Построение наивыгоднейших несимметричных каскадов для разделения многокомпонентных изотопных смесей

Н. А. КОЛОКОЛЬЦОВ, Г. А. СУЛАБЕРИДЗЕ

УДК 621.039.3

Как известно, при разделении двухкомпонентных изотопных смесей несимметричные разделительные каскады в некоторых случаях могут быть выгоднее соответствующих симметричных каскадов [1]. Естественно предположить, что это утверждение распространяется также на процессы разделения многокомпонентных изотопных смесей. Настоящая работа посвящена теоретическому исследованию несимметричных каскадов для разделения многокомпонентных смесей с целью определения оптимальных условий разделения.

Схема многокомпонентного несимметричного каскада строится аналогично двухкомпонентной: полный поток L, подаваемый в разделительный элемент, делится на два: θL и $(1-\theta)L$, где θ — коэффициент деления потоков. Поток θL, поступающий из некоторой s-й ступени, подается на вход $s+k$-й ступени $(k \geqslant 1)$ и соответственно $(1-\theta)L$ — на вход $s-(p-1)$-й ступени $(p \geqslant 2)$. Следует иметь в виду, что числа k и p составляют только несколько единиц, поэтому они всегда малы по сравнению с числом ступеней в обогатительной части каскада S_P и в отвальной части S_W. Коэффициент деления потоков определяется из соотношения

$$\frac{\theta}{1-\theta}=\frac{p-1}{k}. \tag{1}$$

При сделанных предположениях систему уравнений переноса в обогатительной части несимметричного каскада с любым p и k и произвольным распределением потоков, предназначенного для разделения m-компонентной изотопной смеси, можно записать в виде [1]

$$\frac{dc_i}{ds}=\frac{2}{p-1}\left[\theta c_i\sum_{j=1}^{m}\varepsilon_{ij}c_j-\frac{P}{kL}(c_{iP}-c_i)\right], \quad (i=1,\ldots,m) \tag{2}$$

с дополнительным условием:

$$\sum_{i=1}^{m}c_i=1, \tag{3}$$

где c_i — концентрация i-го компонента смеси с массой M_i; c_{iP} — концентрация i-го компонента смеси в отборе; P — поток в отборе; ε_{ij} — коэффициент обогащения i-го компонента по отношению к j-му, который, вообще говоря, зависит от θ.

Кроме того, потоки отбора P, питания F, отвала W и соответствующие концентрации c_{iP}, c_{iF}, c_{iW} должны удовлетворять уравнениям баланса:

$$\left.\begin{aligned}F&=P+W;\\ c_{iF}F&=c_{iP}P+c_{iW}W.\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Введем обозначения:

$$\varepsilon^*_{ij}=\frac{2\theta}{p-1}\varepsilon_{ij}, \tag{5}$$

$$L^*=(p-1)kL \tag{6}$$

и перепишем систему (2) в виде

$$\frac{dc_i}{ds}=c_i\sum_{j=1}^{m}\varepsilon^*_{ij}c_j-\frac{2P}{L^*}(c_{iP}-c_i), \tag{7}$$

где $i=1,\ldots,m$. Таким образом, система уравнений переноса несимметричного многокомпонентного каскада (2) приводится к системе (7), которая математически эквивалентна системе уравнений переноса симметричного каскада с потоком L^* и коэффициентами обогащения на ступени ε^*_{ij}. Распределение потоков L^*, соответствующее оптимальному симметричному каскаду, описываемому системой уравнений (7), дает оптимальное распределение потоков L для несимметричного каскада с заданными p и k.

Согласно данным работ [2, 3], условиям оптимального распределения потоков при заданных концентрациях c_{iP}, c_{iW}, т. е. каскадам с минимальным суммарным потоком, соответствует так называемый Q^*-каскад, в котором распределение потоков в отборной и отвальной частях имеет вид

$$L^*=2P\sum_{i=1}^{m}\frac{c_{iP}}{Q^*_i}\{1-\exp[-Q^*_i(S_P-s)]\}; \tag{8}$$

$$L^*=2W\sum_{i=1}^{m}\frac{c_{iW}}{Q^*_i}\{\exp[Q^*_i(S_W-s)]-1\}, \tag{9}$$

а выходные концентрации связаны с концентрациями в точке подачи питания c_{if} соотношениями

$$c_{iP}=\frac{Q^*_i c_{if}}{1-\exp[-Q^*_i S_P]}\Bigg/\sum_{j=1}^{m}\frac{Q^*_j c_{jf}}{1-\exp[-Q^*_j S_P]}; \tag{10}$$

$$c_{iW}=\frac{Q_i c_{if}}{\exp\,[Q_i^* S_W]-1}\Big/\sum_{j=1}^{m}\frac{Q_j^* c_{jf}}{\exp\,[Q_j^* S_W]-1}. \qquad (11)$$

В формулах (8) — (11) Q_i^* — некоторые константы, связанные между собой соотношениями

$$Q_i^*-Q_j^*=\varepsilon_{ij}^*. \qquad (12)$$

Если использовать уравнения баланса внешних потоков, то концентрацию c_{if} можно исключить, тогда c_{iP} и c_{iW} выразятся через концентрации в потоке питания c_{iF} следующим образом:

$$c_{iP}=\frac{\dfrac{\exp\,[Q_i^* S_W]-1}{\exp\,[Q_i^* S_W]-\exp\,[-Q_i^* S_P]}\,c_{iF}}{\sum\limits_{j=1}^{m}\dfrac{\exp\,[-Q_j S_W]-1}{\exp\,[Q_j^* S_W]-\exp\,[-Q_j^* S_P]}\,c_{jF}}; \qquad (13)$$

$$c_{iW}=\frac{\dfrac{1-\exp\,[-Q_i^* S_P]}{\exp\,[Q_i^* S_W]-\exp\,[-Q_i^* S_P]}\,c_{iF}}{\sum\limits_{j=1}^{m}\dfrac{1-\exp\,[-Q_j S_P]}{\exp\,[Q_j^* S_W]-\exp\,[-Q_j S_P]}\,c_{jF}}. \qquad (14)$$

Распределения оптимальных L получаются из выражений (8), (9) делением на $k\,(p-1)$.

Умножив (8) и (9) на $\frac{ds}{k\,(p-1)}$ и проинтегрировав (8) и (9) по длине каскада, получим формулу для суммарного потока:

$$\sum L=\frac{2}{k\,(p-1)}\times$$

$$\times\sum_{i=1}^{m}\left\{\frac{Pc_{iP}\,(\exp\,[-Q_i^* S_P]-1)+Wc_{iW}(\exp\,[Q_i^* S_W]-1)}{Q_i^{*2}}+\right.$$

$$\left.+\frac{Pc_{iP}S_P-Wc_{iW}S_W}{Q_i^*}\right\}. \qquad (15)$$

Оптимальная величина Q_n^*, соответствующая минимуму $\sum L$ при решении задачи по концентрированию изотопов с номерами $1, \ldots, n$ и «подавлению» изотопов с номерами $n+1, \ldots, m$, определяется выражением [2]:

$$Q_n^*=\frac{1}{2}\varepsilon_{nn+1}^*=\frac{1}{2}\cdot\frac{2\theta}{p-1}\,\varepsilon\,(M_{n+1}-M_n), \qquad (16)$$

где ε — коэффициент обогащения при разности масс, равной единице. Тогда из выражения (12) следует, что для любого i

$$Q_i^*=\frac{2\theta}{p-1}\,\varepsilon\left(\frac{M_n+M_{n+1}}{2}-M_i\right), \qquad (17)$$

и, в частности,

$$Q_{n+1}^*=-Q_n^*. \qquad (18)$$

При задании оптимальных Q_i^* в виде (17) выражение для суммарного потока (15) существенно упрощается. Действительно, из (10) и (11) с учетом условия (18) имеем

$$Pc_{iP}\,(\exp\,[-Q_i^* S_P]-1)=$$

$$=-Pc_{n+1P}\,\frac{c_{if}}{c_{n+1f}}\cdot\frac{Q_i^*}{Q_n^*}\,(\exp\,[-Q_n S_P]-1); \qquad (19)$$

$$Wc_{iW}\,(\exp\,[Q_i^* S_W]-1)=$$

$$=-Wc_{n+1W}\,\frac{c_{if}}{c_{n+1f}}\cdot\frac{Q_i^*}{Q_n^*}\,(\exp\,[-Q_n S_W]-1), \qquad (20)$$

а из (13) и (14) при условии (18) непосредственно получается

$$\frac{c_{nP}}{c_{n+1P}}\Big/\frac{c_{nF}}{c_{n+1F}}=\exp\,[Q_n^* S_P]; \qquad (21)$$

$$\frac{c_{nW}}{c_{n+1W}}\Big/\frac{c_{nF}}{c_{n+1F}}=\exp\,[-Q_n^* S_W]. \qquad (22)$$

Уравнения (21) и (22) означают, что в выбранном Q^*-каскаде с наивыгоднейшей величиной Q_n^*, определяемой согласно (16), относительные концентрации $R_n=\frac{c_n}{c_{n+1}}$ на входах в разделительную ступень одинаковы, т. е. выполняется условие несмешения относительных концентраций R_n. По аналогии с симметричными R-каскадами, примененными в работе [4] для трехкомпонентной смеси, такие каскады можно было бы называть несимметричными R_n-каскадами.

Суммируя (19) и (20) с учетом соотношений (4), (21), (22), можно получить равенство

$$Pc_{iP}\,(\exp\,[-Q_i^* S_P]-1)+$$

$$+Wc_{iW}\,(\exp\,[Q_i^* S_W]-1)=0, \qquad (23)$$

которое справедливо для любого i. Кроме того, непосредственно из соотношений (21), (22) с учетом уравнений баланса (4) следует:

$$\frac{Pc_{iP}S_P-Wc_{iW}S_W}{Q_i^*}=$$

$$=\frac{Pc_{iP}\ln R_{nP}+Wc_{iW}\ln R_{nW}-Fc_{iF}\ln R_{nF}}{Q_i^* Q_n^*}. \qquad (24)$$

Подставив соотношения (23) и (24) в выражение для суммарного потока (15) и заменив Q_i^* и Q_n^* по формулам (16) и (17), с учетом соотношения (1) получим

$$\Sigma L=\frac{1}{\varepsilon^2}\cdot\frac{1}{\theta\,(1-\theta)}\times$$

$$\times\sum\frac{Pc_{iP}\ln R_{nP}+Wc_{iW}\ln R_{nW}-Fc_{iF}\ln R_{nF}}{(M_{n+1}-M_n)\left(\dfrac{M_n+M_{n+1}}{2}-M_i\right)}. \qquad (25)$$

Выражение под знаком суммы определяется внешними параметрами каскада и разностями масс разделяемых изотопов. От коэффициента деления потоков θ это выражение не зависит. Отсюда следует, что минимуму суммарного потока ΣL соответствует минимум коэффициента при сумме в выражении (25), т. е. минимум величины

$$\frac{1}{\varepsilon^2}\cdot\frac{1}{\theta(1-\theta)}. \qquad (26)$$

Это условие по форме совпадает с условием оптимума для несимметричных двухкомпонентных каскадов [1].

Если задаться известной зависимостью

$$\varepsilon=\varepsilon_0\frac{1}{\theta}\ln\frac{1}{1-\theta}, \qquad (27)$$

где ε_0— величина, не зависящая от θ, то

$$\frac{1}{\varepsilon^2}\cdot\frac{1}{\theta(1-\theta)}=\frac{1}{\varepsilon_0^2}\cdot\frac{\theta}{1-\theta}\cdot\frac{1}{\ln^2\frac{1}{1-\theta}}. \qquad (28)$$

Величина (28) имеет минимум при $\theta=0{,}8$, так же как и для двухкомпонентных каскадов.

Заметим, что рассмотренный частный случай Q^*-каскада при переходе к двухкомпонентной смеси превращается в идеальный двухкомпонентный каскад без смешения концентраций на входах в ступень. Это непосредственно следует из формул вида (21), (22). Легко показать, что в этом случае формула для суммарного потока (25) также превращается в известную формулу для двухкомпонентного каскада, из которой, в частности, может быть получена функция ценности.

Следует отметить, что, хотя для сокращения математических выкладок наивыгоднейшее значение θ найдено только для частного случая Q^*-каскада, представляющего наибольший практический интерес, полученные выводы могут быть обобщены на все Q^*-каскады с произвольным выбором постоянной Q_n^*, при этом наивыгоднейшая величина θ не изменится. Очень интересно, что, хотя математически условия оптимума для несимметричных многокомпонентных Q^*-каскадов и для двухкомпонентных каскадов совпадают, по существу эти условия несколько различны. Первое получено из условия минимума при обязательном наличии смешения концентраций, второе — из того же условия минимума, которое совпадает с условием отсутствия смешений.

Многокомпонентные реальные каскады без смешения концентраций нам неизвестны. Однако из выражения для функции ценности многокомпонентного каскада [5], соответствующей случаю гипотетического отсутствия смешений, следует необходимость минимума функции $\frac{1}{\varepsilon^2\theta(1-\theta)}$. Исходя из этого, по-видимому, можно предположить, что указанное условие минимума и соответственно наивыгоднейшее значение θ являются общими для любых многокомпонентных каскадов. Такое предположение представляется физически вполне разумным, хотя оно и требует строгого математического доказательства.

Поступила в Редакцию 6/V 1971 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. А. Колокольцов и др. «Атомная энергия», 27, 9 (1969).
2. Н. А. Колокольцов и др. «Атомная энергия», 29, 425 (1970).
3. С. А. Третьяк, Г. А. Сулаберидзе. «Теоретические основы химической технологии», № 5 (1971).
4. A. de la Garza et al. Chem. Engng Sci., 15, 188 (1961).
5. Н. А. Колокольцов и др. «Атомная энергия», 29, 128 (1970).

ABSTRACTS OF ARTICLES, PUBLISHED AT THE PRESENT ISSUE

Doubling Time of Fact Reactors — How Long It Should Be? By V. V. Orlov. Atomnaya energiya 31, 195 (1971).

The question given above is important one for the development of optimal fast reactor for large-scale nuclear power economy.

Estimates of natural uranium requirements for the developing nuclear power economy based on light water reactors and fast breeders are given in comparison with known world resources of relatively cheap natural uranium. This comparison shows that the use of fast reactors with doubling time $T_2 = 6 \div 8$ years makes it possible to develop large-scale nuclear power economy within the limits of cheap uranium resources to provide the fuel for nuclear power economy from its own resources in perspective.

It is stressed here, that LMFBR and their fuel cycle modifications, which are being developed now-a-days, allow to achieve these characteristics. (1 table, 4 references.)

Turbulent Heat and Mass Transfer in Smooth and Rough Tubes. M. D. Millionshikov. Atomnaya energiya, 31, 199 (1971).

The theory of heat and mass transfer in rough-walled channels is developed. The calculation results are given as a dependence of a certain modified Stenton numder on Prandtl and Reynolds numbers.

Experimental data both for rough- and smooth-walled channels obtained by various authors are used for comparison. (2 figures, 10 references.)

Large Gamma-Plant. By UGU-200. By A. K. Krasin, et al. Atomnaya energiya 31, 205 (1971).

The multicell «water-dry» gamma-plant has been put into operation. Two «dry» cells can be supplied by one source separately or by two sources simultaneously. The volume of each cell is