

нате. Функция распределения частиц по амплитудам радиальных бетатронных колебаний (кривая 2 на рис. 7) была получена в предположении, что частицы равномерно распределены по энергиям, а искомые функции одинаковы для всех равновесных орбит. Вклад радиально-фазовых колебаний при этих предположениях рассчитывался по методике, подобной изложенной в работе [1].

Как видно из кривой 2 рис. 7, максимальная амплитуда радиальных бетатронных колебаний близка к 4,5 мм, а радиальный разброс равновесных орбит за счет разброса по энергиям составляет 1,5 мм. Отличие этой величины от приведенной выше величины размаха радиальнофазовых колебаний объясняется тем, что

в действительности распределение частиц по энергиям не является равномерным.

Поступила в Редакцию 17/VIII 1970 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. П. Кузнецов, К. П. Мызников. «Атомная энергия», 12, 373 (1962).
2. А. А. Коломенский, А. Н. Лебедев. Теория циклических ускорителей. М., Физматгиз, 1962.
3. А. И. Вагин и др. Труды Первого Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Т. II. М., Атомиздат, 1970, стр. 45.
4. В. И. Гридасов и др. Труды Седьмой международной конференции по ускорителям частиц высоких энергий. Т. 1. Ереван, 1969, стр. 509.

Циклотронная неустойчивость в плазме большой плотности

А. В. ТИМОФЕЕВ

УДК 533.9.01

В настоящее время интенсивно исследуется возможность удержания термоядерной плазмы в адиабатических ловушках. В связи с этим в работах [1—4] рассматривалась циклотронная неустойчивость, вызываемая конусом потерь в функции распределения ионов по скоростям, при сравнительно большой плотности плазмы

$$n_0 \approx 10^{14} \text{ см}^{-3} \left(\frac{\omega_{pi}^2}{\omega_i^2} \approx 10^3 \text{ при } H_0 \approx 10^5 \text{ э} \right) *.$$

В этих работах отмечено, что среди неустойчивых циклотронных колебаний есть как сносые, так и абсолютные. Предполагалось, что сносые колебания должны поглощаться на торцах системы. Поэтому считалось, что в достаточно коротких системах такие колебания не приведут к большим потерям, так как они поглотятся на торцах прежде, чем успеют привести к распаду плазмы. В результате основное внимание уделялось изучению абсолютной неустойчивости. Рассмотрение проводилось численными методами, колебания считались потенциальными.

В настоящей работе проблема исследуется аналитически, что позволяет составить представление о физических процессах, приводящих к неустойчивости.

Классификация колебаний

Рассмотрим сначала плазму низкой плотности, колебания которой являются потенциальными. Дисперсионное уравнение потенциальных колебаний однородной плазмы имеет вид (см., например, работу [5])

$$\begin{aligned} \epsilon = 1 + \frac{2\pi}{k^2} \sum_{j=e, i} \omega_{pj}^2 \int_0^\infty v_\perp dv_\perp \sum_{n=-\infty}^\infty J_n^2 \left(\frac{k_\perp v_\perp}{\omega_j} \right) \times \\ \times \int_{-\infty}^\infty \frac{dv_\parallel}{\omega - n\omega_j - k_\parallel v_\parallel} \left(\frac{n\omega_j}{v_\perp} \cdot \frac{\partial}{\partial v_\perp} + k_\parallel \frac{\partial}{\partial v_\parallel} \right) \times \\ \times f_{0j}(v_\perp; v_\parallel) = 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь возмущения потенциала взяты в виде $e^{-i\omega t + i\mathbf{k}\mathbf{r}}$; ω_{pj} , ω_j — плазменная и циклотронная частоты частиц вида j (e, i) соответственно; значки «параллельно» и «перпендикулярно» отмечают направление по отношению к магнитному полю; J_n — функция Бесселя индекса n . Функцию распределения ионов по скоростям выберем в виде

$$\begin{aligned} f_{0i}(v_\perp; v_\parallel) = \alpha^{1/2} \left(\frac{m_i}{2\pi T_i} \right)^{3/2} \frac{m_i v_\perp^2}{2T_i} \times \\ \times \exp \left(-\frac{m_i v_\perp^2}{2T_i} - \frac{m_i v_\parallel^2}{2\alpha T_i} \right). \end{aligned} \quad (2)$$

В соответствии с данными работы [6] примерно такое распределение устанавливается в адиабатических ловушках с пробочным отношением $R \approx 2 \div 3$ при большой плотности

* При большой плотности плазмы функция распределения ионов не может иметь сколько-нибудь значительной анизотропии из-за кулоновских соударений.

плотности, при этом $\alpha \ll 1$. Будем считать, что электроны распределены по Максвеллу. Оценки показывают, что при рассматриваемой плотности ($n_0 \approx 10^{14} \text{ см}^{-3}$) должно выполняться равенство $\frac{T_e}{T_i} \approx 0,1$.

Колебания с отрицательной энергией. В дальнейшем ограничимся колебаниями с частотой, близкой к циклотронной $|\omega - n\omega_i| \ll \omega_i$, при исследовании которых в выражении (1) можно оставить лишь n -е слагаемое. В этом разделе рассмотрим колебания с

$$\frac{\omega}{v_e} \ll k_{\parallel} \ll \frac{|\omega - n\omega_i|}{v_{\parallel i}}, \text{ где } v_e = \left(\frac{2T_e}{m_e}\right)^{1/2};$$

$$v_{\parallel i} = \left(\frac{2\alpha T_i}{m_i}\right)^{1/2}.$$

Для таких колебаний из выражения (1) получаем

$$\epsilon \approx 1 + \frac{\omega_{pe}^2}{k^2 v_e^2} \left(1 + i\sqrt{\pi} \frac{\omega}{k_{\parallel} v_e}\right) + \frac{\omega_{pi}^2}{\omega_i(\omega - n\omega_i)} \left(\frac{k_{\perp}}{k}\right)^2 \frac{n}{2\sqrt{2\pi}} \frac{1}{(k_{\perp} r_i)^3} = 0. \quad (3)$$

Здесь использовано равенство

$$2\pi \int_0^{\infty} dv_{\perp} J_n^2 \left(\frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\omega_i}\right) \frac{df_{0i}}{dv_{\perp}} =$$

$$= n \left(\frac{k_{\perp}}{\omega_i}\right)^2 e^{-p} [I_n(p) - I'_n(p)] p \gg n^2 \approx$$

$$\approx \left(\frac{k_{\perp}}{\omega_i}\right)^2 \frac{n}{2\sqrt{2\pi} p^3}, \quad (4)$$

где $p = k_{\perp}^2 r_i^2$; $r_i = \omega_i^{-1} \left(\frac{T_i}{m_i}\right)^{1/2}$. Будем рассматривать короткие волны с $k_{\perp} r_i \gg n^{1/2}$, так как только для таких колебаний выявляются эффекты, связанные с конусом ухода и приводящие к раскачке. Эта особенность отражена в интеграле (4), который, например, при $n=1$ становится положительным, если $p \gg 1,5$. Напомним, что для равновесного максвелловского распределения соответствующий интеграл отрицателен при любых k_{\perp} .

При $\left(\frac{\omega_{pi}}{\omega_i}\right)^2 \gg \frac{T_e}{T_i}$ из выражения (3) находим

$$\frac{\omega - n\omega_i}{\omega_i} \approx \frac{T_e}{T_i} \frac{1}{k_{\perp} r_i \sqrt{2\pi}} \left(-1 + i\sqrt{\pi} \frac{\omega}{k_{\parallel} v_e}\right). \quad (5)$$

Отсюда следует, что наибольший инкремент $\frac{\gamma}{\omega_i} \approx \frac{T_e}{T_i}$ имеют колебания с наименьшими

допустимыми значениями $k_{\perp} \approx r_i^{-1}$, $k_{\parallel} \approx \frac{\omega}{v_e}$. Рассматриваемые колебания раскачиваются в результате поглощения энергии электронами, тепловая скорость которых равна фазовой скорости волны. Этот процесс достаточно интенсивен, если температура электронов не слишком низка $\left[\frac{T_e}{T_i} \gg \left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{1/3}\right]$. Естественно, что энергия неустойчивых колебаний должна быть отрицательной [5].

Колебания с нулевой энергией. Для колебаний с большей длиной волны ($k_{\parallel} \ll \frac{\omega}{v_e}$) из уравнения (1) получаем

$$\epsilon \approx 1 - \left(\frac{\omega_{pe}}{\omega}\right)^2 \left(\frac{k_{\parallel}}{k}\right)^2 + \frac{\omega_{pi}^2}{\omega_i(\omega - n\omega_i)} \times$$

$$\times \left(\frac{k_{\perp}}{k}\right)^2 \frac{u}{2\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{1}{(k_{\perp} r_i)^3} = 0. \quad (6)$$

При $k_{\perp} r_i \gg \left(\frac{\omega_{pi}}{\omega_i}\right)^{2/3}$, $k_{\parallel} \approx k_{\perp} \frac{n\omega_i}{\omega_{pe}}$ находим

$$\text{Re}\omega \approx n\omega_i; \quad \frac{\gamma}{\omega_i} \approx \frac{\omega_{pi}}{\omega_i} \cdot \frac{k_{\perp}}{k} \cdot \frac{n^{1/2}}{2^{3/4}\pi^{1/4}} \cdot \frac{1}{(k_{\perp} r_i)^{3/2}}.$$

Из выражения для γ следует, что инкремент по порядку величины может приближаться к ω_i . Если выполняется условие $\frac{k_{\parallel}}{k_{\perp}} \gg \frac{\omega_i}{\omega_{pe}}$, то инкремент существенно превышает циклотронную частоту [6].

Рассматриваемым колебаниям естественно приписать нулевую энергию [5]. Действительно, при их раскачке колебательная энергия не меняется, но лишь перераспределяется, переходя от ионов в энергию электрического поля и в колебательную энергию электронов. Само понятие энергии колебаний определено лишь при $\gamma \ll \text{Re}\omega$ [7], т. е. в настоящем случае на границе области неустойчивости. Поскольку, однако, физическая природа колебаний остается неизменной во всей области неустойчивости, то использование этого понятия оправданно и в более широком смысле. Ограничение на температуру электронов, при выполнении которого существуют рассматриваемые колебания, является довольно слабым:

$$\frac{T_e}{T} \ll \left(\frac{\omega_{pi}}{\omega_i}\right)^{2/3}.$$

Колебания с положительной энергией. Рассмотрим, наконец, колебания, для которых $\frac{\omega - n\omega_i}{v_{\parallel i}} \ll k_{\parallel} < \frac{\omega_i}{v_e}$. В этом случае из выраже-

ния (1) получаем

$$\varepsilon \approx 1 - \left(\frac{\omega_{pe}}{\omega}\right)^2 \left(\frac{k_{\parallel}}{k}\right)^2 - i\sqrt{\pi} \frac{\omega_{pi}^2}{\omega_i k_{\parallel} v_{\parallel i}} \left(\frac{k_{\perp}}{k}\right)^2 \frac{n}{2\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{1}{(k_{\perp} r_i)^3} = 0. \quad (7)$$

Это уравнение описывает замагниченные электронные ленгмюровские колебания с частотой $\omega \approx \omega_{pe} \frac{k_{\parallel}}{k} \approx n\omega_i$, раскачивающиеся за счет излучения резонансных ионов. Такая неустойчивость существует, если $\frac{T_e}{T_i} \leq \left(\frac{\omega_{pi}}{\omega_i} \cdot \frac{m_e}{m_i}\right)^{2/5}$, при этом $\frac{\omega_{pi}}{\omega_i} \left(\frac{T_i}{T_e}\right)^{1/2} \gg k_{\perp} r_i \gg \left(\frac{\omega_{pi}}{\omega_i}\right)^{4/5} \left(\frac{m_i}{m_e}\right)^{1/5}$,

$k_{\parallel} \approx k_{\perp} \frac{n\omega}{\omega_{pe}}$. Ее инкремент сравнительно мал: $\frac{\gamma}{\omega_i} \leq \left(\frac{\omega_i}{\omega_{pi}}\right)^{1/5} \left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{3/10}$.

Характер неустойчивости (абсолютная или сносная)

В неограниченной плазме одновременно раскачивается множество колебаний, образующих непрерывный спектр. Поэтому возмущение в фиксированной точке определяется интегралом (см., например, работу [8]):

$$\varphi(t) = \text{const} \int_{-\infty}^{\infty} dk \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \omega}\right)^{-1} e^{-i\omega(k)t}. \quad (8)$$

Если при $t \rightarrow \infty$ $\varphi(t)$ неограниченно растет, то неустойчивость называется абсолютной, в обратном случае — сносной. Росту возмущений препятствует интерференция колебаний с различными частотами или, иначе говоря, уход волновых пакетов из области первоначального возникновения. Для циклотронных колебаний характерны большие значения групповой скорости вдоль магнитного поля. Так, например, для колебаний с отрицательной энергией $V_{\parallel} =$

$= \frac{d\omega}{dk_{\parallel}} \approx \frac{T_e}{T_i} v_e$, $V_{\parallel}/V_{\perp} \approx \frac{v_e}{v_i} \gg 1$; для колебаний с нулевой энергией $V_{\parallel} \approx \left(\frac{\omega_{pi}}{\omega_i}\right)^{1/3} \left(\frac{m_i}{m_e}\right)^{1/2} v_i$,

$V_{\parallel}/V_{\perp} \approx \frac{\omega_{pe}}{n\omega_i} \gg 1$ и для колебаний с положительной энергией $V_{\parallel} \approx \left(\frac{\omega_{pi}}{\omega_i}\right)^{1/5} \left(\frac{m_i}{m_e}\right)^{3/10} v_i$,

$V_{\parallel}/V_{\perp} \approx \frac{\omega_{pe}}{n\omega_i} \gg 1$.

Двигаясь вдоль магнитного поля, возмущения выносятся на торцы, где характер колебаний может измениться. Ввиду этого наибольший интерес представляет исследование движения вдоль магнитного поля.

Интеграл (8) удобно вычислить по методу перевала. Очевидно, неустойчивость будет абсолютной, если найдется точка перевала $k_{\parallel s}$ ($\frac{d\omega}{dk_{\parallel}}|_{k_{\parallel s}} = 0$), для которой $\text{Im} \omega(k_{\parallel s}) > 0^*$.

Заметим, что не всякая точка, в которой $\frac{d\omega}{dk_{\parallel}} = 0$, является точкой перевала для выражения (8). Это можно выяснить, если в плоскости комплексного k_{\parallel} построить линии равного инкремента.

При анализе колебаний с отрицательной энергией учтем тепловой разброс в распределении ионов по продольным скоростям и откажемся от упрощающего предположения $\frac{\omega}{k_{\parallel} v_e} \ll 1$.

Тогда вместо выражения (5) получаем

$$\begin{aligned} \frac{\omega - n\omega_i}{\omega_i} &\approx -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{T_e}{T_i} \cdot \frac{1}{(k_{\perp} r_i)} \times \\ &\times \left[1 + \alpha k_{\parallel}^2 \frac{T_i}{m_i} \cdot \frac{1}{(\omega - n\omega_i)^2} \right] \times \\ &\times \left[1 + i\sqrt{\pi} \frac{\omega}{k_{\parallel} v_e} W\left(\frac{\omega}{k_{\parallel} v_e}\right) \right]^{-1}. \quad (9) \end{aligned}$$

В правой части уравнения (9) можно принять $\omega - n\omega_i \approx n\omega_i \cdot \frac{T_e}{T_i} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi} (k_{\perp} r_i)} \ll \omega_i$. При

помощи формулы (9) находим линии равного инкремента (см. рисунок). Эта картина должна быть отражена относительно мнимой оси. Область, в которой интеграл вероятности в выражении (9) становится быстро осциллирующей и большой по величине функцией, заштрихована. При $k_{\parallel} \rightarrow 0$ ($|z| = \left|\frac{\omega}{k_{\parallel} v_e}\right| \rightarrow \infty$) асимптотики интеграла вероятности, как известно, имеют вид

$$\begin{aligned} W(z)|_{|z| \rightarrow \infty} &\approx \\ &\begin{cases} \frac{i}{\sqrt{\pi z}} \left(1 + \frac{1}{2z^2} + \dots\right) & \left(-\frac{\pi}{4} < \arg z < \frac{5\pi}{4}\right); \\ \frac{i}{\sqrt{\pi z}} \left(1 + \frac{1}{2z^2} + \dots\right) + \\ + (1 - \text{sgn} \text{Im} z) e^{-z^2} & \left(-\frac{3\pi}{4} < \arg z < \frac{\pi}{4}\right). \end{cases} \quad (10) \end{aligned}$$

* Колебания с нулевой и положительной энергией являются сносными, так как для них не выполняется условие $\frac{d\omega}{dk_{\parallel}} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial k_{\parallel}} \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \omega}\right)^{-1} \neq 0$ [см. выражения (6), (7)].

Из рисунка следует, что непрерывной деформацией контур интегрирования можно сместить с действительной оси так, чтобы он проходил через точку перевала: $k_{||s} \approx \pi^{-1/6} e^{-i\pi/6} \times \left(\frac{T_e}{2T_i} \cdot \frac{1}{k_{\perp} r_i} \right)^{2/3} \left(\frac{m_i}{\alpha T_i v_e} \right)^{1/3} n \omega_i$. При этом $\Gamma(k_{||s}) \approx \omega_i \left(\frac{m_e}{m_i} \right)^{1/3}$, что меньше максимального значения $\omega_i \frac{T_e}{T_i}$, получаемого из выражения (5). Напомним, что $\frac{T_e}{T_i} \gg \left(\frac{m_e}{m_i} \right)^{1/3}$.

В заключение заметим, что если $\frac{T_e}{T_i} \approx 0,4$, то условие $\left| \frac{k_{||} v_{||i}}{\omega - n \omega_i} \right| \ll 1$, которое было использовано в уравнении (9), выполняется только при $\alpha \ll 1$. При $\alpha \approx 1$ необходимы точные расчеты без использования асимптотики для $\Gamma \left(\frac{\omega - n \omega_i}{k_{||} v_{||i}} \right)$. Такие вычисления были проведены в работах [1, 3]. Найденные значения $k_{||s}$ и $\gamma(k_{||s})$ согласуются с приближенными значениями, полученными в настоящей работе.

Остановимся теперь на вопросе о развитии неустойчивых колебаний в реальных ограниченных системах. Сносные неустойчивости не будут страшны, если колебания вынесутся на торцы системы прежде, чем нарастут до больших амплитуд. При этом они должны поглощаться на торцах системы, не отражаясь. В работах [1—4] высказано мнение, что таким образом можно улучшить устойчивость плазмы по отношению к циклотронным колебаниям. Действительно, циклотронные колебания с наибольшим инкрементом являются сносными. Причем колебания с нулевой энергией, для которых γ может приближаться по порядку величины к ω_i , близки по своей природе к затухающим электронным ленгмюровским колебаниям с $\omega = \omega_{pe} \frac{k_{||}}{k}$. В работе [6] отмечено, что такие колебания при распространении по плазме с уменьшающейся плотностью будут снижать свою фазовую скорость ($v_{\phi||} = \frac{\omega}{k_{||}} \sim \sim k_{||}^{-1/2}$) до тех пор, пока она не сравняется с тепловой скоростью электронов, после чего колебания должны поглотиться за счет затухания Ландау. Однако установлено, что при $\omega \leq k_{||} v_e$ энергия циклотронных колебаний становится отрицательной, и поэтому взаимодействие с резонансными электронами приводит не к затуханию колебаний, а к их раскачке.

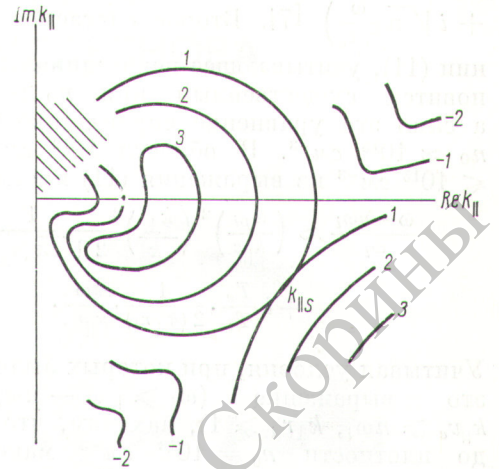


Схема линий равного инкремента для уравнения (9); линии пронумерованы в порядке возрастания инкремента.

Кроме того, длина волны сносных колебаний довольно велика ($\lambda_{||} \approx 10^2 r_i$), поэтому для того чтобы отражение от торцов отсутствовало, система должна быть очень протяженной ($L \gg \gg 10^2 r_i$). Таким образом, укорочение системы, по-видимому, не окажет стабилизирующего воздействия.

Если магнитное поле неоднородно, то ситуация несколько изменяется. Действительно, частота неустойчивых колебаний с отрицательной энергией должна быть близка к n -й циклотронной. Между тем колебания, для которых условие циклотронного резонанса выполняется в центре ловушки, при движении к торцам могут выйти из резонанса. Такие колебания стабилизируются при поглощении энергии на торцах.

Влияние конечной величины $\beta = 8\pi n_0 T_i / H^2$ на циклотронные колебания

При исследуемых параметрах ($n_0 \approx 10^{14} \text{ см}^{-3}$, $H \approx 10^5 \text{ э}$, $T_i \approx 10^2 \text{ кэВ}$) отношение плазменного давления к давлению магнитного поля становится довольно большим ($\beta \approx 0,4$). В этих условиях колебания перестают быть потенциальными. При этом, например, для колебаний с отрицательной энергией дисперсионное уравнение принимает следующий вид:

$$\epsilon - \epsilon_{xx}^{(i)} \epsilon_{zz}^{(e)} \left(\frac{\omega}{kc} \right)^2 = 0. \quad (11)$$

Здесь ϵ определяется выражением (6); $\epsilon_{xx}^{(i)}$ — формулой (1.1) Приложения; $\epsilon_{zz}^{(e)} \approx \frac{\omega_{pe}^2}{k_{||}^2 v_e^2} \left(1 + \right.$

+ $i\sqrt{\pi} \frac{\omega}{k_{\parallel} v_e}$) [7]. Второе слагаемое в уравнении (11), учитывающее непотенциальность, становится существенным при $n_0 \gtrsim 10^{12} \text{ см}^{-3}$, а само это уравнение справедливо вплоть до $n_0 \approx 10^{15} \text{ см}^{-3}$. В области $10^{12} \text{ см}^{-3} \lesssim n_0 \lesssim 10^{15} \text{ см}^{-3}$ из выражения (11) имеем

$$\frac{\omega - n\omega_i}{\omega_i} \approx \left(\frac{\omega_{pi}}{k_{\parallel} c}\right)^2 \left(\frac{k_{\perp}}{k}\right)^2 \frac{1}{2\sqrt{2\pi}(k_{\perp} r_i)^3} + i \frac{T_e}{T_i} \cdot \frac{1}{2(k_{\perp} r_i)} \cdot \frac{\omega}{k_{\parallel} v_e}. \quad (12)$$

Учитывая условия, при которых было получено это выражение ($\omega_i \gtrsim |\omega - n\omega_i| \gtrsim k_{\parallel} v_{\parallel i}$, $k_{\parallel} v_e \gtrsim n\omega_i$, $k_{\perp} r_i \gtrsim 1$), находим, что примерно до плотности $n_0 = 10^{13} \text{ см}^{-3}$ максимальный инкремент не меняется ($\frac{\gamma}{\omega_i} \approx \frac{T_e}{T_i}$), а затем уменьшается ($\sim n_0^{-1/2}$). Инкремент абсолютной неустойчивости при $n_0 \gtrsim 10^{12} \text{ см}^{-3}$ спадает ($\sim n_0^{-3/4}$), и при $n_0 \approx 10^{13} \text{ см}^{-3}$ эта неустойчивость исчезает.

Для колебаний с нулевой энергией непотенциальность становится существенной при $n_0 \gtrsim 10^{14} \text{ см}^{-3}$. Дисперсионное уравнение, описывающее колебания, имеет вид *

$$\varepsilon - \left(\frac{\omega}{kc}\right)^2 [\varepsilon_{xy}^{(e)2} + \varepsilon_{zz}^{(e)} (\varepsilon_{xx}^{(e)} + \varepsilon_{xx}^{(i)})] + \left(\frac{\omega}{kc}\right)^4 \varepsilon_{zz}^{(e)} \varepsilon_{xy}^{(e)2} = 0. \quad (13)$$

Здесь

$$\varepsilon_{xy}^{(e)} \approx i \frac{\omega_{pe}^2}{\omega \omega_e}; \quad \varepsilon_{xx}^{(e)} \approx 1 + \left(\frac{\omega_{pe}}{\omega_e}\right)^2 [7]; \quad \frac{k_{\parallel}}{k} \ll 1.$$

Это уравнение удобно преобразовать:

$$1 + \left(\frac{\omega_{pe}}{\omega_e}\right)^2 \left[1 + \left(\frac{\omega_{pe}}{kc}\right)^2\right] - \left(\frac{\omega_{pe}}{\omega}\right)^2 \left(\frac{k_{\parallel}}{k}\right)^2 \times \left[1 + \left(\frac{\omega_{pe}}{kc}\right)^2\right]^{-1} + \frac{\omega_{pi}^2}{\omega_i(\omega - n\omega_i)} \left(\frac{k_{\perp}}{k}\right)^2 \times \frac{n}{2\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{1}{(k_{\perp} r_i)^3} = 0. \quad (14)$$

Его анализ показывает, что вплоть до $n_0 \approx 10^{15} \text{ см}^{-3}$ максимальный инкремент не меняется по порядку величины, оставаясь сравнимым с ω_i ; в этой области $k_{\perp} \approx r_i^{-1} \left(\frac{\omega_i}{\omega_{pi}}\right)^2 \left(\frac{c}{v_i}\right)^2$, $k_{\parallel} \approx \frac{\omega_{pi}^2}{kc^2}$ и, следовательно, $\frac{k_{\parallel}}{k_{\perp}} \sim n_0^3$. При $n_0 \gtrsim 10^{15} \text{ см}^{-3}$ инкремент падает как n_0^{-1} .

* Аналогичное уравнение описывает «конусную» неустойчивость с $\omega \gg \omega_i$.

Наконец, колебания с положительной энергией во всем интервале плотностей вплоть до $n_0 \approx 10^{15} \text{ см}^{-3}$ остаются потенциальными.

Автор благодарен А. Б. Михайловскому за обсуждение работы.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Приведем ионную часть тензора диэлектрической проницаемости для рассматриваемых колебаний $k_{\parallel} v_{\parallel i} \ll |\omega - n\omega_i| \ll \omega_i$, $k_{\perp} r_i \gg 1$ (этот тензор был получен при помощи данных работы [7]; функция распределения ионов бралась в виде выражения (2)):

$$\varepsilon_{xx} \approx \frac{\omega_{pi}^2}{\omega(\omega - n\omega_i)} \cdot \frac{n}{2\sqrt{2\pi}(k_{\perp} r_i)^3}; \quad (1.1)$$

$$\varepsilon_{xy} = -\varepsilon_{yx} \approx -i \frac{\omega_{pi}^2}{\omega(\omega - n\omega_i)} \cdot \frac{n}{4\sqrt{2\pi}(k_{\perp} r_i)^3}; \quad (1.2)$$

$$\varepsilon_{yy} \approx -\frac{\omega_{pi}^2}{\omega(\omega - n\omega_i)} \cdot \frac{1}{2\sqrt{2\pi}(k_{\perp} r_i)^3}; \quad (1.3)$$

$$\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{zx} \approx \frac{\omega_{pi}^2}{(\omega - n\omega_i)^2} \cdot \frac{k_{\parallel}}{k_{\perp}} \cdot \frac{\alpha}{2\sqrt{2\pi}(k_{\perp} r_i)^3}; \quad (1.4)$$

$$\varepsilon_{yz} = -\varepsilon_{zy} \approx i \frac{\omega_{pi}^2}{(\omega - n\omega_i)^2} \cdot \frac{k_{\parallel}}{k_{\perp}} \cdot \frac{\alpha}{4n\sqrt{2\pi}(k_{\perp} r_i)^3}; \quad (1.5)$$

$$\varepsilon_{zz} \approx \frac{\omega_{pi}^2}{\omega(\omega - n\omega_i)} \cdot \frac{\alpha}{2\sqrt{2\pi}(k_{\perp} r_i)^3}. \quad (1.6)$$

Поступила в Редакцию 17/VI 1970 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. C. Beasley, J. Cordey. Plasma Phys., **10**, 411 (1968).
2. H. Berk et al. In «Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research». Vol. II. Vienna, IAEA, 1969.
3. C. Beasley et al. Ibid.
4. R. Dory et al. Phys. Fluids, **12**, 2117 (1969).
5. А. В. Тимофеев, В. И. Пистунович. В сб. «Вопросы теории плазмы». Т. 5. М., Атомиздат, 1967, стр. 351.
6. R. Post, M. Rosenbluth. Phys. Fluids, **9**, 730 (1966).
7. В. Д. Шафранов. В сб. «Вопросы теории плазмы». Т. 3. М., Госатомиздат, 1963, стр. 3.
8. L. Hall, W. Neckrotte. Phys. Rev., **166**, 120 (1968).