны одноименным координатам (влиянием стенок и остальных сгустков обычно пренебрегают). Эллипсоидная аппроксимация сгустков была применена в 1952 г. Файнбергом и др. [1], которые составили уравнения движения колеблющейся и равновесной частиц:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dp}{dt} &= e \left[E_m \cos \varphi + \frac{\rho}{\epsilon_0} M_z (z - z_0) \right]; \\ \frac{dp_s}{dt} &= e \left[E_m \cos \varphi_s + \frac{\rho}{\epsilon_0} M_z (z_s - z_0) \right] \end{aligned} \right\} (1)$$

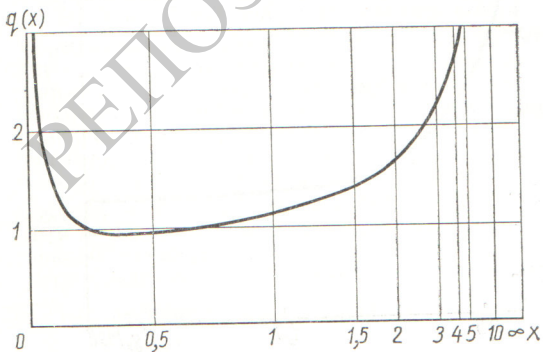


График функции $q(x)$.

и путем их вычитания получили фазовое уравнение. Запишем это уравнение в релятивистской форме [2]:

$$\frac{(1-\beta^2)^{3/2}}{\beta} \cdot \frac{d}{dt} \left\{ \frac{1}{(1-\beta^2)^{3/2}} \cdot \frac{d}{dt} \beta (\varphi - \varphi_s) \right\} + \Omega_0^2 \left[\frac{\cos \varphi_s - \cos \varphi}{\sin \varphi_s} - S (\varphi - \varphi_s) \right] = 0. \quad (2)$$

Здесь $\Omega_0^2 = 2\pi e E_m (1-\beta^2)^{3/2} \sin \varphi_s / m_0 \beta \lambda$; $\beta = v_s/c$; $e, m_0, v, \rho, z, \varphi$ — заряд, масса покоя, скорость, импульс, продольная координата и фаза частицы; z_0 — координата центра сгустка; c — скорость света; t — время; E_m — амплитуда ускоряющей волны; λ — длина волны; M_z — коэффициент, зависящий от формы сгустка; $S = \rho \beta \lambda M_z / 2\pi \epsilon_0 E_m \sin \varphi_s$ — параметр, пропорциональный плотности заряда ρ . Квадратные скобки в выражении (2) представляют производную от потенциальной функции $U(\varphi)$. С хорошей точностью

$$\begin{aligned} U'(\varphi) &\approx \frac{(\varphi - \varphi_s)^2}{2\varphi_s} + (\varphi - \varphi_s)(1-S); \\ U(\varphi) &= \frac{(\varphi - \varphi_s)^3}{6\varphi_s} + \frac{(\varphi - \varphi_s)^2}{2}(1-S). \end{aligned} \quad (3)$$

В работе [1] был сделан также качественный вывод об уменьшении области фазовой устойчивости (сепаратрисы) под действием собственного заряда сгустков.

В 1960 г. автором настоящей работы были определены размеры сепаратрисы и вычислен предельный ток [2]. Потенциальная функция $U(\varphi)$ имеет минимум при $\varphi = \varphi_s$, максимум при $\varphi - \varphi_s = -2\varphi_s(1-S)$ и значение, равное максимуму, при $\varphi - \varphi_s = \varphi_s(1-S)$. Поэтому длина сепаратрисы и продольная ось сгустка составляют

$$\Delta\varphi = 3\varphi_s(1-S); \quad 2b = 3\varphi_s(1-S) \tau \frac{\beta\lambda}{2\pi}, \quad (4)$$

сокращаясь пропорционально $1-S$ и обращаясь в нуль при $S = 1$ (τ — коэффициент использования сепаратрисы*). Ток частиц равен

$$\begin{aligned} I &= \frac{c}{\lambda} \cdot \frac{4}{3} \pi a_x a_y b \rho = \\ &= \frac{2\pi \tau a_x a_y E_m \varphi_s \sin \varphi_s \cdot S(1-S)}{\sqrt{\mu_0/\epsilon_0} \lambda M_z}. \end{aligned} \quad (5)$$

При квадрупольной фокусировке поперечные полуоси сгустка a_x, a_y периодически колеблются,

* В работе [2] было принято $\tau = 0,75$.

$a_{x\max}/a_{x\min} = \kappa > 1$. Однако a_x, a_y, b, ρ остаются постоянными по периоду. Как видно из выражения (5), ток пропорционален произведению плотности заряда $\rho \sim S/M_z$ на длину сгустка $2b \sim 1 - S$, обращается в нуль как при $S=0$ ($\rho=0$), так и при $S=1$ ($b=0$) и достигает предельно возможного значения

$$I_M = \frac{2\pi\tau R^2 E_m \varphi_s \sin \varphi_s}{\sqrt{\mu_0/\epsilon_0} \kappa \lambda} \left[\frac{S(1-S)}{M_z} \right]_{\max} \quad (6)$$

при некотором промежуточном значении $S = S_M$. Здесь $\sqrt{\mu_0/\epsilon_0} = 120 \pi$ ом, $R = \sqrt{\kappa a_{x\max}} = a_{x\max}$ — радиус фактически используемой части апертуры. Обычно $S_M = 0,3 \div 0,4$. Детали вычисления S_M и $M_z (S_M)$, зависящих только от величины

$$x = \frac{R}{\sqrt{\kappa} a_{z0}} = \frac{4\pi R \sqrt{1-\beta^2}}{3\tau\varphi_s \beta \lambda \sqrt{\kappa}}, \quad (7)$$

описаны в работе [3]. Целесообразно ввести функцию $q(x) = 2,25x [S(1-S)/M_z]_{\max}$ и представить выражение (6) в виде

$$I_M = \frac{\tau^2 \beta R E_m \varphi_s^2 \sin \varphi_s}{180\pi \sqrt{\kappa} \sqrt{1-\beta^2}} q(x). \quad (8)$$

График функции $q(x)$ приведен на рисунке. В широком диапазоне $q(x) \approx 1$.

Цилиндрическая аппроксимация, которая в отличие от эллипсоидальной позволяет рассматривать только частицы на оси сгустка, сложна и несамосогласованна, однако допускает возможность учета продольной неравномерности заряда. В 1963 г. Капчинский и Кронрод [4,5], а затем и Мортон [6], исходя из равномерного заполнения сепаратрисы, составили интегральное уравнение для частиц, расположенных на оси цилиндра, и решали его на ЭВМ. Однако примененные ими программы не позволили обнаружить сокращения сепаратрисы вплоть до нуля, привели вместо равенств (4) к результатам

$$S_M = 1; \Delta\varphi \approx 2\varphi_s; \quad 2b \approx 2\varphi_s \frac{\beta\lambda}{2\pi} \quad (9)$$

и к преувеличению I_M в три раза. В 1965 г. Б. И. Бондарев и А. Д. Власов [7] показали, что цилиндрическая аппроксимация также допускает аналитическое рассмотрение и приводит к формуле (6) с добавлением численного коэффициента, равного 1,4 [8].

Авторы работ [4, 5, 14] обратили внимание на отклонение равновесной фазы φ_s от ее номинального значения φ_{s0} (при $S=0$) под действием заряда сгустка. Правую часть уравнения равновесной частицы (1) следует приравнять к $eE_m \cos \varphi_{s0}$. Отсюда при $\tau=1$ найдем $\varphi_s - \varphi_{s0} = S(\varphi_s - \varphi_0) = S(1-S)\varphi_s/2$. Приняв $S = S_M \approx 1/3$, получим

$$\varphi_s = \frac{9}{8} \varphi_{s0}.$$

Эта поправка устраняет 40%-ную разницу между двумя моделями сгустка.

Токи, фактически достигнутые в действующих ускорителях, как видно из таблицы, не превышают теоретических значений I_M . Приведенные в таблице параметры ускорителей относятся к их началу; принято, что $\tau=1$.

Предельный ток чрезвычайно критично зависит от φ_s , а в действующем ускорителе также и от E_m , поскольку величина $E_m \cos \varphi_{s0}$ фиксирована. Так, если в ускорителе ЦЕРНа увеличить E_m лишь на 5%

Сравнение теоретических и фактически полученных токов

Линейный ускоритель	β	$E_m, \text{ МэВ/м}$	$\varphi_{s0}, \text{ градусы}$	$\lambda, \text{ м}$	$\sqrt{\frac{R}{a_{x,y}}} = \frac{R}{V\kappa}, \text{ м.м.}$	$I_M, \text{ ма}$	$I_{\text{факт}}, \text{ ма}$
И-2	0,039	1,27	45	2,02	4,75	243	135
И-100	0,039	1,58	37	2,02	4,75	173	100
ЦЕРН	0,033	2,00	30	1,48	6,53	167	140
AGS	0,040	1,33	30	1,48	5,00	89	50

(до 2,1 МэВ/м), это приведет к увеличению φ_{s0} до $34^\circ 30'$ и возрастанию I_M [см. выражение (8)] до 250 ма, т. е. на 50%. Увеличение амплитуды поля в действующем ускорителе — весьма эффективное средство повышения предельного тока.

С 1965 г. эллипсоидальная аппроксимация находит широкое признание в работах ряда зарубежных авторов [9—14], которым результаты работы [2], по-видимому, не были известны. В работах [10—14] была подтверждена определяющая роль условий продольной устойчивости, подтверждено (хотя и не везде последовательно учтено) сокращение сепаратрисы и применено упрощенное выражение для коэффициента формы $M_z = R/3 \sqrt{\kappa a_z}$. Этому выражению соответствует $I \sim S(1-S)^2$; $S_M = 1/3$ и $q(x) \equiv 1$. Выражение для предельного тока (6) можно получить из формулы (21) работы [10], если в ее знаменатель добавить множитель $1-S = 1-\mu$, а выражение (8) с $q=1$ — из формулы (3), (4) работы [12], если в правой части выражения (4) вместо $4/9$ читать $1/3^*$. Авторы работы [14], получив формулу (8) в упрощенном виде $I_M = \beta R E_m \varphi_s^3 / 180\pi \sqrt{\kappa}$, затем отрицают эту формулу и сокращение сепаратрисы на том основании, что при $S \approx 1$ и коротком сгустке его внешний потенциал имеет форму ямы длиной почти $3\varphi_s$. Но ведь эта яма исчезает при попытке ее использовать, т. е. удлинить сгусток с той же плотностью заряда ρ . Доказательство результатов (9) в работе [16] также основано на неправомерном отождествлении границ сгустка с границами внешней потенциальной ямы.

В заключение заметим, что формулы для предельного тока (6), (8) предполагают существование устойчивых сгустков и применимы при $\beta = \beta_{\text{инж}}$ только в случае соответствующего предварительного группирования частиц. Рассмотрение устойчивых сгустков, являясь необходимым этапом, не решает проблемы полностью. В случае инжекции более плотных и более длинных сгустков или непрерывного пучка предельный ток может заметно увеличиться, несмотря на потери частиц, поскольку в процессе выделения устойчивых сгустков их скорость успевает возрасти [2, 3]. Численные расчеты такой форсированной инжекции уже проводились [15, 17]. Аналитическое рассмотрение неконсервативного процесса образования сгустков возможно на основе известного метода дисковой модели.

Поступило в Редакцию 18/IX 1968 г.

* В уравнениях (35), (37) работы [11] вместо α/θ должно быть записано $\alpha\Delta\varphi/\theta^2 = 16\alpha/9\Delta\varphi_{\text{extr}}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Теория и расчет линейных ускорителей. Сборник. М., Госатомиздат, 1962, стр. 94, 114.
2. A. D. Vlasov. Nucl. Sci. Abstr., 16, 9483, NP-tr-829 (1962).
3. А. Д. Власов. Теория линейных ускорителей. М., Атомиздат, 1965.
4. I. M. Karchinsky, A. S. Kronrod. Int. Conf. on Accelerators. Dubna, 1963, p. 906.
5. И. М. Карчинский. Динамика частиц в линейных резонансных ускорителях. М., Атомиздат, 1966.
6. R. Morton. Rev. Scient. Instrum., 36, 1826 (1965).
7. Б. И. Бондарев, А. Д. Власов. «Атомная энергия», 19, 423 (1965); J. Nucl. Energy, Part C, 8, 599 (1966).
8. Б. И. Бондарев, В. В. Пашковский. «Приборы и техника эксперимента», № 4, 24 (1967).
9. P. Lapostolle. Effets de la charge d'espace dans un accélérateur linéaire a protons. CERN, AR/Int.SG/65—15, 1965.
10. R. Gluckstern. Linear Accelerator Conf. Los-Alamos, 1966, p. 237.
11. P. Lapostolle. Lois de phase pour un «Linac». CERN, ISR-300 LIN/66-33, 1966.
12. P. Lapostolle. U.S. Accelerator Conf. Washington, 1967, p. 572.
13. S. Ohnuma, J. Vitale. U.S. Accelerator Conf. Washington, 1967, p. 594.
14. T. Nishikawa, S. Okumura. Int. Conf. on Accelerators. U.S., Cambridge, 1967, p. 162.
15. A. Benton et al. U.S. Accelerator Conf. Washington, 1967, p. 577.
16. И. М. Карчинский. «Атомная энергия», 25, 104 (1968).
17. В. В. Осипов, Б. К. Шембель. В сб. «Тр. Всес. совещания по ускорителям заряженных частиц». М., Изд. ВИНТИ, 1968.

Создание и исследование магнитных поверхностей с большим широм на стеллараторе «Ураган»

В. Ф. АЛЕКСИН, О. В. БИРЮКОВ, А. В. ГЕОРГИЕВСКИЙ, Ю. И. ГРОТ,
В. Е. ЗИСЕР, Л. Х. КИТАЕВСКИЙ, Д. П. ПОГОЖЕВ, Ю. Ф. СЕРГЕЕВ,
В. А. СУПРУНЕНКО, В. Т. ТОЛОК

УДК 533.9.07:621.039.623

Исследования проводились на стеллараторе-рейстреке «Ураган» с трехзаходным винтовым полем (рис. 1). Продольное магнитное поле H_0 напряженностью до 40 кэ создавалось при протекании тока через 30 катушек, расположенных равномерно с шагом 345 мм вдоль оси установки. Радиус тора $R = 1100$ мм, радиус сечения вакуумной камеры $r = 100$ мм, длина прямолинейного участка 1725 мм, а общая длина $L_0 = 40,35$ м.

Для создания магнитных поверхностей с большим широм S_0 [1] была использована трехзаходная (с возможностью перекоммутации в двухзаходную) винтовая обмотка с отдельно регулируемыи цилиндрителями [2]. На радиусе винтовой обмотки a , равном 112 мм, угол наклона проводников к продольной оси тора γ равен 30° , а угол наклона обмотки цилиндрителя $\gamma_{ц}$ таков, что $\text{tg } \gamma_{ц} = 2 \text{ tg } \gamma$. Поэтому расчетный ток цилиндрителя $J_{ц}$ равен току винтовой обмотки J [2]. Применение кремнийорганической электроизоляции позволило уложить винтовую обмотку непосредственно на вакуумную камеру, которая могла нагреваться до 400°C .

Использовался метод исследования магнитных полей с помощью однооборотных [3, 4] и многооборотных [5] прохождений электронных пучков малой энергии вдоль установки (см. рис. 1).

Установлено, что для получения однородного продольного магнитного поля с замкнутыми силовыми линиями, параллельными продольной оси рейстрека с точностью ± 1 мм, необходима тщательная настройка, заключающаяся в юстировке катушек в горизонтальной

и вертикальной плоскостях и наложении поперечного магнитного поля. Максимальный диаметр магнитного потока при однократном прохождении равен ~ 180 мм при диаметре диафрагмы 190 мм.

Обнаружено влияние расположения цилиндрителей относительно винтовой обмотки и изменения отношения $J_{ц}/J$ на конфигурацию магнитных поверхностей. Хорошее цилиндриение получается при $J_{ц}/J = 0,85$, что совпадает с выводами работы [4] и объясняется отличием реального цилиндрителя от расчетной схемы [2]. Цилидриение поверхностей заканчивается сразу же на выходе силовых линий из цилиндрителя, и на прямолинейном участке конфигурация сохраняется. Цилидриение не полное — остается вырождение треугольника [6]; так, при $\varepsilon = 0,61$ * радиус одной из магнитных поверхностей $r_0 = 50$ мм $\pm 5\%$.

Средний радиус последней замкнутой поверхности r_0 при данном ε по результатам однооборотных измерений меньше расчетного значения r_0 , что объясняется неполным цилиндриением магнитных поверхностей (рис. 2).

Оптимальные геометрические и токовые соотношения между всеми элементами магнитной системы, выбранные по однооборотным измерениям, были подтверждены в процессе многооборотных измерений, что говорит о высокой точности изготовления и компенсации в результате настройки паразитных составляющих магнитного поля до уровня $\sim 10^{-3} H_0$. Измеренные углы поворота силовых линий соответствуют расчетным, что дало возможность определить шир по точным формулам работы [7].

Параметры магнитных поверхностей, полученные в результате многооборотных измерений (рис. 3, б),

* $\varepsilon = h_3/H_0$, где h_3 — основная, третья гармоника винтового магнитного поля.

* $S_0 = \frac{di_0}{dr} r_0^2 L_0^{-1}$, где i_0 — угол преобразования вращения силовых линий на длине установки; r_0 — средний радиус магнитной поверхности.