

## Влияние пространственного заряда на частоту свободных колебаний частиц в изохронном циклотроне

А. А. Глазов, В. П. Джелепов, В. П. Дмитриевский, Б. И. Замолодчиков, В. В. Кольга, А. А. Кропин, Л. М. Онищенко, Е. Швабе

Изложены теоретические и экспериментальные результаты исследования влияния пространственного заряда ионов на частоту аксиальных свободных колебаний в изохронном циклотроне. Частота аксиальных колебаний определялась методом резонансного возбуждения свободных колебаний внешним электрическим полем. Показано, что изменение частоты аксиальных колебаний в зависимости от плотности пространственного заряда согласуется с результатами теоретического рассмотрения. Экспериментально определена азимутальная протяженность сгустка ускоряемых частиц на различных радиусах. Исследования выполнены в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ на циклотроне с пространственной вариацией магнитного поля.

При увеличении интенсивности пучков частиц необходимо рассмотреть эффекты, связанные с плотностью заряда пучка, циркулирующего в ускорителе. В настоящее время имеется ряд работ, посвященных исследованию этих эффектов в различных типах ускорителей. Основное направление исследований сводится к определению влияния пространственного заряда на величину предельного тока инжекции, пространственную устойчивость частиц в процессе ускорения [1—3] и фазовое движение [4, 5].

Все расчеты этих эффектов выполняются, как правило, с использованием ряда предположений как о форме ускоряемого сгустка, так и о распределении плотности в нем. Существенность указанных эффектов при создании высокоинтенсивных пучков заряженных частиц заставляет экспериментально изучать эти процессы на действующих ускорителях.

В настоящей работе систематически изучалась зависимость частоты аксиальных свободных колебаний от плотности пространственного заряда частиц. Измерения выполнены при ускорении частиц молекулярного водорода до энергии 12 Мэв на ускорителе со спиральной структурой магнитного поля [6].

### 1. Предельные плотности заряженных частиц в релятивистских циклотронах

Благодаря изменению радиальной скорости частиц  $r$  плотность заряда пучка  $\kappa$  будет изменяться с увеличением энергии по закону [2]

$$\kappa = \left(\frac{E}{E_0}\right)^3 \frac{i T_0}{r_\infty^2 \Delta_\phi \Delta_z} \cdot \frac{E_0}{eV}, \quad (1)$$

где  $i$  — количество ионов, попадающих на мишень за 1 сек;  $\Delta_\phi, \Delta_z$  — азимутальный и аксиальный размеры пучка;  $T_0$  — период обращения частиц на замкнутой орбите;  $eV$  — прирост энергии частицы за один оборот;  $E$  — полная энергия частицы.

Предполагая равномерное распределение плотности пучка по азимуту, а также в аксиальном направлении (ось  $z$ ), легко получить предельное значение плотности пучка в магнитной системе, жесткость которой характеризуется частотой бетатронных колебаний  $Q_z$ ,

$$\kappa = \frac{1}{4\pi e^2} \cdot \frac{Q_z^2 E^3}{r_\infty^2 E_0^2}. \quad (2)$$

Сравнивая (1) и (2), получим предельный ток заряженных частиц, определяемый эффектом кулоновского расталкивания,

$$I = \frac{1}{4\pi e} \cdot \frac{\Delta_\phi \Delta_z V}{T_0} Q_z^2. \quad (3)$$

Так, например, для изохронного циклотрона Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ при  $Q_z = 0,1$  ( $R = 30$  см),  $V = 30$  кв,  $f_0 = \frac{1}{T_0} = 10,4$  Мгц,  $\Delta_\phi = 1$  рад и  $\Delta_z = 1,6$  см найденное из выражения (3) значение  $I = 500$  мка. Максимальный ток, измеренный на предельном радиусе этого циклотрона, составляет  $\sim 20$ — $30$  мка. Отсюда следует, что при интенсивности внутреннего пучка 20—30 мка эффект пространственного заряда должен проявляться на этом ускорителе достаточно четко и возможно его экспериментальное изучение.

Рассматривая влияние плотности пространственного заряда на частоту аксиальных свободных колебаний, в рамках линейной теории легко получить (в практической системе единиц)

$$\frac{\Delta Q_z}{Q_z} = - \frac{I}{2Q_z^2 \epsilon_0 f_0 V \Delta_\phi \Delta_z}, \quad (4)$$

где  $I$  — ток, а;  $\epsilon_0 = 0,88 \cdot 10^{-13}$  ф/см — диэлектрическая проницаемость вакуума;  $\Delta_z$  — полный вертикальный размер пучка, см. Из выражения (4) следует, что при токах 10—15 мка изменение частоты свободных колебаний будет достигать нескольких процентов.



Для количественного исследования частоты свободных колебаний необходимо найти, как это следует из (4), угловую протяженность  $\Delta\varphi$  сгустка ускоряемых частиц на различных радиусах ускорителя, а также вертикальный размер пучка.

## 2. Аксиальные колебания в изохронном циклотроне

Устойчивость равновесных орбит в аксиальном направлении обеспечивается в изохронном циклотроне переменными градиентами, которые образуются благодаря спиральной структуре магнитного поля. Аксиальные свободные колебания частиц около равновесной орбиты в линейном приближении после пренебрежения малыми членами описываются следующим уравнением [6]:

$$z'' + \left\{ -n + \frac{\varepsilon^2}{2} \left[ 1 + \left( \frac{R}{N\lambda} \right)^2 \right] - \frac{\varepsilon R}{\lambda} \cos \left( \frac{R}{\lambda} - N\varphi \right) \right\} z = 0, \quad (5)$$

где  $\varepsilon$  — глубина вариации;  $2\pi\lambda$  — радиальный шаг структуры магнитного поля;  $N$  — число спиралей;  $n = \frac{R}{H} \cdot \frac{dH(r)}{dr} \Big|_{r=R}$ ;  $R = \frac{pc}{eH(R)}$ . Решение этого уравнения можно представить в виде

$$z = C_1 \sum_{-\infty}^{\infty} a_{2k} \cos(Q_z + kN)\varphi + C_2 \times \\ \times \sum_{-\infty}^{\infty} a_{2k} \sin(Q_z + kN)\varphi, \quad (6)$$

где  $\sum_{-\infty}^{\infty} a_{2k}^2 = 1$ . Коэффициенты  $a_{2k}$ , определяемые рекуррентными соотношениями [7], быстро уменьшаются ( $a_{-2} \approx 0,2a_0$ ), поэтому в первом приближении аксиальные колебания можно считать гармоническими с частотой  $Q_z$ , величина которой определяется выражением

$$\cos \frac{2\pi}{N} Q_z = \cos \frac{2\pi}{N} \times \\ \times \sqrt{A} - \frac{\pi^2}{N^4} \cdot \frac{\sin \frac{2\pi}{N} \sqrt{A}}{\frac{2\pi}{N} \sqrt{A}} \cdot \frac{B^2}{1 - \frac{4}{N^2} A}, \quad (7)$$

$$\text{где } A = -n + \frac{1}{2} \varepsilon^2 \left[ 1 + \left( \frac{R}{N\lambda} \right)^2 \right], \quad B = \frac{\varepsilon R}{\lambda}.$$

Представляя левую и правую части выражения (7) в виде степенных рядов и ограни-

чиваясь первыми членами, легко получить приближенную формулу для определения частоты аксиальных колебаний

$$Q_z^2 = -n + \varepsilon^2 \left[ \left( \frac{R}{N\lambda} \right)^2 + \frac{1}{2} \right]. \quad (8)$$

При малых  $Q_z$  и  $\varepsilon$  точность этой формулы составляет 1—2%, что вполне достаточно для ряда практических расчетов. По формуле (8) была рассчитана частота аксиальных колебаний вдоль радиуса.

## 3. Измерение азимутальной протяженности сгустка

Задача определения азимутальной протяженности сгустка представляет значительные экспериментальные трудности, связанные с его малой длительностью ( $\sim 10 \div 20$  нсек), малым значением измеряемого тока ( $I \approx 20$  мка), а также со значительным уровнем помех от высокочастотного поля на измерительном электроде.

Для измерения протяженности сгустка использовался подвижный зонд с мишенью, полностью перекрывающей пучок. При этом форма импульса тока на мишени соответствовала азимутальному распределению плотности заряда в сгустке на радиусе мишени. Ввиду радиационной опасности измерительная аппаратура располагалась на значительном удалении от ускорителя и сигнал от мишени передавался по коаксиальному кабелю. Блок-схема аппаратуры

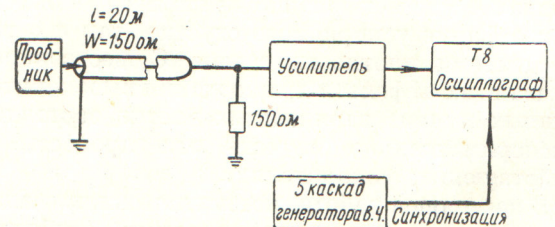


Рис. 1. Блок-схема измерений азимутальной протяженности сгустка.

измерений показана на рис. 1. Согласующее сопротивление кабеля одновременно являлось сопротивлением утечки мишени и располагалось непосредственно на входе измерительного усилителя с большим коэффициентом усиления. Усилитель с распределенными параметрами обеспечивал время установления 3 нсек и коэффициент усиления около  $10^3$ ; чувствительность осциллографа 1 в/см при времени установления 7 нсек и скорости развертки 20 нсек/см.

Для уменьшения высокочастотных наводок мишень была закрыта вольфрамовым экраном,



имеющим узкую щель, через которую частицы попадали на измерительную мишень. Экранировка мишени значительно снижает высокочастотные наводки при уменьшении чувствительности системы не более чем в два-три раза. Результаты измерения протяженности сгустка на различных радиусах ускорителя приведены на рис. 2. Длительность сгустка при изменении

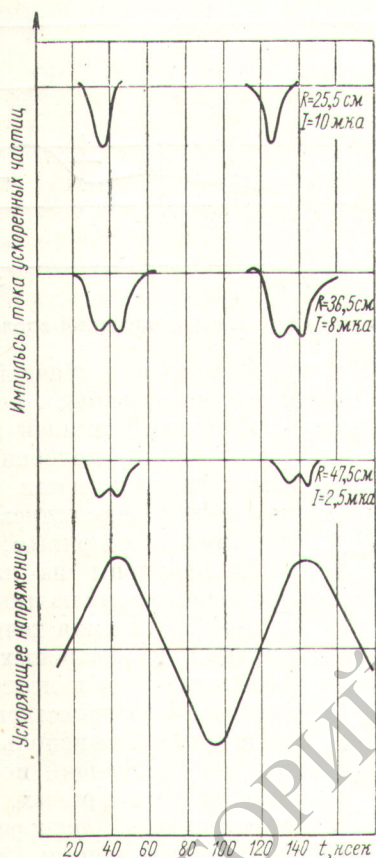


Рис. 2. Азимутальная протяженность и фаза сгустков на различных радиусах.

радиуса от 25,5 до 53 см менялась от 5 до 20 нсек (с учетом полосы пропускания усилителя и осциллографа). Из рис. 2 следует, что диапазон изменения азимутальной протяженности сгустка находится в пределе  $\Delta\varphi = 36 \div 60^\circ$ .

#### 4. Метод измерения частот свободных колебаний

Использовался резонансный метод возбуждения свободных колебаний с помощью внешнего электрического поля.

Уравнение, описывающее изменение амплитуды аксиальных колебаний в электрическом поле, имеет вид

$$\ddot{z} + \omega_z^2 z = \frac{e \mathcal{E}_z}{m} \cos \omega t, \quad (9)$$

где  $\mathcal{E}_z$ ,  $\omega$  — напряженность и частота электрического поля;  $\omega_z = 2\pi Q_z f_0$ .

В резонансном случае частное решение (9) можно записать так:

$$\bar{z} = \frac{e \mathcal{E}_z t}{2m\omega_z} \sin \omega_z t. \quad (10)$$

Возмущающее электрическое поле создавалось с помощью двух электродов, расположенных симметрично относительно плоскости орбиты. Из (10) в квазистационарном приближении увеличение амплитуды аксиальных колебаний определяется выражением

$$z = \frac{1}{2Q_z} \cdot \frac{U}{V} \cdot \frac{l \Delta R}{d}, \quad (11)$$

где  $U$  — напряжение на электродах;  $d$  — расстояние между электродами;  $l, \Delta R$  — азимутальная и радиальная протяженности электродов. При  $Q_z = 0,15$ ,  $V = 30$  кВ,  $d = 2$  см,  $\Delta R = 2$  см,  $z = 1$  см,  $l = 15$  см необходимая величина напряжения на электродах

$$U = 400 \div 600 \text{ в.}$$

Конструкция электродов с размещенной между ними мишенью показана на рис. 3. Высокочастотное напряжение на электродах создавалось при

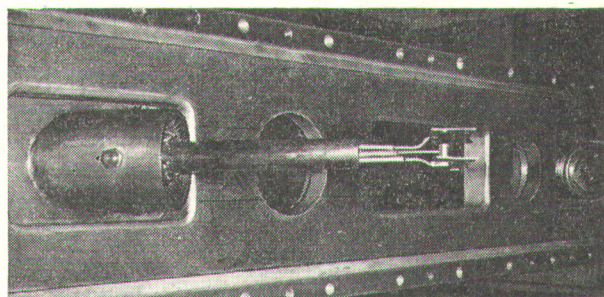


Рис. 3. Расположение возбуждающих электродов в камере ускорителя.

помощи двухтактного генератора с самовозбуждением. Диапазон частот генератора 0,5—2,5 Мгц. Для устранения возможных помех при измерениях и упрощениях регулировок генератор располагался на пульте управления ускорителя. Генератор связывался с отклоняющи-



ми электродами коаксиальным кабелем длиной 15 м с волновым сопротивлением  $W_0 = 150 \text{ ом}$ . Напряжение измерялось непосредственно на пластинах и поддерживалось постоянным в процессе измерений. Точность установки частоты составляла  $\pm 0,5\%$ . Для исключения влияния эффекта вторичной эмиссии электронов на электроды подавалось положительное смещение (+100 в), что существенно улучшило точность измерения положения резонанса.

### 5. Экспериментальные исследования

Резонансная частота, соответствующая частоте аксиальных колебаний, определялась по минимуму тока на измерительной мишени, выполненной из тантала и укрепленной на танталовом стержне длиной 1 м, уплотненном на наружном конце штока пробника. Такая конструкция позволяла рассеивать без охлаждения мишени мощность до 200 вт.

Для выяснения влияния тока пучка в области отклоняющих электродов на измеряемую величину резонансной частоты была выполнена серия экспериментов при различных напряжениях на электродах. Было установлено, что

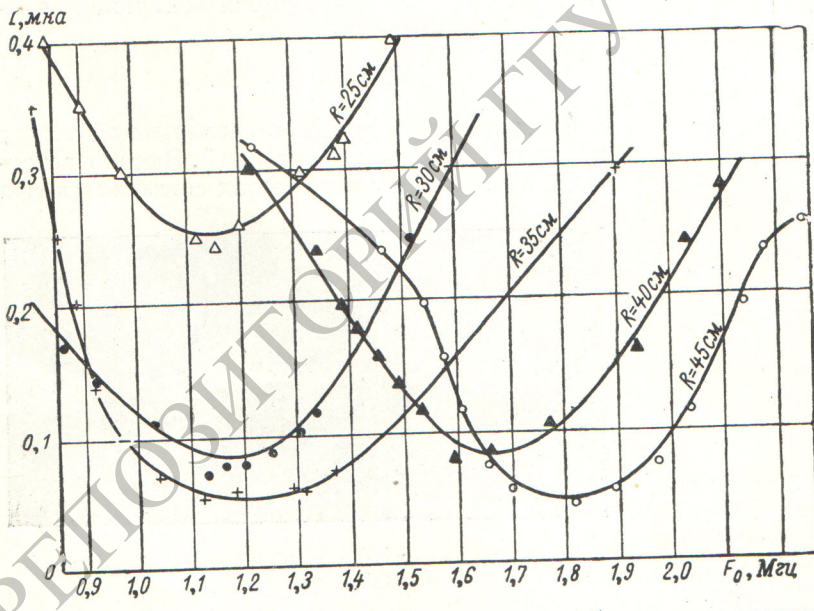


Рис. 4. Зависимость тока на мишень от частоты возбуждающего электрического поля.

возможное изменение резонансной частоты в этом случае не превышает ошибки измерения.

На рис. 4 приведена зависимость тока на измерительной мишени от частоты возбуждающего

электрического поля на разных радиусах ускорителя. Анализ кривых показывает, что точность определения частоты аксиальных колебаний по минимуму интенсивности составляет

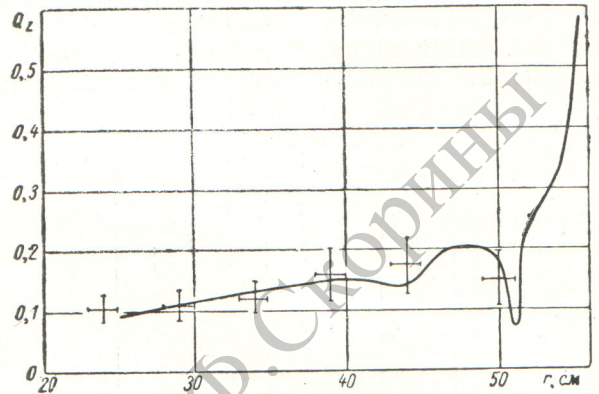


Рис. 5. Частота аксиальных колебаний вдоль радиуса.

2,5—5%. На рис. 5 приведены значения частот свободных колебаний, которые были определены по этим кривым. Сплошной линией показана расчетная зависимость частот колебаний вдоль радиуса, полученная из выражения (8), причем  $n$  и  $\epsilon$  находились по соответствующим кривым, которые были получены из измерений магнитного поля на циклотроне.

Для увеличения точности измерения резонансных частот, необходимой для исследования влияния пространственного заряда пучка, был использован метод, не требующий построения резонансных кривых. Частота определялась непосредственно по минимальному значению тока на мишени с последующей статистической обработкой большого числа измерений. Измерение резонансной частоты в одной точке позволило в значительной степени избежать ошибок, связанных с влиянием возможных малых нестабильностей в работе ускорителя в процессе измерения. Эта методика позволила довести средне-квадратичную ошибку эксперимента до

0,5—1%. Благодаря значительному уменьшению ошибки в измерении резонансной частоты оказалось возможным выделить эффект пространственного заряда. Изменение частоты сво-



бодных колебаний находилось из выражения

$$\frac{\Delta Q_z}{Q_z} = \frac{\bar{F}_0 - \bar{F}_1}{\bar{F}_0}, \quad (12)$$

где  $\bar{F}_0$  — среднее значение резонансной частоты при минимальном токе (1 мка);  $\bar{F}_1$  — среднее значение частоты при заданной плотности пространственного заряда.

На рис. 6 приведены результаты экспериментального определения  $\Delta Q_z/Q_z$  при плотности тока, соответствующей 20 мка, на различных радиусах ускорителя. Вертикальный размер пучка на различных радиусах составлял 1,5—2 см, азимутальный размер приведен на рис. 2; амплитуда высокочастотного ускоряющего напряжения в процессе измерения поддерживалась неизменной на уровне 35 кв. Изменение плотности пучка осуществлялось регулировкой режима ионного источника.

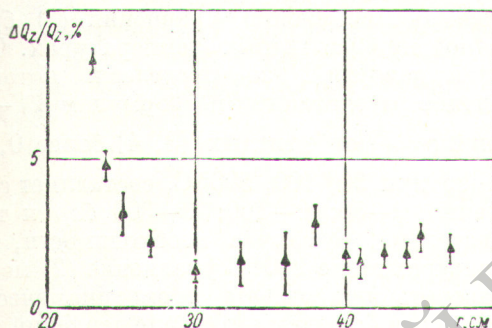


Рис. 6. Относительное изменение частоты аксиальных колебаний при токе пучка 20 мка для различных радиусов ускорителя.

Как видно из рис. 6, влияние пространственного заряда на частоту свободных колебаний в два-три раза превышает средне-квадратичную ошибку определения резонансной частоты. Увеличение эффекта на малых радиусах, по-видимому, связано с малой азимутальной протяженностью сгустка (см. рис. 2), а также с уменьшением частоты вертикальных колебаний.

Для проверки зависимости частоты свободных колебаний от плотности пространственного заряда была выполнена серия измерений. На рис. 7 приведены результаты измерений величины  $\Delta Q_z/Q_z$  для двух радиусов ускорителя. Как следует из рис. 7, в пределах ошибок измерения имеет место линейная зависимость от

плотности пучка, что согласуется с результатами теоретического рассмотрения, изложенными в разд. 1.

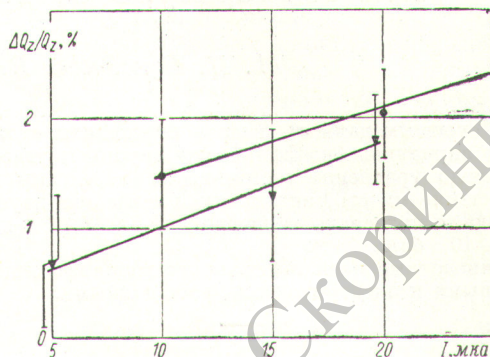


Рис. 7. Относительное изменение частоты аксиальных колебаний в зависимости от тока пучка:

● —  $R=44$  см; ▼ —  $R=36,5$  см.

Результаты работы подтверждают, что влияние пространственного заряда в изохронных циклотронах с высокой интенсивностью пучка может существенно сказаться на величине предельного тока в ускорителях такого типа. В результате этого эффекта происходит также некоторое пространственное смещение зон резонансного взаимодействия колебаний.

Авторы выражают благодарность А. П. Агудину, М. М. Ананьеву, И. Ф. Никитину, П. Т. Рыбакову за участие в измерениях и обеспечение бесперебойной работы ускорителя.

Поступила в Редакцию 24/1 1963 г.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. S. Varden. Phys. Rev., 93, 1378 (1954).
2. В. Б. Берестецкий, Л. Л. Гольдин, Д. Г. Кошкарёв. «Приборы и техника эксперимента», 3, 26 (1956).
3. В. П. Дмитриевский, Б. И. Замолодчиков, В. В. Кольга. Труды конференции по циклотронам. Краков, 1960.
4. C. Nielsen, A. Sessler. Rev. Scient. Instrum., 30, 80 (1959).
5. А. А. Коломенский, А. Н. Лебедев. «Атомная энергия», 7, 549 (1959).
6. Д. П. Василевская и др. Там же, 8, 189 (1960).
7. Мак-Лахлан. Теория и приложения функций Матье. М., Изд-во иностр. лит., 1953.

