

Турбулентный тепло- и массообмен в трубах с гладкими и шероховатыми стенками

М. Д. МИЛЛИОНЩИКОВ

УДК 523.542

Основная задача теории тепло-массообмена состоит в определении потока тепла или массы с поверхности стенки тела, находящегося в потоке жидкости, или с поверхности канала, по которому течет жидкость.

Процессы тепло- и массообмена (или диффузии) имеют глубокие аналогии, поэтому мы будем рассматривать их одновременно и лишь для определенности будем говорить о теплообмене, имея в виду, что все выводы (в соответствующих терминах) относятся также и к диффузии. О замене терминов и обозначений, обусловленной переходом к массообменным задачам, будет сказано ниже.

Рассмотрим течение в трубе. Принимая поток q_0 с единицы поверхности стенки пропорциональным разности температуры стенки T_0 и средней температуры потока жидкости \bar{T} , имеем

$$q_0 = \alpha (T_0 - \bar{T}). \quad (1)$$

Поток тепла q_M , который пропорционален осредненному молекулярному переносу, определим выражением

$$q_M = \kappa \frac{T_0 - \bar{T}}{d}, \quad (2)$$

где κ — коэффициент теплопроводности жидкости; d — диаметр трубы; отношение потоков q_0 и q_M носит название числа Нуссельта:

$$N = \frac{q_0}{q_M}. \quad (3)$$

Из выражений (1) — (3) следует

$$N = \frac{\alpha d}{\kappa}. \quad (4)$$

Иногда (4) принимают в качестве определения числа Нуссельта на основании соображений размерностей. Это число обычно используется при обработке экспериментальных данных и в теоретических расчетах.

Теплообмен зависит от величин, характеризующих поток жидкости и ее физические свойства: средней по сечению скорости \bar{u} ; вязкости μ ; плотности ρ ; теплопроводности κ или связанной с ней температуропроводности $\chi = \frac{\kappa}{\rho c_p}$, где c_p — коэффициент теплоемкости при постоянном давлении; относительной шероховатости стенок \bar{k} . Соответственно безразмерный критерий Нуссельта зависит от безразмерных

чисел Рейнольдса $R = \frac{\bar{u}d}{\nu}$ ($\nu = \frac{\mu}{\rho}$ — коэффициент кинематической вязкости), числа Прандтля $P = \frac{\nu}{\chi}$ и величины \bar{k} :

$$N = f(R, P, \bar{k}). \quad (5)$$

Следует отметить, что иногда в рассмотрение вводится число Пекле:

$$Pe = \frac{\bar{u}d}{\chi}, \quad (6)$$

равное произведению чисел R и P :

$$Pe = RP. \quad (7)$$

Число Нуссельта может рассматриваться как функция числа Пекле и одного из упомянутых выше чисел — Рейнольдса, Прандтля (и относительной шероховатости), а не только числа Пекле (и шероховатости), что иногда делается, в частности в работах по теплообмену в жидких металлах. Формулы, содержащие лишь число Пекле, могут быть использованы для вычисления теплообмена либо при фиксированном R , либо при фиксированном P , так как характер зависимости N от R и P весьма различный.

Наряду с числом Нуссельта используется число Стентона, определяемое формулой

$$S = \frac{q_0}{\rho c_p \bar{u} (T_0 - T)} \quad (8)$$

и связанное с N простым соотношением:

$$S = \frac{N}{RP}. \quad (9)$$

Аналогичная система параметров используется при рассмотрении задач массообмена, в которых, однако, q_0 означает поток массы рассматриваемого вещества; произведение температуры T на c_p заменяется концентрацией c , и коэффициент температуропроводности χ заменяется коэффициентом диффузии D . В этом случае числа Стентона и Прандтля, для которых мы сохраним их наименования, можно записать в виде

$$S = \frac{q_0}{\rho \bar{u} (c_0 - c)}; \quad (10)$$

$$P = \frac{\nu}{D}. \quad (11)$$

Иногда кроме чисел N и S употребляются и другие комбинации одного из этих чисел с числами Рейнольдса и Прандтля. В частности, в химической технологии применяют число j_D , пропорциональное S и некоторой степени числа Прандтля, показатель которой подобран так, чтобы число j_D не зависело от P при достаточно больших значениях P .

Представляется, однако, целесообразным в качестве основного параметра принять тот, который естественным образом входит в уравнение теплообмена. Таким образом, возникает некоторая модификация числа Стентона, которая обладает существенными преимуществами по сравнению с обычным числом Стентона.

Модифицированное число Стентона S^* определим формулой

$$S^* = \frac{q_0}{\rho c_p v_* (T_0 - \bar{T})}. \quad (12)$$

Как видно из формул (8) и (12), отличие S^* от S заключается в том, что в определение S^* входит динамическая скорость v_* вместо средней по сечению скорости u , используемой при определении S .

Основная задача теории тепло-массообмена будет заключаться в установлении связи между S^* и параметрами P , R и \bar{k} .

Динамическая скорость $v_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$, где τ_0 —

касательное напряжение на стенке канала, определяется законом течения в трубе. Средняя температура \bar{T} в канале определяется законом теплопереноса. Вообще говоря, эти задачи взаимосвязаны, так как плотность и вязкость жидкости зависят от температуры. Однако в некоторых практически важных случаях имеется возможность рассматривать гидродинамическую и тепловую задачи независимо.

Все закономерности тепло-массообмена в случае гладких труб полностью определяются гидродинамическими константами [1]. В данной работе рассматривается случай, когда стенки шероховатые.

В работах [2, 3] была построена теория течения в трубах с шероховатыми стенками, в основу которой положен принцип суперпозиции вязкостей — молекулярной ν , турбулентной ν_1 , определяемой масштабом течения, и турбулентной ν_2 , определяемой средним масштабом шероховатости. Введение дисперсии [3] шероховатости, распределенной по некоторому закону, позволило установить количественное различие между так называемой «зернистой» и «технической» («естественной») шероховатостями. Это

различие измеряется величиной дисперсии (среднеквадратичного отклонения). Зернистая шероховатость характеризуется малой дисперсией, техническая (естественная) — относительно большой. Основное различие между этими видами шероховатости: асимптотическое значение коэффициента сопротивления в первом случае определяется средней величиной шероховатости, а во втором — зависит как от средней величины шероховатости, так и от дисперсии [3]. Таким образом, при большой дисперсии эффективная шероховатость может значительно превышать среднюю шероховатость.

Характерной особенностью турбулентной вязкости является зависимость ее от касательного напряжения в данном сечении потока. Выражение для ν_1 может быть записано в виде [4]

$$\nu_1 = a \frac{v_{*1}^2}{v_*} (y - \delta_0), \quad (13)$$

где v_{*1} — динамическая скорость, соответствующая напряжению τ в данном сечении:

$$v_{*1} = \sqrt{\frac{\tau}{\rho}},$$

а величина v_* определяется касательным напряжением τ_0 на стенке:

$$v_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}.$$

В случае обтекания пластинки $\tau = \tau_0$, тогда

$$\nu_1 = av_* (y - \delta_0). \quad (14)$$

В случае трубы

$$\tau = \tau_0 (1 - \bar{y})$$

(\bar{y} — ордината точки, отнесенная к радиусу r трубы и отсчитываемая от стенки) формула для ν_1 принимает вид

$$\nu_1 = av_* (y - \delta_0) (1 - \bar{y}). \quad (15)$$

Выражения (14) и (15) вытекают из схемы «катящихся вихрей», предложенной в работе [4]. Следует отметить, что различие в виде выражений для турбулентной вязкости в соответствии со схемой катящихся вихрей связано с тем, что при пренебрежении молекулярной вязкостью профиль скорости в обоих случаях оказывается одинаковым — логарифмическим. Различие в профилях для пластинки и трубы проявляется лишь там, где имеет место значительное отклонение величины τ от τ_0 , что приводит к возрастанию влияния молекулярной вязкости, т. е. вблизи оси трубы.

Поправка, вызванная исправлением профиля вблизи оси трубы, не оказывает существенного влияния на величину сопротивления. Это дает возможность при рассмотрении течения в трубе принять схему течения, соответствующую течению вблизи пластинки.

При рассмотрении течения в трубе с шероховатыми стенками в работах [2, 4] было предложено величину v_2 принять в форме, аналогичной v_1 :

$$v_2 = a \frac{v_{*1}^2}{v_*} (k - \delta_0)^*, \quad (16)$$

где $(k - \delta_0)^*$ — средняя величина выступа шероховатости, превышающая толщину ламинарного подслоя. Звездочка означает, что при вычислении этой разности следует учитывать закон распределения выступов шероховатости [3].

Опуская малые поправки, запишем закон сопротивления в трубе с шероховатыми стенками в следующей форме [3]:

$$\frac{\bar{u}}{v_*} = \frac{1}{2} \cdot \frac{R}{\eta_0} = \delta + \frac{1}{a^3 \eta_{01}^2} \left[\alpha_1^2 \left(\ln \alpha_1 - \frac{3}{2} \right) + 2\alpha_1 - \frac{1}{2} \right]; \quad (17)$$

$$\lambda = \frac{8}{\left(\frac{R}{2\eta_0} \right)^2}, \quad (18)$$

где

$$\eta_{01} = \frac{\eta_0}{1 + a\eta_0(k - \delta)^*};$$

$$\eta_0 = \frac{rv_*}{\nu};$$

$$\alpha_1 = 1 + a\eta_{01}(1 - \bar{\delta});$$

$$\bar{\delta} = \frac{\delta_0}{r} = \frac{\delta}{\eta_0};$$

$$\delta = \frac{\delta_0 v_*}{\nu},$$

a — постоянная.

Рассмотрим предельную форму закона сопротивления, соответствующую стремлению молекулярной кинематической вязкости к нулю. В этом случае

$$\eta_0 \rightarrow \infty; \quad \bar{\delta} \rightarrow 0; \quad \eta_{01} \rightarrow \frac{1}{a} \cdot \frac{1}{k};$$

$$\sqrt{\frac{8}{\lambda}} = \frac{1}{a} \ln \frac{1}{k} + \delta - \frac{1}{a} \left(\frac{3}{2} - 2\bar{k} + \frac{1}{2}\bar{k}^2 \right). \quad (19)$$

Эта формула справедлива при достаточно больших значениях числа Рейнольдса. С точностью до двух последних слагаемых справа она струк-

турно совпадает с формулой Никурадзе [5]. Что касается числовых значений коэффициентов, то обработка экспериментальных данных показала, что величины a и δ , найденные для гладких труб, сохраняются и в случае шероховатости труб, а именно: $a = 0,39$; $\delta = 7,8$.

Для предельной формулы (19) можно дать следующую интерпретацию. При стремлении молекулярной вязкости к нулю параметр η_{01} приближается к значению, определяемому лишь шероховатостью. Этому значению параметра η_{01} соответствуют определенные значения числа Рейнольдса и коэффициента сопротивления. Таким образом, задача об асимптотическом поведении коэффициента сопротивления при заданной шероховатости сводится к отысканию точки на кривой сопротивления трубы, соответствующей заданному значению η_{01} :

$$\eta_{01} = \frac{1}{ak}.$$

Принцип суперпозиции вязкостей оправдал себя в расчете течения в трубах с гладкими и шероховатыми стенками [2], а также при построении теории тепло-массообмена в трубах с гладкими стенками [4].

В применении к теплообмену в трубах с шероховатыми стенками принцип суперпозиции можно записать в виде

$$\varepsilon_{эфф} = \varepsilon + \varepsilon_1 + \varepsilon_2, \quad (20)$$

где $\varepsilon_{эфф}$ — эффективный коэффициент температуропроводности; $\varepsilon = \chi$ — коэффициент молекулярной температуропроводности, равный отношению кинематической вязкости к числу Прандтля; ε_1 — коэффициент турбулентной температуропроводности, связанный с масштабом течения; ε_2 — коэффициент турбулентной температуропроводности, связанной с масштабом шероховатости.

Коэффициент ε_1 был определен в работе [4]; на основании обобщенной гипотезы Рейнольдса он принят равным соответствующему коэффициенту турбулентной вязкости:

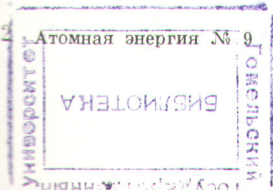
$$\varepsilon_1 = \nu_1 = a \frac{v_{*1}^2}{v_*} (y - \delta'_0), \quad (21)$$

где δ'_0 — толщина теплового ламинарного подслоя, связанная с толщиной δ_0 гидродинамического ламинарного подслоя и числом P [6]:

$$\delta'_0 = \delta_0 P^{-1/4}.$$

В случае $\tau = \tau_0$ имеем $\varepsilon_1 = av_*(y - \delta'_0)$. По аналогии можно записать выражение для ε_2 :

$$\varepsilon_2 = a_1 \frac{v_{*1}^2}{v_*} (k - \delta'_0)^*, \quad (22)$$



где a_1 , вообще говоря, не равно a . О том, что величины a и a_1 не должны быть равны между собой, можно сделать вывод на основании замечаний, давно высказанных в литературе [7] относительно того, что сопротивление под влиянием шероховатости должно увеличиваться в большей степени, чем теплообмен. Это связано с эффектом передачи давления на произвольно ориентированные поверхности выступов шероховатости, вносящим вклад в сопротивление, но не приводящим к изменению теплообмена.

Влияние шероховатости на теплообмен проявляется непосредственно в изменении величины динамической скорости, определяющей величину ε_1 . Проявляется ли воздействие шероховатости в том, что возникает отличная от нуля дополнительная составляющая ε_2 коэффициента турбулентного обмена — это вопрос, на который можно ответить лишь после анализа экспериментальных данных.

Уравнение переноса тепла запишем в виде

$$\rho c_p (\varepsilon + \varepsilon_1 + \varepsilon_2) \frac{dT}{dy} = -q. \quad (23)$$

Рассматривая поток тепла в пограничном слое пластинки, получаем:

$$\varepsilon_1 = a (y - \delta'_0) v_*, \quad (24)$$

$$\varepsilon_2 = a_1 (y - \delta'_0) v_*, \quad (25)$$

где $a_1 = a$ в случае выполнения гипотезы Рейнольдса для v_2 и ε_2 и $a_1 = 0$ в случае, когда дополнительной температуропроводностью ε_2 , вызванной шероховатостью, можно пренебречь.

Поток тепла q будем считать постоянным*:

$$q = q_0. \quad (26)$$

При допущениях (24) — (26) и при условии сопряжения величин температур на внешней границе теплового ламинарного подслоя, а именно:

$$T = T_{\delta'} \quad \text{при} \quad y = \delta'_0,$$

решение уравнения (26) можно записать в виде

$$\Delta \bar{T} = S_* \left\{ \frac{1}{a} \ln [1 + a (\eta_1 - \delta'_1)] + P \delta' \right\}, \quad (27)$$

* Поток q является функцией расстояния от стенок. Принимая q постоянным, мы по сути дела заменяем переменный поток его средним значением. Это необходимо иметь в виду при обработке экспериментальных данных, в частности данных, полученных при очень больших числах Прандтля [10], когда весь процесс изменения параметров разыгрывается в весьма тонком ламинарном подслое.

где

$$S_* = \frac{q_0}{\rho c_p v_* (T_0 - \bar{T})};$$

$$\Delta \bar{T} = \frac{T_0 - T}{T_0 - \bar{T}},$$

\bar{T} — средняя по сечению температура жидкости;
 T_0 — температура стенки;

$$\eta_1 = \frac{v_* y}{\nu + a_1 v_* P (k - \delta'_0)^*};$$

$$\delta'_1 = \frac{\delta'_0 v_*}{\nu + a_1 v_* P (k - \delta'_0)^*};$$

$$\delta' = \frac{\delta'_0 v_*}{\nu}.$$

Выполнив в формуле (27) осреднение по сечению канала, получим

$$1 = S_* \left\{ \frac{1}{a} \ln [1 + a P (\eta_1 - \delta'_1)] + \delta' P \right\}_{\text{ср}}. \quad (28)$$

Для круглой трубы, пренебрегая малой поправкой, имеем

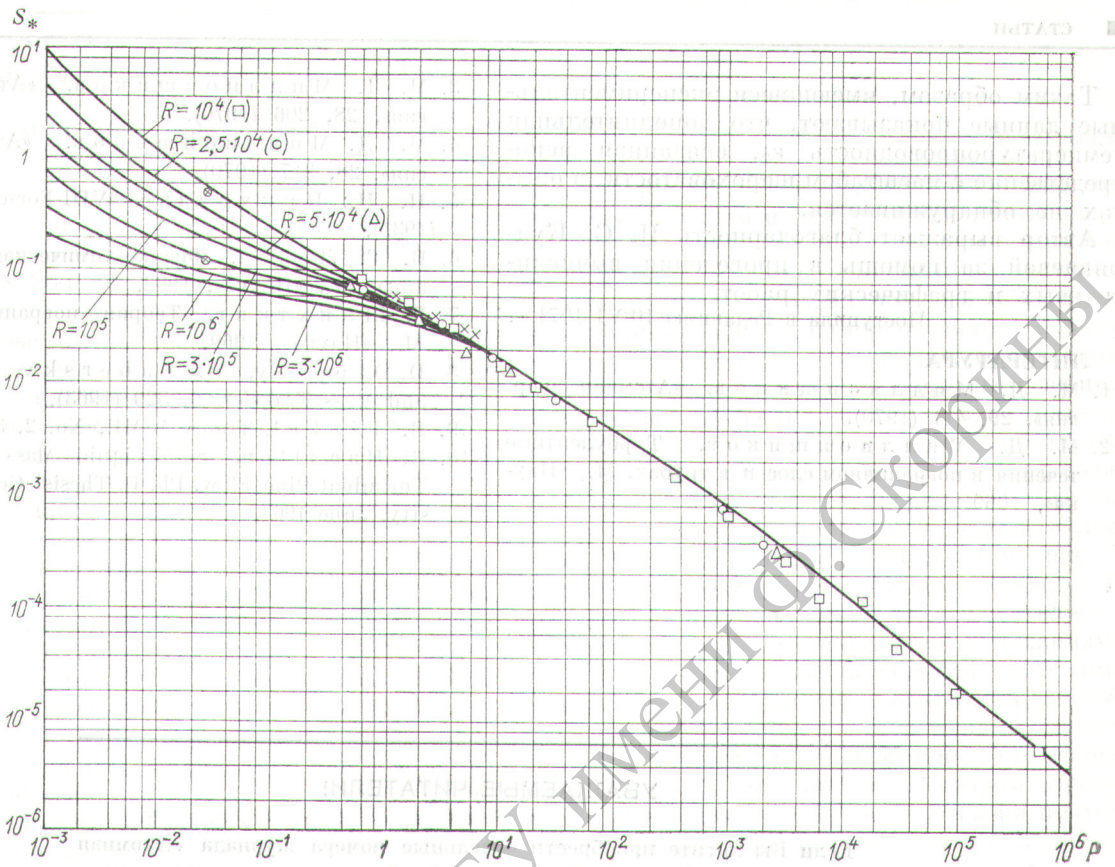
$$S_*^{-1} = \delta + \frac{1}{a^3 \eta_{\delta 1}^3} \left[\alpha_1^2 \left(\ln \alpha_1 - \frac{3}{2} \right) + 2\alpha_1 - \frac{1}{2} \right], \quad (29)$$

где

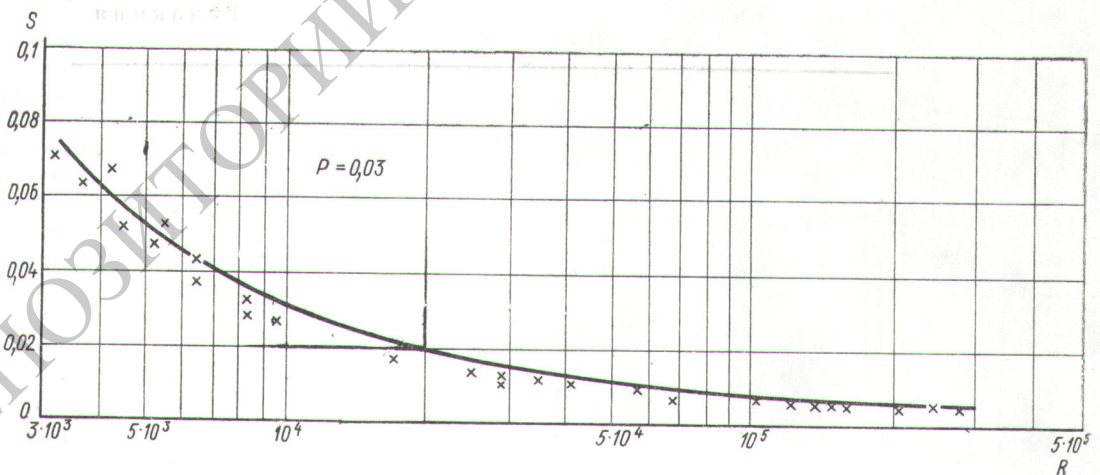
$$\eta_{01} = \frac{\eta_0}{1 + a_1 P \eta_0 (k - \delta')^*};$$

$$\alpha_1 = 1 + a P \eta_{01} (1 - \delta').$$

Результаты вычислений при $a_1 = 0$ по формуле (29) для различных значений числа Рейнольдса показаны на рис. 1 в виде зависимости S_* от P . На этом же графике нанесены экспериментальные данные как для гладких, так и для шероховатых труб. Все результаты для гладких труб хорошо соответствуют расчетным кривым. При малых значениях числа Прандтля имеющиеся экспериментальные данные при $P = 0,03$ (жидкие металлы — сплав натрия — калий) хорошо иллюстрирует зависимость S от числа R . На рис. 2 показаны вычисленная зависимость S от R и экспериментальные точки. Что касается экспериментальных точек, относящихся к шероховатым трубам, то здесь имеется сравнительно небольшой материал, полученный для воды в диапазоне изменения чисел Прандтля $1,2 < P < 6$, и данные, относящиеся к воздуху ($P = 0,72$). Соответствующие точки, вычисленные по материалам работ [8, 9], нанесены на рис. 1. Видно, что все эти данные группируются около кривых, соответствующих $a_1 = 0$.



Р и с. 1. Зависимость модифицированного числа Стентона от числа Прандтля для гладких и шероховатых труб при различных значениях числа Рейнольдса.



Р и с. 2. Зависимость числа Стентона от числа Рейнольдса при числе Прандтля, равном 0,03 (жидкие металлы — натрий — калий).

Таким образом, имеющиеся экспериментальные данные показывают, что дополнительная температуропроводность ε_2 , связанная непосредственно с масштабом шероховатости, в опытах не обнаруживается.

Автор выражает благодарность И. С. Кудрявцевой за помощь в проведении вычислительных и графических работ.

Поступила в Редакцию 10/VI 1971 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. Д. Миллионщиков. «Атомная энергия», 29, 411 (1970).
2. М. Д. Миллионщиков. Турбулентные течения в пограничном слое и в трубах. М., «Наука», 1969.
3. М. Д. Миллионщиков. «Атомная энергия», 28, 206 (1970).
4. М. Д. Миллионщиков. «Атомная энергия», 28, 317 (1970).
5. Н. И.: Никурадзе. VDI-Forschungsh., 361 (1933).
6. В. Г. Левич. Физико-химическая гидромеханика. М., «Наука», 1962.
7. Г. Шлихтинг. Теория пограничного слоя. М., «Наука», 1969.
8. D. Dipprey, R. Sabersky. Int. j. Heat and Mass Transfer, 6, 329 (1963).
9. В. Pinkel. Trans. ASME, No. 2, 305 (1954).
10. R. Hamilton. Solid-Liquid Mass Transfer in Turbulent Pipe Flow. Ph. D. Thesis. Cornell University, June 1963.

УВАЖАЕМЫЕ ЧИТАТЕЛИ!

Если Вы хотите приобрести отдельные номера журнала «Атомная энергия», извещайте нас об этом за 1,5—2 месяца до выхода интересующего Вас номера в свет (в августе заказывайте октябрьский выпуск, в сентябре — ноябрьский и т. д.). Заявки шлите по адресу: Москва, 101876, ул. Кирова, 18, редакция журнала «Атомная энергия».

Редакция
