

К теории критичности реактора при колебаниях плотности горючего (адиабатическое приближение)

В. М. НОВИКОВ

УДК 621.039.51

В работе [1] рассмотрено изменение критичности реактора, в котором возбуждаются колебания плотности горючего. Рассмотрение проводилось в «ступенчатом» приближении, при котором в выражении для стоячей волны колебаний плотности вдоль оси канала x

$$\rho = \rho_0 + \Delta\rho \sin \omega t \cos \frac{2\pi x}{\Lambda}$$

величина $\sin \omega t$ заменя-

лась на $\text{sign} \sin \omega t$. Кроме того, предполагалась малость параметра $(\Delta\rho/\rho_0)/(k_\infty - 1)$. Поэтому возникают следующие вопросы: 1) насколько чувствителен результат для $\Delta k_{\text{эфф}}$ к форме временной зависимости $\rho(x, t)$; 2) каково предельное значение $\Delta k_{\text{эфф}}$ при $(\Delta\rho/\rho_0)(k_\infty - 1) \gg 1$. В настоящей работе приведена адиабатическая теория вычисления $\Delta k_{\text{эфф}}$, позволяющая получить выражение для $\Delta k_{\text{эфф}}$ в более широком диапазоне изменения параметров системы и найти ответ на поставленные выше вопросы.

Рассмотрим реактор, во всех каналах которого возбуждены синфазные стоячие волны колебаний плотности горючего. В одногрупповом приближении уравнение нейтронного баланса будет иметь вид [1]

$$\tau_{\text{МГ}} \frac{\partial \Phi}{\partial t} = L^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + [k_\infty - 1 + (v-1)\theta \frac{\Delta\rho}{\rho_0} \sin \omega t \cos \frac{2\pi x}{\Lambda}] \Phi. \quad (1)$$

Здесь $\tau_{\text{МГ}}$ — время жизни мгновенных нейтронов, остальные обозначения те же, что и в работе [1]. Если колебания плотности существуют достаточно долго, то решение уравнения (1) должно удовлетворять условию воспроизводства пространственной формы потока нейтронов через интервалы времени, кратные периоду колебаний T :

$$\xi \Phi(x, t) = \Phi(x, t+T). \quad (2)$$

Величина $\xi = \exp\left(\Delta k_{\text{эфф}} \frac{T}{\tau_{\text{МГ}}}\right)$ описывает изменение амплитуды потока нейтронов в среднем за один период колебаний. Введем следующие безразмерные величины: $\tau = (\pi L/\Lambda)^2 t/\tau_{\text{МГ}}$; $\tau_0 = \tau(T)$; $z = \pi x/\Lambda$, а также «адиабатическую частоту» $\omega = (\Lambda/\pi L)^2 \omega_{\text{МГ}}$ и «адиабатическую амплитуду» колебаний $q_0 = -\frac{v-1}{2} \theta (\Lambda/\pi L)^2 (\Delta\rho/\rho_0)$.

Тогда уравнение (1) примет вид

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + [(\Lambda/\pi L)^2 (k_\infty - 1) - 2q_0 \sin \omega \tau \cos 2z] \Phi. \quad (3)$$

Адиабатическим решением уравнения (3) будем называть решение, которое получается, если $\sin \omega \tau$ в выражении (3) рассматривать как постоянную величину. Оно имеет вид $\Phi_{\text{ад}} = e^{-\lambda \tau} \varphi(z, \tau)$, причем зависимость

φ от τ связана только с наличием $\sin \omega \tau$ в выражении (3). Поэтому функция φ удовлетворяет уравнению $\frac{d^2 \varphi}{dz^2} + [\lambda + (\Lambda/\pi L)^2 (k_\infty - 1) - 2q_0 \sin \omega \tau \cos 2z] \varphi = 0. \quad (4)$

Решением уравнения (4) с нулевыми граничными условиями являются эллиптические синусы $M_n = S_l^{f_n} \times$

$\times (z, q_0 \sin \omega \tau)$ [2], наимизшее значение индекса f_n зависит от l — числа полуволн колебаний плотности, укладываемых на размере реактора H : $l = (2H/\Lambda)$ [1]. Собственное значение λ_n определяется собственным значением a_n уравнения Матье: $\lambda_n = -(2/l)^2 + a_n(q \sin \omega \tau)$.

Величины a_n могут быть выражены в виде явных функций в широкой области изменений параметра $q_0 \sin \omega \tau$ [2]. Точное решение уравнения (3) будем искать в виде разложения по адиабатическим функ-

циям: $\Phi = \sum_n C_n(\tau) M_n(z, \tau) \cdot \exp\left(-\int_0^\tau \lambda_n d\tau'\right)$. Под-

ставив это выражение в уравнение (3), получим систему уравнений для коэффициентов C_n (при этом используется ортонормированность функции M_n):

$$\frac{d}{d\tau} C_k = -\sum_n C_n \left\langle M_k \frac{\partial}{\partial \tau} M_n \right\rangle \exp \times \left(-\int_0^\tau (\lambda_k - \lambda_n) d\tau' \right). \quad (5)$$

Здесь $\langle \dots \rangle$ означает интеграл перекрытия по области изменения переменной z . Используя уравнение (4), исключим из выражения (5) производные по τ от M :

$$\left\langle M_k \frac{\partial M_n}{\partial \tau} \right\rangle = 2q_0 \omega \cos \omega \tau \cdot (\lambda_k - \lambda_n)^{-1} \langle M_k \cos 2z M_n \rangle [3].$$

Будем рассматривать $C_n(\tau)$ как компоненты вектора $\{C_n(\tau)\}$. Введем S -матрицу, обеспечивающую переход от начального вектора $\{C_n(0)\}$ к вектору $\{C_n(\tau)\}$: $C_k(\tau) = \sum_n S_{kn}(\tau) C_n(0)$. Уравнение для S -матрицы

можно получить подстановкой от этого выражения в (7) с учетом того, что S -матрица не зависит от начального вектора $\{C_n(0)\}$:

$$\frac{d}{d\tau} S_{kn} = 2q_0 \omega \cos \omega \tau \sum_m \langle M_k \cos 2z M_m \rangle (\lambda_m - \lambda_k)^{-1} \times \exp \left(-\int_0^\tau (\lambda_k - \lambda_m) d\tau' \right) S_{mn}. \quad (6)$$

Начальным условием для S -матрицы является $S_{kn}(0) = \delta_{kn}$. Пусть в начальный момент поток нейтронов имеет вид $\Phi(z, 0) = \sum_n C_n(0) M_n(z, 0)$. Спустя один

период колебаний имеем $\Phi(z, \tau_0) = \sum_{m, n} S_{nm}(\tau_0) C_m(0) \times$

$$\times M_n(z, 0) \exp\left(-\int_0^{\tau_0} \lambda_n d\tau'\right) \quad \text{[Здесь использовано}$$

$M(z, 0) = M(z, \tau_0)$.] Подставляя эти выражения в (2), получим систему однородных алгебраических уравнений для начального набора $\{C_n(0)\}$. Равенство нулю определителя этой системы дает уравнение для ξ :

$$\det \left\| \xi \delta_{kn} - \exp\left(-\int_0^{\tau_0} \lambda_k d\tau'\right) S_{kn}(\tau_0) \right\| = 0. \quad (7)$$

Уравнение (7) может быть решено в виде разложения по параметру $2q_0\omega S_{kn} = \sum_{p=0}^{\infty} (2q_0\omega)^p S_{kn}^{(p)}$. Для величин $S_{kn}^{(p)}$ легко получить из (6) выражения в виде квадратур:

$$S_{kn}^{(p)} = \int_0^{\tau} d\tau_p \dots \int_0^{\tau_2} d\tau_1 \prod_{j=1}^p \cos \omega \tau_j \sum_{m_p} \frac{\langle M_k \cos 2z M_{m_p} \rangle}{\lambda_{m_p} - \lambda_k} \times$$

$$\times e^{\int_0^{\tau_p} (\lambda_k - \lambda_{m_p}) d\tau'} \dots \sum_{m_2} \frac{\langle M_{m_2} \cos 2z M_n \rangle}{\lambda_n - \lambda_{m_2}} \times$$

$$\times e^{\int_0^{\tau_1} (\lambda_{m_2} - \lambda_n) d\tau'}. \quad (8)$$

Подстановка этого разложения в (7) приводит с точностью до $(q_0\omega)^2$ к следующему результату для $\Delta k_{эфф}$:

$$\Delta k_{эфф} = \frac{\tau_{МГ}}{T} \left\{ -\int_0^{\tau_0} \lambda_0(\tau) d\tau + (2q_0\omega)^2 \times \right.$$

$$\times \left[S_{00}^{(2)}(\tau_0) + \sum_n' \left(e^{\int_0^{\tau_0} (\lambda_n - \lambda_0) d\tau} - 1 \right) S_{0n}^{(1)}(\tau_0) S_{n0}^{(1)}(\tau_0) \right] \}. \quad (9)$$

При $\omega \ll 1$ можно исследовать зависимость $\Delta k_{эфф}$ от q_0 во всем диапазоне изменения этой величины. Эту зависимость будем называть амплитудной характеристикой. Если $|q_0| \ll 1$, то можно исследовать зависимость $\Delta k_{эфф}$ от ω , которую назовем частотной характеристикой.

Амплитудная характеристика. Так как $(q_0\omega)^2 \ll 1$, а q_0 может быть произвольным, то определяющим в выражении (9) является первое слагаемое, которое не содержит малости типа $(q_0\omega)^2$. Поэтому $\Delta k_{эфф} =$

$$= -\frac{\tau_{МГ}}{T} \int_0^{2\pi} \lambda_0(q \sin \eta) d\eta. \quad \text{Так как все собственные}$$

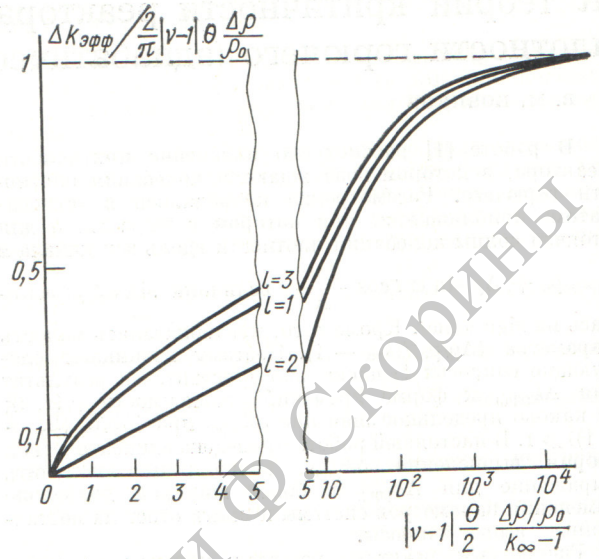


Рис. 1. Амплитудные характеристики $\Delta k_{эфф}$.

значения уравнения Матье при $|q_0| \gg 1$ имеют один асимптотический вид; $a_n \approx -2|q_0 \sin \eta|$, то $\Delta k_{эфф}$ удобно записать в виде

$$\Delta k_{эфф} = \frac{2}{\pi} |v-1| \theta \frac{\Delta \rho}{\rho_0} \varphi(q_0), \quad (10)$$

где

$$\varphi(q_0) = (8|q_0|)^{-1} \int_0^{2\pi} \lambda_0(q_0 \sin \eta) d\eta.$$

Функция φ изменяется в пределах $[0; 1]$. При $|q_0| \ll 1$ $\varphi_0 \approx |q_0|$ и, следовательно, $\Delta k_{эфф} \approx (\Delta \rho/\rho_0)^2$; при $|q_0| \gg 1$ $\varphi \approx 1$ и $\Delta k_{эфф} \sim \frac{\Delta \rho}{\rho_0}$. Конкретные вычисления

$\Delta k_{эфф}$ приведены в работе [3]. На рис. 1 представлены амплитудные характеристики $\Delta k_{эфф}$ для различных l .

Частотная характеристика. В этом случае ω может быть произвольным, и для применимости формулы (9) требуется, чтобы $|q_0| \ll 1$. Так как второе слагаемое в выражении (9) пропорционально q_0^2 , то при вычислении $\langle M_k \cos 2z M_n \rangle$; λ_n ; $S_{00}^{(2)}$ и $S_{n0}^{(1)}$ следует положить $q_0 = 0$. Это позволяет выполнить интегрирование в уравнении (8) в общем виде. В результате получим

$$\Delta k_{эфф} = \frac{(v-1)^2 \theta^2 (\Delta \rho/\rho_0)^2}{2l^2 (k_\infty - 1)} \times$$

$$\times \left\{ -\frac{1}{\pi q_0^2} \int_0^{2\pi} \lambda_0(q_0 \sin \eta) d\eta + 4\omega^2 \sum_n' \times \right.$$

$$\times \left. \frac{| \langle M_n \cos 2z M_0 \rangle |^2}{(\lambda_0 - \lambda_n) [(\lambda_0 - \lambda_n)^2 + \omega^2]} \right\}. \quad (11)$$

При этом интеграл по η в (11) должен вычисляться с точностью до q_0^2 . Конкретные вычисления по формуле (11) приведены в работе [3]. При $l = 1$

$$\Delta k_{эфф} = \frac{3}{8} \theta^2 (\nu - 1)^2 (L/c\tau_{МГ})^2 \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_0}\right)^2 \times [1 + (k_\infty - 1)(3L/c\tau_{МГ})^2]^{-1}, \quad (12)$$

где c — скорость звука в горючем. Область значений $k_\infty \ll 1$, которая дает результат, близкий к максимальному, $\ll (c\tau_{МГ}/L)^2$; для больших скоростей звука ($c \gg 10^3$ м/сек) практически любой реактор ($k_\infty \ll 1,5$) является в этом смысле бесконечным. На рис. 2 приведены частотные характеристики для $\Delta k_{эфф}$ при различных l .

Предложенная выше адиабатическая теория вычисления эффективной реактивности приводит к следующим результатам для одногрупповой диффузионной задачи: 1) эффективная реактивность, возникающая при колебаниях плотности горючего, является положительной величиной во всей области изменения параметров; 2) при малых значениях $\frac{\Delta\rho/\rho_0}{k_\infty - 1}$ эффективная реактивность возникает как эффект второго порядка по амплитуде колебаний: $\Delta k_{эфф} \approx \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_0}\right)^2$; при больших значениях $(\Delta\rho/\rho_0)/(k_\infty - 1)$ реактивность возникает как эффект первого порядка: $\Delta k_{эфф} \approx \frac{\Delta\rho}{\rho_0}$.

Предложенная теория в принципе применима для учета влияния любых периодических возмущений на динамику реактора. В дальнейшем предполагается в рамках адиабатического приближения решить задачу о зависимости $\Delta k_{эфф}$ от параметров замедления нейтронов и гетерогенности системы.

В заключение отметим следующую возможность экспериментального изучения рассмотренных выше эффектов. Если в реакторе есть горизонтальные каналы, частично заполненные жидким горючим, то коле-

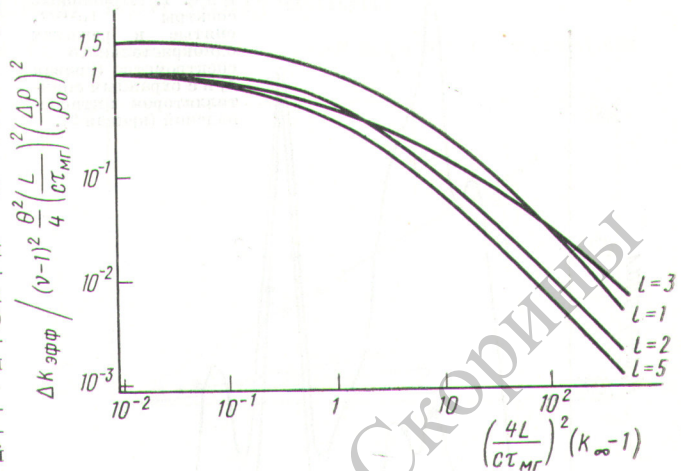


Рис. 2. Частотные характеристики $\Delta k_{эфф}$. По оси абсцисс отложена величина $\sim \omega^{-2}$.

бания плотности можно моделировать, возбуждая поверхностные гравитационные волны в жидком горючем. Как показано в работе [3], в этом случае проще реализовать условия, при которых теория предсказывает линейную зависимость $\Delta k_{эфф}$ от амплитуды колебаний.

Поступило в Редакцию 20/III 1970 г.
В окончательной редакции 12/X 1970 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. М. Новиков, «Атомная энергия», 27, 107 (1969).
2. Н. В. Мак-Лахлан. Теория и приложения функций Матге. М., Изд-во иностр. лит., 1953.
3. В. М. Новиков. Препринт ИАЭ № 1964, 1970.

Распределение потоков быстрых нейтронов в модели петлевого канала конвертера

В. Б. КЛИМЕНТОВ, Г. А. КОПЧИНСКИЙ, В. А. НЕЧИПОРУК, В. Г. БОБКОВ,
В. Ф. ЯРОШЕВИЧ, В. П. БАРИЛЬЧЕНКО, В. А. СТРУЦИНСКИЙ

УДК 621.039.51.519

В петлевых испытаниях и материаловедческих исследованиях твэлов быстрых реакторов существенным фактором является повышение потока быстрых нейтронов в экспериментальном объеме. Эта задача для исследовательских реакторов на тепловых нейтронах может быть решена путем создания конвертерных ячеек с экранами, содержащими делящиеся материалы. Подобные петлевые каналы различных конструкций рассматривались в Канаде [1], Бельгии [2] и СССР [3]. На критической сборке ВВР-М [4] исследовались относительные радиальные распределения быстрых нейтронов в конвертерных ячейках с различной толщиной экрана. С этой целью измерялась относительная активность In^{115m} за счет реакции неупругого рассеяния

$In^{115}(n, n')In^{115m*}$ с энергетическим порогом $0,35$ Мэв [5].

В экспериментах использовался макет петлевого канала-конвертера. Он состоял из цилиндрической герметичной емкости, в центре которой располагалась сборка моделей высокообогащенных твэлов, состоящая из семи элементов. Модели твэлов представляли собой столбики, набранные из таблеток двуокиси урана 90%-ного обогащения, диаметр таблеток 0,9 см. Исследуемая сборка окружалась конвертерным экраном с внутренним диаметром 7,5 см. Экран набирался из стержней диаметром 0,25 см и высотой 30 см, содержащих UO_2 90%-ного обогащения. «Оптическая» толщина экрана по тепловым нейтронам изменялась от 0