

запасов может привести к искажению эксплуатационных показателей. Во всяком случае при рассмотрении вопроса о коэффициенте рудоносности необходимо принимать во внимание величину площади безрудных участков и систему расположения эксплуатационных скважин.

В заключение следует сказать, что изложенные в настоящей статье соображения высказываются в порядке обсуждения и в дальнейшем, возможно, будут пересмотрены.

Поступила в Редакцию 24/VII 1969 г.

## Определение температур в активной зоне ядерного реактора с жидкометаллическим охлаждением

Н. И. БУЛЕЕВ, В. Е. ЛЕВЧЕНКО, К. Н. ПОЛОСУХИНА, А. А. ШОЛОХОВ

УДК 621.039.517.5

Теплообмен в активной зоне ядерного реактора обладает особенностями, которые необходимо учитывать при расчете температур. Традиционный метод расчета температур поверхности по коэффициенту теплоотдачи  $\alpha$  не учитывает неравномерности тепловыделения по высоте активной зоны. При определении температуры твэла по коэффициенту теплоотдачи расчет ведется по формуле [1, 2]

$$t_c(z) = t_{ж.вх} + \frac{F_T}{G c_p} \int_0^z q_V(z) dz + \frac{q_V(z) F_T}{\alpha P}. \quad (1)$$

Здесь  $t_c$  — температура поверхности твэлов;  $t_{ж.вх}$  — температура теплоносителя на входе в канал;  $q_V(z)$  — объемное тепловыделение, переменное по высоте активной зоны и постоянное в поперечном сечении канала;  $F_T$  — поперечное сечение топливного материала;  $G$  — весовой расход;  $c_p$  — удельная теплоемкость теплоносителя;  $z$  — координата, отсчитываемая от входа в канал по направлению движения теплоносителя;  $P$  — периметр теплообмена. Второй член формулы (1) представляет собой подогрев теплоносителя от входа в канал до рассматриваемого поперечного сечения, в котором определяется температура поверхности, а последний член правой части формулы — локальный температурный перепад от стенки к жидкости, определяемый как отношение локального удельного теплового потока к поверхности к локальному коэффициенту теплоотдачи.

Обычно в расчетах по формуле (1) используется значение коэффициента теплоотдачи, найденное при постоянном по длине канала тепловом потоке. Но величина коэффициента теплоотдачи, формально определяемого как отношение локального теплового потока к локальной разности температур, существенно зависит от распределения тепловыделения

вдоль канала. Поэтому в некоторых случаях формула (1) приводит к неверным результатам [3].

Есть простой и универсальный метод расчета температур в активной зоне, который свободен от недостатков, присущих методу расчета по коэффициенту теплоотдачи. Этот метод основан на принципе суперпозиции. Для расчета температур в тепловыделяющем канале здесь необходимо лишь знать изменение температуры вдоль канала при постоянном по длине тепловыделении. Применение принципа суперпозиции для учета продольного изменения тепловыделения приводит к так называемому интегралу Дюамеля [3], с помощью которого можно рассчитывать температуры в любой точке канала.

Однако тепловыделение в активной зоне изменяется не только в продольном, но и в поперечном направлениях. При изменении тепловыделения в поперечном направлении расчет по коэффициенту теплоотдачи приводит к еще большим трудностям. Так, коэффициент теплоотдачи в кольцевом канале зависит от соотношения между потоками на внутренней и внешней поверхностях кольцевого зазора и может принимать самые различные значения, вплоть до нулевых, а также бесконечно большие положительные и бесконечно большие отрицательные значения [4, 5].

Однако и здесь применение принципа суперпозиции значительно облегчает задачу расчета температур. Для расчета температур в какой-либо точке при произвольном распределении источников тепла в поперечном сечении канала достаточно знать температуры в этой точке за счет действия каждого из источников тепла в отдельности.

Ниже этот метод излагается применительно к расчету температур в пакетах (пучках) стержневых твэлов.

Ограничимся рассмотрением 19 стержней, как показано на рис. 1, и предположим, что обечайка пакета находится достаточно далеко от этих стержней. Стержни 2—7 будем называть стержнями первого ряда, стержни 8—19—второго.

Обозначим температуру каждого стержня индексом, совпадающим с номером стержня, в котором определяется температура, а стержень, который вызывает нагрев в какой-либо исследуемой точке, будем обозначать номером в аргументе.

Совместим ось  $z$  цилиндрических координат с осью стержня и за начало отсчета продольной координаты примем вход теплоносителя в канал. Обозначим через  $t^*(r, \varphi, z, j)$  изменение температуры по длине пучка в какой-либо произвольной точке  $(r, \varphi)$  поперечного сечения для случая, когда нагрев происходит только за счет стержня  $j$ . Тепловыделение в стержне  $j$  при этом постоянно по длине канала и равно  $q_j$ , а температура  $t^*$  отсчитана от температуры теплоносителя на входе в канал. Функцию  $t^*(r, \varphi, z, j)$  назовем «функцией влияния».

Предположим, что известна функция  $t^*(r, \varphi, z, j)$ . Звездочка в верхнем индексе обозначает изменение температуры, соответствующее постоянному по длине канала тепловыделению. Используя принцип суперпозиции, можно найти изменение температуры по длине в этой же точке  $(r, \varphi)$  поперечного сечения канала, если тепловыделение в стержне  $j$  меняется произвольным образом [3]:

$$t(r, \varphi, z, j) = t_{ж.вх} + t^*(r, \varphi, z, j) \frac{q_j(z=0)}{q_j} + \frac{1}{q_j} \int_0^z \frac{dq_j(\xi)}{d\xi} t^*(r, \varphi, z - \xi, j) d\xi. \quad (2)$$

Пусть теперь для этой же точки  $(r, \varphi)$  поперечного сечения известно изменение температуры по длине  $z$  под воздействием любого из стержней. Очевидно, изменение температуры по длине для этой же точки поперечного сечения при произвольном распределении мощностей в стержнях пакета и при произвольном изменении мощности в каждом стержне по длине находится обычным суммированием выражений (2):

$$t(r, \varphi, z, 1 \div N) = t_{ж.вх} + \sum_{j=1}^N \left[ t^*(r, \varphi, z, j) \frac{q_j(z=0)}{q_j} + \frac{1}{q_j} \int_0^z \frac{dq_j(\xi)}{d\xi} t^*(r, \varphi, z - \xi, j) d\xi \right]$$

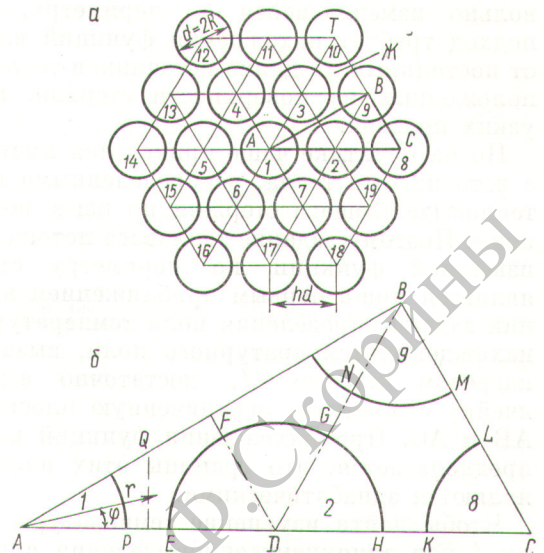


Рис. 1. Пакет твэлов (а) и элементарная ячейка симметрии АВС (б):

Т — твэл;  $d$  — диаметр стержня; Ж — жидкометаллический теплоноситель.

$$+ \frac{1}{q_j} \int_0^z \frac{dq_j(\xi)}{d\xi} t^*(r, \varphi, z - \xi, j) d\xi \quad (3)$$

где  $N$  — общее количество стержней (твэлов) в пакете, которые влияют на температуру в точке  $(r, \varphi)$  поперечного сечения.

В формуле (3) предполагается, что тепловыделение в каждом из стержней постоянно в поперечном сечении стержня. Однако такое допущение не является каким-либо ограничением применимости метода суперпозиции и сделано только для наглядности последующего изложения. Если тепловыделение меняется в поперечном сечении каждого стержня, то формула расчета температур в произвольной точке строится аналогично формуле (3), только в качестве функций влияния придется брать изменение температуры в точке  $(r, \varphi)$  от элементарного стержня с поперечным сечением  $(r dr, d\varphi)$ , в котором тепловыделение постоянно по длине.

Описанный подход к расчету поля температур в пакете стержней, использующий принцип суперпозиции, наиболее полно сформулирован в работе [6]. Однако при учете изменения в поперечном направлении условий подвода тепла авторы работы [6] исходят из того, что либо тепловой поток, либо температура на поверхности стержня заданы в виде функции, произ-

волью изменяющейся по периметру. Такой подход требует нахождения функций влияния от постоянных по длине источников тепла, расположенных на поверхности стержня в виде узких полосок.

Но на практике чаще приходится иметь дело с источниками тепла, распределенными внутри тепловыделяющего стержня по известному закону. Поэтому задание теплового потока в виде известной функции по периметру стержня является лишь первым приближением в решении задачи определения поля температур. Для нахождения температурного поля, вызванного нагревом стержня *I*, достаточно выделить ячейку симметрии, ограниченную плоскостями АВ и АС. При нахождении функций влияния предполагается, что границы этих плоскостей являются адиабатическими.

Чтобы найти изменение температуры стержня *I* под влиянием тепловыделения в каждом из стержней в отдельности, достаточно определить температурное поле в исследуемой системе для случая, когда тепловыделение происходит только в стержне *I*. Функции влияния остальных стержней находятся при этом из соображений симметричности температурного поля в пакете. Действительно, пусть известна функция влияния  $t^*(r, \varphi, z, 1)$ . Предположим, что нужно найти, например, изменение температуры в центре стержня *I* за счет стержня 2, т. е. нужно найти  $t_{1ц}^*(2)$ , где индекс «ц» означает центр. В связи с симметрией

$$t_{1ц}^*(2) = t_{2ц}^*(1).$$

Так как стержни 2—7 расположены симметрично относительно стержня *I*, для них

$$t_{1ц}^*(3) = t_{1ц}^*(4) = t_{1ц}^*(5) = t_{1ц}^*(6) = t_{2ц}^*(1).$$

Аналогично

$$t_{1ц}^*(8) = t_{1ц}^*(10) = t_{1ц}^*(12) = t_{1ц}^*(14) = \\ = t_{1ц}^*(16) = t_{1ц}^*(18).$$

Но

$$t_{1ц}^*(8) = t_{8ц}^*(1).$$

Поэтому все записанные выше функции влияния четных стержней второго ряда на температуру центра стержня *I* известны. Так же находятся все функции влияния нечетных стержней второго ряда на температуру центра первого стержня.

При расчете температур в активной зоне важно определить максимальную температуру поверхности твэла. В связи с этим рассмотрим определение температуры поверхности стержня в самой горячей точке — в той, где соседние

элементы ближе всего подходят друг к другу. Для стержня *I* такой точкой является, например, точка *P* (см. рис. 1, б). Для расчета температур в точке *P* потребуется найти функции влияния всех стержней на эту точку.

Все функции находятся, как и раньше, из распределения температур, соответствующего нагреву одного центрального стержня *I*. Действительно,

$$t_{1P}^*(2) = t_{2E}^*(1). \quad (4)$$

Функция  $t_{2E}^*$  известна по распределению температур  $t^*(r, \varphi, z, 1)$ . Из рис. 1 негрудно видеть, что функции влияния стержней пакета на температуру поверхности стержня *I* в точке *P* удовлетворяют соотношениям:

$$\left. \begin{aligned} t_{1P}^*(3) &= t_{1P}^*(7) = t_{2F}^*(1); \\ t_{1P}^*(4) &= t_{1P}^*(6) = t_{2G}^*(1); \\ t_{1P}^*(5) &= t_{2H}^*(1); \\ t_{1P}^*(8) &= t_{2K}^*(1); \\ t_{1P}^*(9) &= t_{1P}^*(19) = t_{2N}^*(1); \\ t_{1P}^*(10) &= t_{1P}^*(18) = t_{2L}^*(1); \\ t_{1P}^*(11) &= t_{1P}^*(17) = t_{2M}^*(1) \text{ и т. д.} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Аналогичные соотношения имеют место для любой точки системы.

Свойство симметрии температурного поля, вызванного нагревом одного стержня, ведет к дополнительным преимуществам при использовании принципа суперпозиции. Для расчета температур в пакете из 19 стержней при произвольном распределении мощностей в стержнях пакета достаточно проанализировать температурное поле от одного стержня *I* в ячейке симметрии. Если при этом функции влияния находятся из решения дифференциального уравнения теплообмена, то это уравнение достаточно решить лишь для элементарной ячейки симметрии, расположенной в пределах угла  $\varphi = 0 \div \pi/6$ . В то же время для прямого расчета температур дифференциальное уравнение пришлось бы решать для всей области, лежащей в пределах  $\varphi = 0 \div 2\pi$ . Таким образом, применение функций влияния в 12 раз сокращает область, для которой должно быть найдено решение дифференциального уравнения. Следствием этого является, как правило, повышение точности результатов.

Для конкретизации дальнейшего изложения примем, что пучок стержней охлаждается турбулентным потоком. Дифференциальное урав-

нение поля температур в случае гидродинамически стабилизированного течения имеет вид:

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \lambda(r, \varphi) \frac{\partial t}{\partial r} \right] + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[ \lambda(r, \varphi) \frac{\partial t}{\partial \varphi} \right] = w(r, \varphi) c_p \gamma \frac{\partial t}{\partial z} - q_V(r, \varphi, z). \quad (6)$$

В уравнении (6) предполагается, что продольная утечка тепла мала:  $\lambda(r, \varphi) = \lambda_{жк} + \lambda_T(r, \varphi)$ , где  $\lambda_{жк}$  — теплопроводность жидкости;  $\lambda_T(r, \varphi)$  — локальная турбулентная теплопроводность теплоносителя. Уравнение (6) написано для всей исследуемой системы в целом. Для твэлов соответственно скорость  $w = 0$  и  $\lambda(r, \varphi) = \lambda_{ТВ} = \text{const}$ , где  $\lambda_{ТВ}$  — теплопроводность горячего (твэла). В качестве начальных условий зададим температуру теплоносителя на входе  $z = 0$ , равную  $t_{жк.вх}$ . В качестве граничных условий примем отсутствие теплового потока через линию  $\Gamma$ :

$$\left. \frac{\partial t}{\partial n} \right|_{\Gamma} = 0, \quad (7)$$

где  $\Gamma$  — контур ABC;  $n$  — нормаль к этому контуру.

Распределение турбулентной теплопроводности  $\lambda_T(r, \varphi)$  в живом сечении канала найдем по методу, изложенному в работе [7].

Уравнение (6) решалось численно, методом конечных разностей [8]. Рассмотрим результаты исследования при следующих параметрах системы:  $h = 1,2$ ;  $Pr = 0,006$ ;  $Re = 5 \cdot 10^4$ ;  $Re = 300$ . Оценим прежде всего погрешность, которую вносит принятое граничное условие — отсутствие теплового потока за плоскость симметрии второго ряда стержней (за линию BC).

На рис. 2 для стержней 8 и 9 показано изменение температуры центра и температуры поверхности (в точках M и L по рис. 1, б) для случая, когда тепловыделение происходит только в стержне 1. Из рисунка следует, что принятое условие — отсутствие теплового потока через плоскость симметрии стержней второго ряда — вносит незначительную погрешность.

На рис. 3 показаны функции влияния стержней пакета на температуру в центре первого стержня и на максимальную температуру периметра стержня 1. Функции влияния найдены из решения дифференциального уравнения теплообмена (6).

Для оценки точности найденных функций рассчитаем с их помощью температуру стенки и температуру центра при одинаковой мощности всех стержней и сравним эти температуры с результатом, полученным непосредственно из решения уравнения (6). На рис. 4 такое сравне-

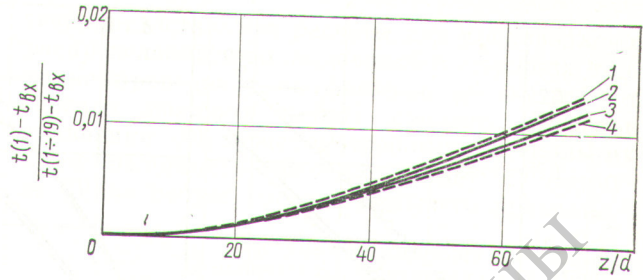


Рис. 2. Влияние центрального стержня 1 на изменение температуры в плоскости BC:  
1, 2, 3, 4 — изменение температуры соответственно в точках сечения B, M, L, C (см. рис. 1, б).

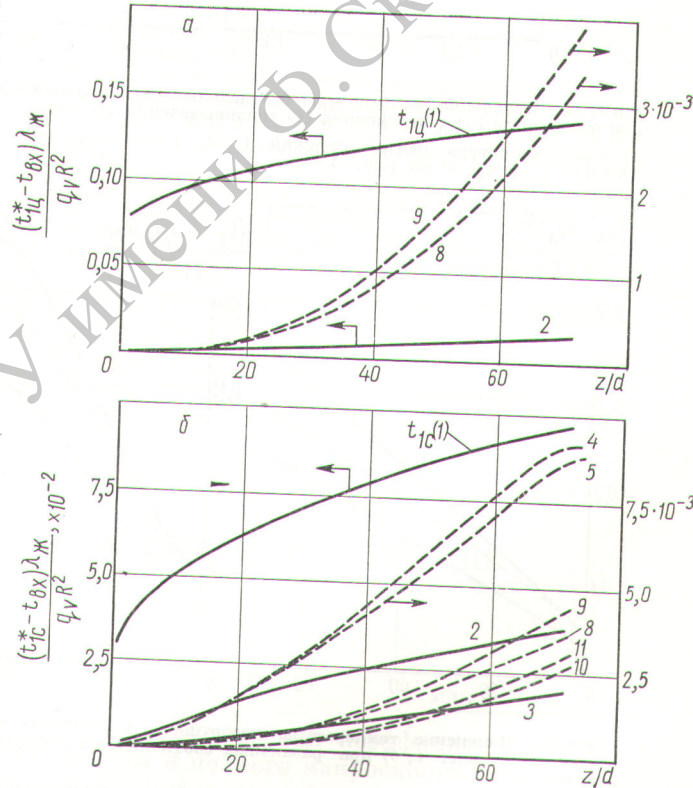


Рис. 3. Функции влияния:  
а — изменение температуры  $t_{1ц}^*(j)$  в центре стержня 1 (точка A на рис. 1, б); б — изменение температуры  $t_{1с}^*(j)$  на поверхности стержня 1 (точка P на рис. 1, б) под влиянием каждого из стержней пакета в отдельности. Шкала слева — для сплошных линий, справа — для пунктирных.

ние приведено как для постоянного, так и для переменного по высоте пакета тепловыделения, изменяющегося в соответствии с данными работы [9]. Мощность всех стержней одинакова. Рис. 4 показывает, что точность нахождения

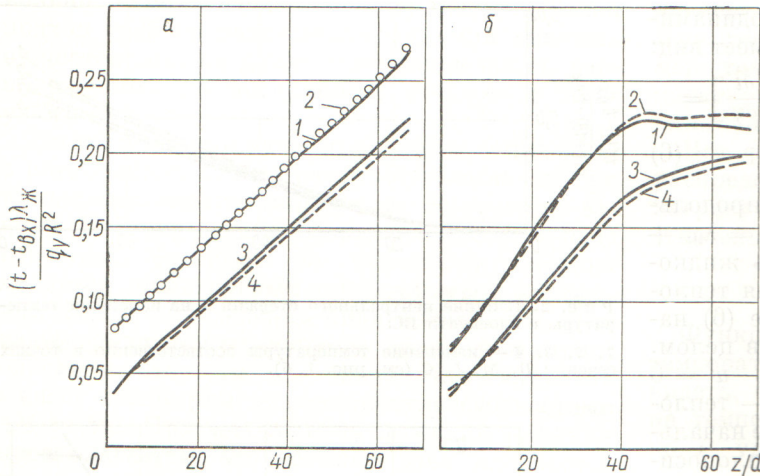


Рис. 4. Изменение температуры в отдельных точках поперечного сечения при постоянном (а) и переменном (б) тепловыделении по длине:

1, 2 — температура центра стержня 1; 3, 4 — температура поверхности стержня 1 (точка Р на рис. 1, б).

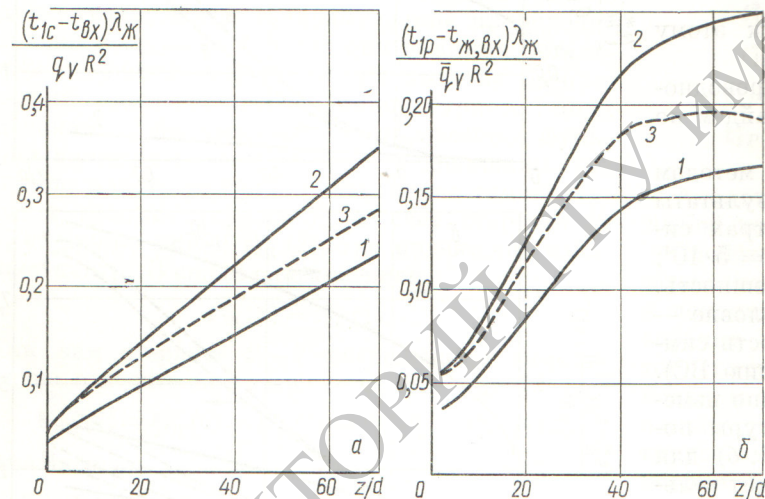


Рис. 5. Изменение температуры поверхности в наиболее горячей точке (точка Р на рис. 1, б) при различных соотношениях мощности стержней пакета:

а — тепловыделение по длине не меняется; б — тепловыделение меняется по длине; 1 — мощность всех стержней пакета одинакова и равна номинальной; 2 — мощность всех стержней одинакова и в полтора раза больше номинальной; 3 — мощность центрального стержня в полтора раза превышает номинальное значение; мощность остальных стержней равна номинальной.

функций влияния вполне удовлетворительна. Максимальное расхождение температур, найденных непосредственным решением уравнения (6) (кривые 1 и 3) и с помощью суперпозиции функций влияния по формуле (3) (кривые 2 и 4), составляет около 5%. Частично такая погрешность объясняется погрешностью численного метода решения, который имеет

точность примерно 2%. Дополнительная погрешность может возникнуть при нахождении функций влияния по исходным узловым значениям температуры, так как функции влияния для точек, не совпадающих с расчетными узлами, приходится находить интерполированием.

Применение изложенной методики проиллюстрируем на конкретном примере. Требуется оценить увеличение температуры поверхности стержня 1 в случае, когда его мощность в полтора раза превышает мощность остальных стержней. Если расчет ведется по коэффициенту теплоотдачи, то мы вынуждены предполагать, что не только в центральном стержне, но и во всех остальных тепловыделение в полтора раза превышает номинальное. В результате такого предположения оказывается возможным выделить элементарную ячейку симметрии, образованную тремя соседними стержнями, для которой могут быть найдены рекомендации по расчету коэффициента теплоотдачи. Проведенный таким образом расчет по коэффициенту теплоотдачи хотя и будет иметь так называемый «запас», однако полученный результат может сильно отличаться от истины. Кроме того, проведенный по коэффициенту теплоотдачи расчет верен только для постоянного по длине тепловыделения, а при переменном тепловыделении содержит дополнительные ошибки.

На рис. 5 кривые 1 показывают изменение температуры поверхности в горячей точке периметра центрального стержня (в точке Р на рис. 1, б) при постоянном и переменном по длине тепловыделении. Эти кривые получены с помощью функций влияния (см. рис. 3, б) путем расчета по формуле (3). Вдали от входа, в зоне стабилизированного теплообмена, кривую 2 рис. 5, а для постоянного по длине тепловыделения можно объяснять как результат расчета по коэффициенту теплоотдачи, когда существует необходимость вести расчет в предположении, что мощности всех стержней, а не только центрального повысились в 1,5 раза.

Из рис. 5 наглядно видно влияние растекания тепла от центрального стержня в соседние ячейки. При увеличении мощности только первого стержня температура его поверхности на начальном участке возрастает так, как если бы произошло увеличение мощности всех стержней. Действительно, на рис. 5 кривые 2 и 3 расположены близко друг от друга на участке  $z/d = 0 \div 30$ . Это происходит потому, что выделяющееся в центральном стержне пакета дополнительное тепло еще не успевает оттекать от центра в соседние ячейки. Однако в дальнейшем рост температуры поверхности замедляется и действительная температура поверхности стержня оказывается значительно ниже той температуры, которая получается, если предположить одинаковое увеличение мощности всех стержней.

В рассматриваемом примере завышение температуры поверхности при простом пересчете номинальных значений составляет около 1/3 полного подогрева теплоносителя. При подогреве теплоносителя, например на  $300^\circ\text{C}$ , завышение температуры при расчете составит  $\sim 100^\circ\text{C}$ , т. е. весьма большую величину. Применение метода суперпозиции позволяет исключить эти ошибки.

Изложенный метод имеет еще одно преимущество. Чтобы найти функции влияния, достаточно один раз решить уравнение (6) для заданной конструкции стержней и заданного режима

течения. Остальные расчеты для произвольных распределений тепловыделений в стержнях и по длине проводятся по формуле (3) и требуют гораздо меньших затрат времени. Решение уравнения (6) может потребовать нескольких часов машинного времени, расчет по формуле (3) потребует гораздо меньшего времени.

Поступила в Редакцию 22/V 1969 г.  
В окончательной редакции 6/X 1969 г.

## ЛИТЕРАТУРА

1. С. М а к-Л а й н. Лекции по технике реакторостроения. Перев. с англ. под ред. А. А. Канаева. Л., Судпромгиз, 1957.
2. П. А. П е т р о в. Ядерные энергетические установки, М.—Л., Госэнергоиздат, 1958.
3. В. Е. М и н а ш и н, А. А. Ш о л о х о в, Ю. И. Г р и б а н о в. «Атомная энергия», 22, 362 (1967).
4. V. M i c h i y o s h i, R. M a t s u m o t o. J. Nucl. Sci. Technol., 2, 468 (1965).
5. O. D w y e r, P. T u. Nucl. Sci. Eng., 21, 90 (1965).
6. W. S u t h e r l a n d, W. K a y s. Trans ASME, с. 88, 117 (1966).
7. Н. И. Б у л е е в и др. «Теплофизика высоких температур», 2, 749 (1964).
8. Н. И. Б у л е е в. «Математический сборник», 51, № 2, 227 (1960).
9. Ю. И. Г р и б а н о в, В. Е. М и н а ш и н, А. А. Ш о л о х о в. «Атомная энергия», 22, 276 (1967).

## Метод подгрупп для учета резонансной структуры сечений в нейтронных расчетах (Часть 1)

М. Н. НИКОЛАЕВ, А. А. ИГНАТОВ, Н. В. ИСАЕВ, В. Ф. ХОХЛОВ

УДК 621.039.51.12

В нейтронных расчетах реакторов и защиты энергетическая зависимость сечений элементов обычно учитывается методом групп. При этом в резонансной области энергий обычно отказываются от расчета детальной структуры потока нейтронов и находят усредненный по резонансам поток и соответствующие усредненные сечения для определения чисел процессов.

Вывод системы групповых уравнений переноса и формул усреднения сечений по резонансам проводится в предположении справедливости неравенства [1—4]

$$|D \langle \nabla^2 \phi \rangle| \langle \phi \rangle \ll \sigma, \quad (4)$$

где  $D$ ,  $\phi$ ,  $\sigma$  — значения коэффициента диффузии, потока и полного макроскопического сечения взаимодействия нейтронов соответственно.

Если оно не выполняется, то эффективные сечения оказываются зависящими от градиента потока нейтронов (пространственных координат), поэтому в рамках обычного группового метода не могут быть составлены заранее. Такая ситуация наблюдается везде, где существен вклад нейтронов, не испытавших ни одного столкновения в среде с резонансной структурой сечений, т. е. вблизи границ раздела сред, около концентрированных источников нейтронов или в глубоких слоях защиты из материалов, имеющих интерференционные ми-