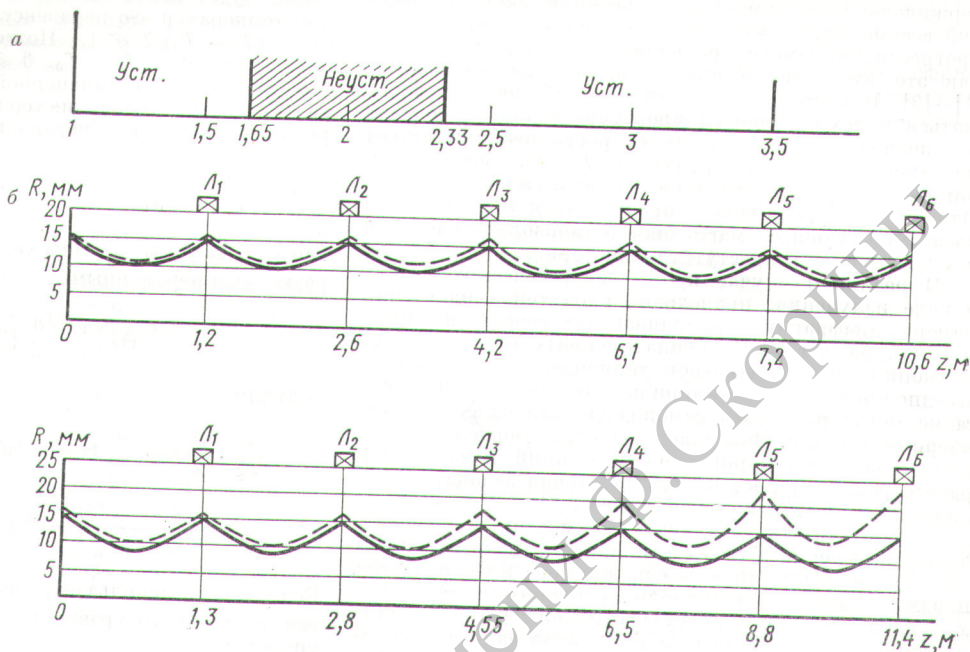


Р и с. 2. Области устойчивости в зависимости от параметра  $k(a)$  и огибающая пучка в устойчивой и неустойчивых системах (б):

— равновесная огибающая; — огибающая при отклонении начальных параметров пучка от равновесных.



речному импульсу, выраженному в относительных единицах;  $c$  — скорость света;  $\epsilon_0$  — диэлектрическая постоянная.

Область изменения начальных параметров пучка задается эллипсом с полуосями  $(\Delta R)$  и  $\Delta \left( \frac{P_r}{m_0 c} \right)$ . Уравнение (1) использовалось нами для численного исследования устойчивости ускоряемых электронных пучков при фокусировке системой, состоящей из отдельных линз, расположенных на различном расстоянии друг от друга. Расстояние между линзами увеличивается вследствие уменьшения расфокусирующего действия пространственного заряда по мере ускорения электронов.

В результате расчетов был получен критерий устойчивости движения заряженных частиц пучка в дискретных фокусирующих системах, справедливый при любых значениях ускоряющего поля (в том числе и в отсутствие ускорения).

Оказалось, что устойчивость зависит от параметра  $k = \frac{R_{\text{макс}}}{R_{\text{мин}}}$ , где  $R_{\text{макс}}$  — максимальное значение огибающей пучка (в месте расположения линзы);  $R_{\text{мин}}$  —

минимальное значение огибающей пучка (между линзами). Области устойчивости в зависимости от параметра  $k$  приведены на рис. 2. На этом же рисунке показаны устойчивая и неустойчивая огибающие колебаний границы пучка.

Поступило в Редакцию 24/VIII 1970 г.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Дж. Р. Пирс. Теория и расчет электронных пучков. М., «Советское радио», 1956.
2. Ю. П. Вахрушин, А. С. Кузнецов. ЖТФ, XXXIX, вып. 3 (1969).
3. А. И. Анацкий и др. «Атомная энергия», 21, 439 (1966).
4. Ю. П. Вахрушин, В. С. Кузнецов, О. Л. Комаров. «Фокусировка интенсивных электронных потоков в непериодических фокусирующих системах». Доклад на VIII Международной конференции по ускорителям заряженных частиц высоких энергий (Ереван, 1969).

## Исследование возможности стационарного режима термоядерных реакций

Я. И. КОЛЕСНИЧЕНКО

Как известно, одно из необходимых условий протекания самоподдерживающихся термоядерных реакций — преобладание энергопоступлений в плазму, обусловленных этими реакциями, над потерями энергии, связанными с тормозным излучением, синхротронным излучением и т. п. Поскольку энерговыделение при термоядерных реакциях с ростом температуры растет быстрее, чем указанные виды энергетических потерь, температура

плазмы должна превышать некоторую критическую величину  $T_{\text{кр}}$  (если плазма прозрачна).

В случае идеальной магнитной термоизоляции плазмы при  $T > T_{\text{кр}}$  ( $T$  — температура реагирующих ионов) будет происходить разогрев плазмы. Это приведет к росту скорости реакции, что вызовет еще большее повышение температуры плазмы. Поскольку при минимальной температуре, необходимой для самопод-

УДК 621.039.61 : 533.9

держивающихся термоядерных реакций, скорость реакций весьма сильно зависит от величины  $T$ , произойдет прогрессивное самоускорение реакций аналогично тому, как это имеет место при обычном тепловом взрыве [1]—[3]. Нарастание скорости реакций может продолжаться до тех пор, пока температура плазмы не достигнет значений, при которых скорость реакции станет медленно меняющейся функцией  $T$  (для смеси дейтерий — тритий эти значения составляют 40—50 кэВ). Однако нарастание может прекратиться и ранее, если до этого ухудшится магнитная термоизоляция плазмы и существенно возрастут теплопотери.

В реальном случае кроме энергетических потерь в виде излучения, происходит уход тепла на стенки камеры, диафрагму, ограничивающую сечение плазменного шнура, и т. п. Величина тепловых потерь зависит от конкретных параметров термоядерных установок. Предположим, что эти потери не слишком велики и в системе могут протекать самоподдерживающиеся термоядерные реакции. Возникает вопрос, возможен ли в таком случае стационарный режим реакций. В настоящей работе решается простейшая модельная задача, позволяющая сделать некоторые выводы.

Будем считать, что тепловые потери происходят преимущественно в результате теплопроводности плазмы. Рассмотрение проведем на примере плоского слоя плазмы. Ось  $z$  направим вдоль магнитного поля, а ось  $x$  — вдоль нормали к поверхности слоя. Тогда при стационарном протекании реакций можно записать уравнение теплового баланса для реагирующих ионов: \*

$$\frac{\partial}{\partial x} \kappa_{\perp} \frac{\partial}{\partial x} T = -Q(T); \quad (1)$$

$$T = T_0 > T_{кр} \quad \text{при} \quad x = \pm L, \quad (2)$$

где  $\kappa_{\perp}$  — поперечный коэффициент теплопроводности ионов;  $L$  — эффективная полуширина высокотемпературной части плазмы;  $Q$  — энерговыделение реакции в единицу объема.

Для решения уравнения (1) необходимо знать зависимость  $\kappa_{\perp}$  и  $Q$  от температуры. Если считать, что плазма является локально термодинамически равновесной, а ее теплопроводность определяется кулоновскими столкновениями, то для равнокомпонентной смеси дейтерий — тритий ( $n_d = n_t \equiv n$ ) коэффициент теплопроводности равен [5]

$$\kappa_{\perp} \sim \frac{nT}{M\omega_H^2 \tau} \quad (3)$$

( $\omega_H$  и  $\tau$  — ионная циклотронная частота и время рассеяния ионов на позах), а энерговыделение равно

$$Q(T) = qn^2 \langle \sigma v \rangle. \quad (4)$$

Здесь  $q = 3,5 \text{ МэВ}$  — энергия ионов гелия, образующихся в результате реакций; зависимость  $\langle \sigma v \rangle$  от температуры определяется выражением (5), справедливым при  $T < 40 \text{ кэВ}$  (см. например [6]):

$$\langle \sigma v \rangle = \frac{3,14 \cdot 10^{-12}}{T^{2/3}} \exp \left\{ -\frac{\varepsilon^{1/3}}{T^{1/3}} \right\} \quad (\text{см}^3/\text{сек}), \quad (5)$$

где  $\varepsilon = 8 \cdot 10^3 \text{ кэВ}$ ;  $T$  выражено в килоэлектронвольтах.

По существующим оценкам, минимальная температура, при которой возможны самоподдерживающиеся термоядерные реакции в смеси дейтерий — тритий, составляет 4—10 кэВ. При такой температуре  $(\varepsilon/T)^{1/3} \gg 1$ .

Далее будет ясно, что при стационарном распределении температур это неравенство эквивалентно неравенству  $(T - T_0)/T \ll 1$ . Поэтому имеет смысл ввести переменную  $\Theta = T - T_0$ ,  $\Theta \ll T_0$  аналогично тому, как это делается в стационарной теории теплового взрыва [3]. Тогда уравнение теплового баланса для реагирующих ионов приобретет следующий вид:

$$\frac{\partial}{\partial x} \kappa_{\perp} \frac{\partial}{\partial x} \Theta = -qn^2 \langle \sigma v \rangle_0 \exp \left\{ \frac{\varepsilon^{1/3} \Theta}{3T_0^{4/3}} \right\}, \quad (6)$$

где  $\langle \sigma v \rangle_0 \equiv \langle \sigma v \rangle_{T=T_0}$ . Переходя в этом уравнении к безразмерным переменным

$$\Theta = \frac{\varepsilon^{1/3} \theta}{3T_0^{4/3}}; \quad \xi = \frac{x}{L}, \quad (7)$$

получим

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \cdot \frac{\kappa_{\perp}}{\kappa_{\perp 0}} \cdot \frac{\partial}{\partial \xi} \Theta = -\delta e^{\theta} \left( 1 - 2 \frac{T_0^{1/3}}{\varepsilon^{1/3}} \theta \right); \quad (8)$$

$$\delta = \frac{qn^2 \langle \sigma v \rangle_0 L^2 \varepsilon^{1/3}}{3\kappa_{\perp 0} T_0^{4/3}}; \quad \kappa_{\perp 0} \equiv \kappa_{\perp}(T=T_0). \quad (9)$$

Если теперь использовать выражение (3) для  $\kappa_{\perp}$ , считая  $n = \text{const}$ , то уравнение теплового баланса можно упростить:

$$\left( 1 - \frac{3}{2} \frac{T_0^{1/3}}{\varepsilon^{1/3}} \theta \right) \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \xi^2} - \frac{3}{2} \cdot \frac{T_0^{1/3}}{\varepsilon^{1/3}} \left( \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} \right)^2 = -\delta e^{\theta} \left( 1 - 2 \frac{T_0^{1/3}}{\varepsilon^{1/3}} \theta \right). \quad (10)$$

Поскольку распределение температуры должно быть симметричным относительно плоскости  $x=0$ , граничные условия имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \Theta &= \Theta_{\text{макс}} \quad \text{при} \quad \xi = 0; \\ \Theta &= 0 \quad \text{при} \quad \xi = \pm 1. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Перейдем к переменной  $y = \exp \left\{ -\frac{\theta}{2} \right\}$ . После несложных преобразований можно найти решение уравнения (10), справедливое с точностью до членов второго порядка малости по параметру  $(T_0/\varepsilon)^{1/3}$ :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{A \sqrt{a\delta/2}} \times \\ & \times \int_0^{(Ay)^a} \frac{dt t^{-a} - 1}{\left\{ (t^2 - 1) \left[ 1 + \frac{1}{2} \frac{T_0^{1/3}}{\varepsilon^{1/3}} - \frac{T_0^{1/3}}{\varepsilon^{1/3}} \ln A \right] - \frac{T_0^{1/3}}{\varepsilon^{1/3}} \ln t \right\}^{1/2}} = \pm \xi; \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$A = \frac{y}{y(0)}; \quad a = 1 - 3T_0^{1/3}/\varepsilon^{1/3}. \quad (13)$$

\* Более полное уравнение теплового баланса приведено, например, в работе [4].

Интеграл, входящий в равенство (12), не выражается через элементарные функции. Вычисления, использующие малость отношения  $T_0/\varepsilon$ , показывают, что из (12) следует соотношение

$$\frac{\vartheta_{\text{макс}}}{T_0} \sim \left(\frac{T_0}{\varepsilon}\right)^{1/3}, \quad (14)$$

которое подтверждает вывод об эквивалентности неравенств

$$\vartheta \ll T_0 \quad \text{и} \quad (T_0/\varepsilon)^{1/3} \ll 1.$$

Решение (12) получено с учетом граничного условия  $d\vartheta/d\xi = 0$  при  $\xi = 0$ . Используя второе граничное условие, получим уравнение относительно константы интегрирования  $A$ :

$$\frac{1}{A \sqrt{a/2}} \int_0^{\sqrt{A^2 a - 1}} \frac{dz}{(1+z^2)^{1-\frac{1}{2a}}} \times \\ \times \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{T_0}{\varepsilon}\right)^{1/3} \left[ 1 - 2 \ln A - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{z^2} \ln(1+z^2) \right] \right\}^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{\delta}. \quad (15)$$

Правая часть этого уравнения не зависит от величины  $A$ . Левая же часть представляет собой функцию, которая имеет максимум при некотором значении  $A = A_{\text{макс}}$ . Поэтому уравнение (15) имеет решение только тогда, когда значение такого максимума не менее  $\sqrt{\delta}$ . Это означает, что

$$\delta \leq \delta_{cr}, \quad (16)$$

где  $\delta_{cr}$  равно квадрату максимального значения функции, стоящей в левой части (15).

Численные расчеты показывают, что  $\delta_{cr} \approx 0,9$ , если  $T \sim 5-10$  кэв. Отметим, что хотя это значение для  $\delta_{cr}$  получено при  $\kappa_{\perp}$ , определяемом формулой (3), оно остается верным по порядку величины и в других случаях, когда  $d \ln \kappa_{\perp} / dT \ll d \ln Q / dT$ . К такому выводу нетрудно прийти, приняв во внимание тот факт, что учет зависимости  $\kappa_{\perp}$  от  $T$  привел в уравнении (10) к появлению членов  $\sim (T_0/\varepsilon)^{1/3}$ .

Если считать  $n$  и  $T$  заданными, то условие (16) означает, что стационарное протекание реакций возможно лишь при  $L < L_{cr}$ . Величину  $L_{cr}$  легко найти из выражения (9):

$$L_{cr} = \left[ 3\delta_{cr} \left(\frac{T_0}{\varepsilon}\right)^{1/3} \frac{T_0}{q} \frac{\kappa_{\perp 0}}{n^2 \langle \sigma v \rangle_0} \right]^{1/2}. \quad (17)$$

Например, при параметрах дейтерий-третиевой плазмы  $n = 10^{15}$ ,  $T = 8$  кэв,  $H \sim 50 \div 100$  кэв и при  $\kappa_{\perp}$ , определенном формулой (3), получим  $L_{cr} \sim 1$  см.

Итак, при  $L > L_{cr}$  будет происходить самоускорение реакции. С другой стороны, для ее самоподдержания необходимо, чтобы радиус плазменного шнура превышал некоторую величину  $a$  [4, 6]

$$a = \left( 4,76 \cdot 10^{14} \frac{D_{\perp}}{nT \langle \sigma v \rangle} \right)^{1/2}, \quad (18)$$

где  $D_{\perp}$  — коэффициент диффузии плазмы поперек магнитного поля. При сравнении  $L_{cr}$  с  $a$  получим

$$\frac{L_{cr}}{a} = \left[ 6,3 \cdot 10^{-15} \delta_{cr} \left(\frac{T_0}{\varepsilon}\right)^{1/3} \times \right. \\ \left. \times \frac{T_0}{q} \frac{T}{\langle \sigma v \rangle_0} \frac{\kappa_{\perp 0}}{nD_{\perp}} \right]^{1/2}. \quad (19)$$

Отсюда следует, что если  $\kappa_{\perp} \approx nD_{\perp}$ ,  $T \approx 5 \div 10$  кэв, то  $L_{cr} \sim a$ , и стационарное протекание реакций невозможно.

В правую часть равенства (19) входит в качестве сомножителя отношение  $\sqrt{\kappa_{\perp} / D_{\perp}}$ . Благодаря этому вывод о том, что  $L_{cr} \approx a$  при температуре реагирующей смеси дейтерий-третий до 10 кэв, справедлив, по-видимому, и при наличии аномальных процессов переноса.

В заключение отметим, что в проведенном рассмотрении не учитывались многие физические процессы (перенос тепла из-за конвекции, излучение, процессы, связанные с градиентом плотности и температуры у поверхности плазмы, и пр.), при наличии которых поперечный критический размер плазмы ( $L_{cr}$ ) может отличаться от полученного в настоящей работе. Учет этих процессов требует частного рассмотрения.

Автор выражает благодарность В. В. Владимирову и В. Н. Ораевскому за полезные обсуждения.

Поступило в Редакцию 12/VIII 1970 г.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. V a n t - H o f f. Etudes de dynamique chimique. Amsterdam, 1884, p. 161.
2. Н. Н. Семенов. Цепные реакции. М., Госхимиздат, 1934.
3. Д. А. Франк-Каменецкий. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М., Изд-во АН СССР, 1947.
4. Б. Б. Кадомцев, О. П. Погуде. В сб. «Вопросы теории плазмы». Вып. 5. М., Атомиздат, 1967.
5. С. И. Брагинский. В сб. «Вопросы теории плазмы». Вып. 1. М., Атомиздат, 1963.
6. Л. А. Арцимович. Управляемые термоядерные реакции. М., Физматгиз, 1963.