на основании приведенных выше результатов было бы недостаточно обоснованным. Вместе с тем это влияние, по-видимому, невелико, по крайней мере в исследованной области параметров.

Из изложенного можно сделать следующие выводы:

1. Критические мощности в реакторе несколько выше результатов стендового эксперимента, однако это различие в данных условиях практически находится в пределах погрешности экспериментов.

2. Ухудшение теплоотдачи всегда начиналось в выходных сечениях твэла и по мере увеличения мощности область ухудшенного теплообмена распространялась к входному сечению.

3. Ухудшение теплоотдачи при достаточно плавном увеличении мощности сопровождалось сравнительно медленным повышением температуры оболочки твэла, причем на промежуточном уровне мощности наблюдалась возможность относительной стабилизации температуры оболочки.

4. Термопары на оболочке твэла вполне надежно фиксировали процесс развития кризиса теплоотдачи.

Поступила в Редакцию 19/III 1969 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Е с с е л ь м а н и др. Ядерная энергетика. Сб. докладов на 2-й Женевской конференции. Под ред. М. А. Стыриковича, М., Изд-во иностр. лит., 1959, стр. 130.
2. Л. А. К о ч е т к о в, Г. Н. У ш а к о в. Сб. «10 лет Первой в мире атомной электростанции СССР». М., Атомиздат, 1964, стр. 27.
3. А. С. К о н ь к о в. «Труды ЦКТИ», вып. 58, 170 (1965).
4. В. И. С у б б о т и н. Сб. «Исследование теплоотдачи к пару и воде, кипящей в трубах при высоких давлениях». М., Атомиздат, 1958.

Оптимизация начального этапа развития ядерной энергетики

УДК 621.039

В. ФРАНКОВСКИЙ
(Институт ядерных исследований, Сверк, ПНР)

Большое число типов атомных электростанций свидетельствует о необходимости разработки метода определения экономически оптимального состава ядерной энергетики, развивающейся во времени. Поскольку обычно рассматриваются сравнительно небольшие периоды времени, считая от момента пуска первой АЭС, можно говорить об оптимизации начального этапа развития ядерной энергетики.

В ранее опубликованных работах [1—3] оптимальным считают такой состав ядерной энергетической системы, который соответствует минимальному значению функции цели, в том или другом виде выражающей полную стоимость производства электроэнергии на АЭС за рассматриваемый период. Для нахождения оптимального значения применялись методы линейного программирования. Следует отметить, что достоверность результатов при таком построении функции цели может оказаться сомнительной. Причина последней не зависит от выбора метода оптимизации; она обусловлена в основном тем, что срок службы АЭС, введенных в строй в рассматриваемый период, может оказаться больше этого периода. Поэтому решения, принятые для рассматриваемого периода, могут вызвать последствия экономического характера, которые проявляются уже за его пределами, что не учитывается при указанном выше определении функции цели. Как будет показано ниже, по этой и другим причинам не следует в общем ожидать, что удастся найти одно оптимальное решение; скорее надо стремиться к определению области экономически выгодных решений на основе анализа результатов различным образом поставленных оптимизационных расчетов.

Формулировка задачи оптимизации начального этапа развития ядерной энергетики в терминах линейного программирования

Рассмотрим отдельную АЭС единичной мощностью, например, 1 *Гвт*. Приведенные затраты на производство электроэнергии такой АЭС на протяжении всего срока службы τ составляют

$$x = i + \varepsilon, \tag{1}$$

где i и ε — соответственно постоянная и топливная составляющие приведенных * затрат. Эти затраты можно представить как сумму годовых затрат в очередных годах j, и для АЭС, введенной в действие в году s, написать:

$$x=\sum_{j=s}^{j=s+\tau-1} x_j=\sum_{j=s}^{j=s+\tau-1}(k_0+k_je_j), \qquad (2)$$

где k_j — топливная составляющая затрат в году j на единицу электроэнергии нетто; e_j — количество электроэнергии, выработанной АЭС в году j; $k_0=i/\tau$ — годовая постоянная составляющая затрат для АЭС единичной мощности. Величины k_j и e_j переменные во времени, а величина k_0 при таком подходе от времени не зависит. Если коэффициент нагрузки АЭС в году j составляет λ_j, то

$$e_j=\lambda_j \ \textit{Гвт}\cdot\textit{лет} \qquad (3)$$

и окончательно

$$x=k_0\tau+\sum_{j=s}^{j=s+\tau-1} k_j\lambda_j. \qquad (4)$$

Годовые затраты на выработку электроэнергии АЭС единичной мощности в году j составляют

$$_rk_j=k_0+k_j\lambda_j \qquad (5)$$

и являются в общем величиной, зависящей от времени через k_j, а также λ_j.

Все зависимые от времени величины являются их среднегодовыми значениями в данном году j.

Рассмотрим систему, в состав которой входят m типов АЭС. Вновь вводимые мощности ** в году j с помощью АЭС типа i, обозначенные x_{ij}, будут играть роль независимых переменных. При продолжительности рассматриваемого периода n лет и при m типах АЭС число независимых переменных в задаче составит mn. Эти переменные удовлетворяют условиям неотрицательности

$$x_{ij}\geqslant 0. \qquad (6)$$

Полная установленная мощность АЭС типа i в году s составит

$$\sum_{j=1}^{j=s} x_{ij}. \qquad (7)$$

Следовательно, годовые затраты на выработку электроэнергии в году s будут равны

$$_rK_s=\sum_i (k_{0i}+k_{is}l_{is})\sum_{j=1}^{j=s} x_{ij}, \qquad (8)$$

где введены соответствующие коэффициенты для каждого типа АЭС, а λ_j заменены средним значением этого коэффициента l_{ij} для всех АЭС типа i в году j.

Как уже отмечалось, k_{ij} и l_{ij} обычно являются функциями времени, причем k_{ij} зависит от состояния системы x_{ij} и от внешних факторов, таких, как, например, цена ядерного горючего на мировом рынке, коэффициент l_{ij} также зависит от состояния системы. При m типах АЭС в системе и полной установленной мощности во всей энергосистеме (совместно с обычными электростанциями) в году s, равной ν_j, коэффициент имеет вид очень сложной зависимости:

$$l_{is}\Big(\sum_{j=1}^{j=s} x_{1j},\ \ldots,\ \sum_{j=1}^{j=s} x_{mj},\ \nu_j,\ k_{1s},\ \ldots,\ k_{ms}\Big).$$

Более подробное освещение этого вопроса можно найти в работах [2, 4].

Вследствие такого характера l_{ij} полные затраты на выработку электроэнергии в системе за период $j=\{1,\ \ldots,\ n\}$

$$K(n)=\sum_i\sum_{s=1}^{s=n}(k_{0i}+k_{is}l_{is})\sum_{j=1}^{j=s} x_{ij} \qquad (9)$$

являются сложной нелинейной функцией переменных x_{ij} и для минимизации функции цели в виде выражения (9) метод линейного программирования неприменим. В некоторых случаях, например при $\sum_i\sum_{j=1}^{j=n} x_{ij}<0{,}25\div 0{,}30\nu_n$, что соответствует начальному этапу развития ядерной энергетики, можно принять, что

$$l_{ij}=\text{const}=l_i, \qquad (10)$$

а

$$l_1=l_2=\ldots=l_m=L. \qquad (11)$$

Тогда выражение (9) примет вид линейной функции переменных x_{ij}:

$$K(n)=\sum_i\sum_{s=1}^{s=n}(k_{0i}+Lk_{is})\sum_{j=1}^{j=s} x_{ij}=$$
$$=\sum_i\sum_{s=1}^{s=n}{}_rk_{is}\sum_{j=1}^{j=s} x_{ij}, \qquad (12)$$

в которой $_rk_{is}=k_{0i}+Lk_{is}$ обозначает годовые затраты, связанные с эксплуатацией в году s единицы установленной мощности нетто на АЭС типа i [сравните с (5)]. В этом случае метод линейного программирования можно применять без дополнительных предположений относительно этой функции. В дальнейшем будем считать, что условие (10) соблюдается.

* Далее прилагательное «приведенные» для краткости опускается.

** В отличие от полной установленной мощности АЭС данного типа в данном году.

Модификация функции цели с учетом фактора времени состоит в присвоении коэффициентам при независимых переменных весов, являющихся функциями года и учетной нормы a. Тогда вместо (12) получаем

$$K(n)=\sum_i \sum_{s=1}^{s=n} x_{is} \sum_{j=s}^{j=n} {}_r k_{ij} \frac{1}{(1+a)^j}. \qquad (13)$$

Кроме условий неотрицательности (6) независимые переменные x_{ij} обязаны удовлетворять условиям баланса мощности. Если система должна развиваться в соответствии с годовым приращением мощности d_j, то условия баланса мощности имеют вид линейных зависимостей

$$\sum_i x_{ij}=d_j \qquad (14)$$

при $j=\{1, \ldots, n\}$; n условий.

Допустим, что для реакторов нужен плутоний, во-первых, для обеспечения горючим вновь вводимых АЭС в количестве p_{0i} (*т/Гвт*) и, во-вторых, для подпитки действующих АЭС в количестве Lp_i (*т/Гвт·год*).

Баланс плутония на протяжении $s-1$ лет будет определять количество плутония к началу года s, которое можно будет использовать для загрузки новых реакторов в этом году. Такой баланс будет включать загрузку плутония для АЭС типа i:

$$p_{0i}\sum_{j=2}^{j=s-1} x_{ij}, \quad s=\{2, \ldots, n\},$$

а также горючее

$$\sum_{\sigma=1}^{\sigma=s-1} Lp_i \sum_{j=1}^{j=\sigma} x_{ij}, \quad s=\{2, \ldots, n\}.$$

Следовательно, без привлечения плутония извне имеем

$$\sum_{\sigma=1}^{\sigma=s-1} Lp_i \sum_{j=1}^{j=\sigma} x_{ij}+p_{0i}\sum_{j=2}^{j=s-1} x_{ij} \geqslant -p_{0i}x_{is}. \qquad (15)$$

Отсюда получаем $n-1$ условий баланса плутония для периодов $0 \div s$ и всех типов АЭС:

$$\sum_i \left(\sum_{\sigma=1}^{\sigma=s-1} Lp_i \sum_{j=1}^{j=\sigma} x_{ij}+p_{0i}\sum_{j=2}^{j=s} x_{ij}\right) \geqslant 0 \qquad (16)$$

при $s=\{2, \ldots, n\}$.

Как видно, условия баланса плутония также имеют вид линейных зависимостей и, следовательно, их также можно решать с применением методов линейного программирования. Таким образом, задача оптимизации начального этапа развития ядерной энергетики сводится к отысканию минимума функции цели в виде линейных выражений (12), (13) при соблюдении системы $2n-1$ условий. В матричном виде задачу оптимизации можно записать в виде

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{A}_p\mathbf{x}_{ij}&=\mathbf{d}_{pj};\\ \mathbf{x}_{ij}&\geqslant 0;\\ K(n)=\mathbf{c}_{ij}\mathbf{x}_{ij}&=\min, \end{aligned}\right\} \qquad (17)$$

где $\mathbf{A}_p$ — матрица ранга $(2n-1)\,mn$ из коэффициентов левых частей систем (14) и (16); $\mathbf{x}_{ij}$ — матрица ранга mn независимых переменных; $\mathbf{d}_{pj}=[\mathbf{d}_j, 0]$ — матрица ранга $2n-1$ из правых частей систем (14) и (16); $\mathbf{d}_j$ — матрица ранга n из правых частей системы (14); $\mathbf{c}_{ij}$ — матрица ранга mn коэффициентов в линейной форме (12) или эквивалентной.

Написание условий баланса плутония в виде общих зависимостей может вызвать некоторые трудности при более строгом подходе к проблеме, например с учетом перехода вновь введенных реакторов в состояние равновесного выгорания, или проблеме ядерных превращений U^{235} — плутоний и т. п., происходящих в быстрых реакторах-конверторах. В связи с этим уместно отметить, что получение таких зависимостей необязательно, поскольку на практике дело сводится к вычислению коэффициентов матрицы $\mathbf{A}_p$, что при известном физическом смысле отдельных коэффициентов очень легко проделать на основании известного развития баланса плутония для отдельного реактора на протяжении периодов $(0 \div s)$ его службы.

Особенности задачи оптимизации и альтернативная формулировка функции цели $K(\tau)$

Выше уже отмечались основания для сомнений относительно результатов оптимизации начального этапа развития ядерной энергетики путем отыскания минимума функции цели в виде $K(n)$. Вообще следует ожидать, что оптимальная программа будет зависеть от продолжительности рассматриваемого периода, поэтому нельзя ожидать однозначного оптимального состава ядерной системы в начальный период ее развития.

В связи с этим для оптимального выбора программы развития ядерной энергетики можно использовать результаты расчетов, проведенных при альтернативной формулировке функции цели. Формулировка функции цели $K(n)$ была направлена на обеспечение максимального экономического эффекта при реализации оптимальной программы. Но возможен также подход, основанный на минимизации риска, вызываемого решениями, принятыми в рассматриваемый период. Такой подход мог бы оказаться обоснованным, если бы мы серьезно рассчитывали на развитие в ближайшем будущем новых дешевых источников энергии или ожидали резкого улучшения экономических показателей АЭС. В соответствии с этой формулировкой оптимальной программой на протяжении n лет является такая программа, которая обеспечивает минимум затрат на выработку электроэнергии во всех объектах, установленных в этот период, на протяжении всего срока службы τ каждого из них. В соответствии с (4), (10) и (11) полные затраты за весь срок службы τ для АЭС типа i единичной мощности, введенной в действие в году s, составят

$$x_{is}=k_{0i}\tau+L\sum_{j=s}^{j=s+\tau-1}k_{ij} \qquad (18)$$

и, следовательно, новый вид функции цели

$$K(\tau)=\sum_i\sum_{s=1}^{s=n}x_{is}\left(k_{0i}\tau+L\sum_{j=s}^{j=s+\tau-1}k_{ij}\right)=$$

$$=\sum_i\sum_{s=1}^{s=n}x_{is}\sum_{j=s}^{j=s+\tau-1}{}_rk_{ij}, \qquad (19)$$

или при учете фактора времени

$$K(\tau)=\sum_i\sum_{s=1}^{s=n}x_{is}\sum_{j=s}^{j=s+\tau-1}{}_rk_{ij}\frac{1}{(1+a)^j}. \qquad (19а)$$

Функцию цели в таком виде можно рассматривать совместно с развернутой системой условий баланса мощности и плутония аналогично (17).

Влияние отработавших АЭС

При оптимизации на относительно продолжительные периоды времени некоторое значение может иметь истечение срока службы отдельных АЭС. В этом случае вместо одной отработавшей АЭС будет введена в строй другая АЭС практически без увеличения установленной мощности системы. Поэтому несколько измененные балансные условия и функция цели будут аналогичны уже указанным и здесь не приводятся.

Расширение возможностей применения линейного программирования

Рассмотрим следующую задачу. В состав ядерной энергетической системы входят тепловые реакторы на обогащенном уране и плутонии и быстрые реакторы на плутонии. Необходимо определить оптимальный на протяжении рассматриваемого периода состав системы при условии, что тепловые реакторы на уране впоследствии могут быть переведены на плутоний. Пытаясь создать линейную математическую модель этой задачи в соответствии с известной схемой, мы получили бы для переменных $x_{m-1,\ j}$, относящихся к тепловым реакторам на обогащенном уране, зависимость

$$x_{m-1,\,j}\gtrless 0, \qquad (20)$$

которая не допускает применения метода линейного программирования. Попытки обойти эту трудность путем изменения значений переменных приводят к неоднозначности функции цели, т. е. возникает сомнение в возможности решения этой важной задачи с помощью линейного программирования.

Линейное программирование можно применить для решения подобных задач, расширив понятие «тип реактора». Разделим тепловые реакторы на обогащенном горючем на два типа: $m-1$ — тепловые реакторы, все время работающие на обогащенном уране; m — тепловые реакторы, введенные в строй на обогащенном уране, но в настоящее время работающие на плутонии. Заметим, что теперь

$$\left.\begin{array}{l}x_{m-1,\,j}\geqslant 0;\\ x_{m,j}\geqslant 0.\end{array}\right\} \qquad (21)$$

Следовательно, поставленную задачу теперь можно решать методом линейного программирования благодаря увеличению числа независимых переменных на n при условии однозначной формулировки условий баланса и функции цели и надлежащем выборе параметров. При других типах реакторов получим для $(m-1)$ первых типов n условий баланса мощности (14)

$$\sum_{i=1}^{i=m-1}x_{ij}=d_j. \qquad (22)$$

Если допустить, что тепловой реактор на обогащенном уране нельзя перевести на плутоний за 2 года (примерный срок службы первой загрузки), то получим дополнительные n условий баланса мощности:

$$x_{m1}=0; \qquad (23)$$

$$x_{m2}=0, \qquad (24)$$

а также для $s=\{3, \ldots, n\}$

$$\sum_{j=1}^{j=s-2} x_{m-1,\,j} - \sum_{j=3}^{j=s} x_{mj} \geqslant 0. \qquad (25)$$

В рассматриваемом случае в принципе справедливы условия баланса плутония (16). Нужный выбор содержащихся в этих уравнениях параметров p_{0i} и p_i приведен ниже [здесь тип $(m-2)$ представляет тепловые реакторы, пущенные и работающие на плутонии]:

Тип реактора	p_{0i}	p_i
$m-2$	$p_{0,\ m-2}<0$	$p_{m-2}<0$
$m-1$	0	$p_{m-1}>0$
m	0	$p_m=p_{m-2}-p_{m-1}$

Подобные мероприятия требуют параметры, входящие в функцию цели, которые приведены ниже:

Тип реактора	k_{0i}	k_{ij}	$r^k{}_{ij}$
$m-2$	$k_{0,\ m-2}$	$k_{m-2,\ j}$	$k_{0,\ m-2}+Lk_{m-2,\ j}$
$m-1$	$k_{0,\ m-1}$	$k_{m-1,\ j}$	$k_{0,\ m-1}+Lk_{m-1,\ j}$
m	0	$k_{mj}=k'_{mj}-k_{m-1,\ j}$	Lk_{mj}

Здесь k'_{mj} обозначает действительную топливную составляющую стоимости электроэнергии в работающих на плутонии, но пущенных на U^{235} реакторах. Эти затраты значительно ниже, чем $k_{m-1,\ j}$, благодаря использованию «дарового» плутония, выработанного системой. Следовательно, вообще $k_{mj}<0$. При таком выборе параметров можно воспользоваться функцией цели $K(n)$ в неизменном виде (12), (13).

Другим примером плодотворности предлагаемого подхода может быть рассмотрение проблемы так называемого морального старения АЭС. В некоторых случаях может оказаться рентабельной остановка некоторых АЭС до истечения срока амортизации τ. Решение этой задачи получено автором аналогичным путем.

Замечания о решениях и обсуждение некоторых результатов

Рассмотренные в статье вопросы оптимизации начального этапа развития ядерной энергетики можно эффективно решать путем нахождения минимума линейной функции многих переменных, удовлетворяющей ряду дополнительных условий, имеющих также вид линейных зависимостей. Как известно, в таких случаях применяется алгоритм «симплекс». При этом характерно значительное число нулевых значений элементов матрицы коэффициентов системы балансных условий **А**. Для примера можно указать матрицу, в которой из 6000 элементов лишь 1500 ненулевые. Размещение ненулевых элементов не обнаруживает какой-либо удобной симметрии. Как известно, для решения таких задач лучше подходит алгоритм «симплекс» в сокращенном виде.

Следует отметить, что получаемая оптимальная программа развития ядерной энергетики является идеализацией, не учитывающей того факта, что АЭС имеют не произвольную, а определенную и, как правило, сравнительно большую мощность. Учет этого обстоятельства вывел бы нас за пределы возможностей линейного программирования. Опыт многих расчетов автора показывает, что отыскание программы развития, очень близкой к строго оптимальной программе, не вызывает трудностей.

Для иллюстрации приведено решение задачи по нахождению оптимальной программы развития ядерноэнергетической системы при задан-

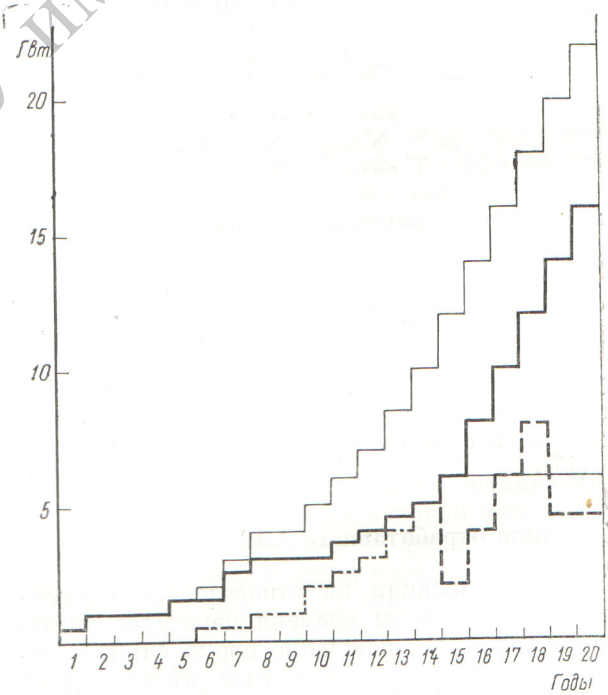

Рис. 1. Оптимальная программа начального этапа развития ядерной энергетики при продолжительности рассматриваемого периода 20 лет:

——— — общая установленная мощность АЭС в системе; —·—·— — быстрые реакторы на плутонии; ▬▬ — тепловые реакторы на обогащенном горючем (совместно реакторы на обогащенном уране и реакторы на плутонии); — — — — тепловые реакторы на обогащенном уране.

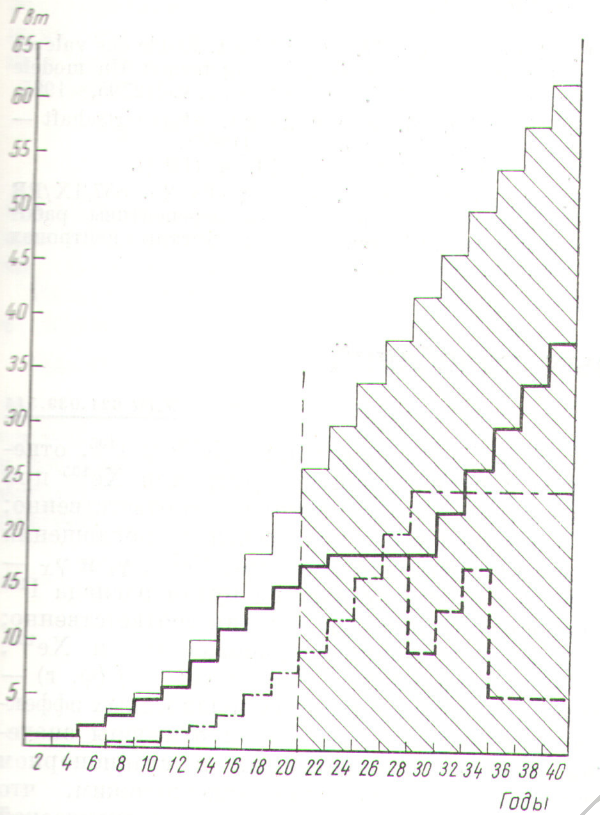

Рис. 2. Оптимальная программа начального этапа развития ядерной энергетики при продолжительности рассматриваемого периода 40 лет.

Обозначения те же, что и на рис. 1.

ном законе нарастания установленной мощности АЭС в системе. При нахождении оптимальной программы рассматривались четыре типа АЭС при средних приводимых в литературе значениях параметров. Была учтена возможность перевода тепловых реакторов, запущенных на U^{235}, на работу на плутонии.

Сравнение результатов, полученных для функции цели $K(n)$ при рассмотрении 20-летнего периода развития ядерной энергетики (рис. 1), с аналогичными результатами для 40-летнего периода (рис. 2) показывает, что оптимальная программа зависит от продолжительности рассматриваемого периода. Можно отметить типичные и не зависящие от периода результаты оптимизации, определяемые видом функции цели $K(n)$. В данном случае — это накопление значительных запасов плутония во второй половине периода и перевод в конце периода возможно большего числа тепловых реакторов на плутониевое горючее, вплоть до полного исчерпания его запасов. Такой результат, хотя и является правильным решением поставленной задачи, вызывает большие возражения с точки зрения дальнейшего существования системы. Как раз это является основной причиной расхождения результатов, полученных для периодов различной продолжительности. С другой стороны, принятие вместо программы, показанной на рис. 1, соответствующей ей начальной части программы рис. 2 (незатемненная часть графика) потребовало бы увеличения затрат в первой половине рассматриваемого периода для получения некоторого выигрыша в будущем. Можно полагать, что многие выбрали бы промежуточную программу из области между решениями, приведенными на рис. 1 и 2. Эту область, определяемую в результате оптимизационного анализа, называют областью выгодных решений.

Интересно отметить, что при учете фактора времени (учетная норма 0,07) на протяжении первых 25 лет оптимальная программа точно совпадает с представленной на рис. 2. Итак, в рассматриваемом примере учет фактора времени не вызывает какого-либо изменения области выгодных решений для 20-летнего периода.

Как можно было ожидать, функция цели в виде $K(\tau)$, уменьшающей риск, связанный с решениями, принятыми на протяжении периода n, приводит к диаметрально противоположным результатам. В этом случае отношение тепловых реакторов к быстрым было изменено в пользу последних и, следовательно, привилегированное положение получил реактор с минимальной стоимостью электроэнергии. Маловероятно, чтобы такой вариант был выбран для 20-летней программы, однако его анализ позволяет оценить, в какой степени выбранная программа начального развития системы отклоняется от варианта с минимальным риском.

Несмотря на то что рассмотренные выше задачи относятся к конкретным примерам и при других данных и другой функции мощности картина может быть иной, все же следует считаться с возникновением на практике ситуаций, близких к описанной здесь. При таком положении вещей может возникнуть вопрос, целесообразна ли вообще оптимизация, не приводящая к однозначному результату. В связи с этим следует отметить, что хотя полученные результаты и оставляют возможность свободного выбора в некоторых пределах (область выгодных решений), эти пределы точно известны. Одновременно на основании расчета исключаются невыгодные типы АЭС, что при существовании развернутой системы балансных условий и возможном изменении параметров во времени — отнюдь не тривиальное дело. Интересно также, что на практике различия в значениях функции цели, которые могут существовать внутри вышеупомянутых пределов, при обычных условиях дают результаты, отличающиеся всего на несколько процентов.

Поступила в Редакцию 3/II 1969 г.
В окончательной редакции 22/IV 1969 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. L. Gaussens, H. Paillot. Étude des valeurs et des prix du plutonium à long terme; Un modèle parametré simplifié. Report C.E.A.-R2795, 1965.
2. R. Harde, G. Memmert. Atomwirtschaft — Atomtechnik, 11, No. 4—5 (1966).
3. H. Märkl. Nukleonik, 10, 4 (1967).
4. W. Frankowski. Доклад «P» No. 857/IX/PR на симпозиуме «Состояние и перспективы работ по созданию АЭС с реакторами на быстрых нейтронах (Обнинск, 1967 г.)».

О режиме возникновения ксеноновых колебаний

УДК 621.039.514

Г. П. ГУЩИН, И. С. ПОСТНИКОВ, Е. Ф. САБАЕВ

Устойчивость стационарного режима ядерного энергетического реактора на тепловых нейтронах с обратной связью по отравлению ксеноном изучалась в работах [1—3] с помощью линеаризованных математических моделей, а в работах [4—7]— с помощью нелинейных математических моделей. Однако вопрос о поведении рассматриваемой системы на границе области линейной устойчивости остался неисследованным. Решение этого вопроса необходимо для определения практической устойчивости системы [8, 9].

В настоящей работе изучаются режимы возникновения ксеноновых колебаний в ядерных энергетических реакторах на тепловых нейтронах. Исследование проводится на основе упрощенной нелинейной математической модели, полученной в предположении о несущественности взаимодействия гармоник.

Постановка задачи

Рассмотрим реактор, устойчивый по отношению к быстрым изменениям мощности. Предполагая, что баланс нейтронов в реакторе удовлетворяет уравнениям одногруппового диффузионного приближения, запишем уравнения динамики реактора с учетом обратной связи по отравлению ксеноном в следующем виде [1, 7, 10]:

$$\left.\begin{aligned}&\nabla^2\varphi-\frac{\nabla^2\Phi^*}{\Phi^*}\varphi+(\Phi^*+\varphi)\left[f(\varphi,\mathbf{r})-a_Xx\right]=0;\\&\frac{\partial i}{\partial\tau}=\frac{\sigma_X\gamma_I}{\lambda_I}\varphi-i;\ \frac{\partial x}{\partial\tau}=i-\frac{\sigma_X(X^*-\gamma_X)}{\lambda_I}\varphi-\\&\qquad-\frac{\lambda_X+\sigma_X\Phi^*}{\lambda_I}x-\frac{\sigma_X}{\lambda_I}x\varphi,\end{aligned}\right\}\quad(1)$$

где $\tau=\lambda_I t$; $\varphi=\Phi-\Phi^*$; $i=I-I^*$; $x=X-X^*$; $a_X=-\left(\frac{\partial B^2}{\partial X}\right)^*$; Φ — поток нейтронов; X и I — концентрации Xe^{135} и I^{135}, отнесенные к равновесной концентрации Xe^{135} при бесконечном потоке нейтронов соответственно; σ_X — микроскопическое сечение поглощения тепловых нейтронов изотопом Xe^{135}; γ_I и γ_X — части Xe^{135}, образующегося путем распада I^{135} и непосредственно при делении соответственно; λ_I и λ_X — постоянные распада I^{135} и Xe^{135}; B^2 — материальный параметр; $f(\varphi,\mathbf{r})$ — вклад в B^2 безынерционных мощностных эффектов реактивности (звездочкой отмечены значения зависимых переменных в стационарном режиме). Дополнительно предположим, что функция $f(\varphi,\mathbf{r})$ является аналитической в точке $\varphi=0$. Исследование устойчивости стационарного режима реактора с обратной связью по отравлению ксеноном будем проводить методом гармоник [1, 2, 10]. С этой целью отклонения потока нейтронов φ, концентрации иода i и концентрации ксенона x разложим в ряд по собственным функциям ψ_k краевой задачи для уравнения

$$\nabla^2\psi_k-\left(\frac{\nabla^2\Phi^*}{\Phi^*}-\lambda_k\right)\psi_k=0\quad(k=0,1,2\ldots).\quad(2)$$

Здесь $\lambda_0=0$, а ψ_0 пропорциональна стационарному распределению нейтронов. Для определения режима возникновения ксеноновых колебаний в реакторах на тепловых нейтронах используем упрощенную математическую модель, полученную в предположении о несущественности взаимодействия гармоник, которое хорошо выполняется в случае реакторов малых размеров (для таких реакторов хорошей математической моделью динамических процессов являются «точечные» уравнения кинетики). Для реакторов больших размеров указанное предположение выполняется только тогда, когда имеется специальная система