

Рассеяние медленных протонов в веществе

Е. П. АРХИПОВ, Ю. В. ГОТТ

УДК 621.039.538.7

Изучение закономерностей прохождения медленных частиц через вещество приобретает большое значение в связи с использованием тонких фольг для энергетического анализа пучков медленных атомов в лабораторных и космических исследованиях [1, 2].

Настоящая работа посвящена исследованию рассеяния протонов с $E < 30$ кэв в веществе.

В работах [3, 4] показано, что угловое распределение частиц, прошедших слой вещества толщиной d , может быть выражено в виде

$$f(\theta, d) = \frac{1}{2\pi} \sum_0^{\infty} \left(l + \frac{1}{2}\right) e^{-N\sigma_l d} P_l(\cos \theta), \quad (1)$$

$$\sigma_l = 2\pi \int_0^{\pi} [1 - P_l(\cos \alpha)] \sigma(\alpha) \sin \alpha d\alpha; \quad (2)$$

$P_l(\cos \alpha)$ — полиномы Лежандра; $\sigma(\alpha) = \frac{d\Omega(\alpha)}{d\Omega}$ — дифференциальное сечение рассеяния частицы на угол α ; Ω — телесный угол; N — число частиц в единице объема мишени. При выводе формулы (1) считалось, что изменение энергии частицы при прохождении слоя вещества можно пренебречь.

Наибольшие трудности при вычислении углового распределения представляет нахождение σ_l .

Выберем потенциал взаимодействия частицы с атомом мишени в виде

$$v(r) \sim \frac{1}{r^s}, \quad s > 1. \quad (3)$$

Тогда сечение взаимодействия будет равно

$$\sigma(\alpha) = \frac{A_s}{\sin^{2(1+1/s)} \frac{\alpha}{2}} = \frac{2^{1+\beta} A_s}{(1-x)^{1+\beta}}, \quad (4)$$

где $\beta = \frac{1}{s}$; A_s — множитель, явный вид которого будет определен ниже; $x = \cos \alpha$.

Известно рекуррентное соотношение между σ_l с различными значениями l . Используя рекуррентное соотношение между $P_{l+1}(x)$ и $P_{l-1}(x)$ и воспользовавшись тем, что

$$\int_{-1}^1 f(x) P_l(x) dx = \frac{1}{2^{l+1}} \int_{-1}^1 f^{(l)}(x) (1-x^2)^l dx, \quad (5)$$

получим

$$\sigma_{l+1} = 8\pi A_s \left\{ 2\omega_{l-1} + (2l+1) \times \frac{s^2(1+s)(1+2s)\dots[1+s(l-1)]}{(s-1)(2s-1)\dots[(l+1)s-1]} \right\} \quad (6)$$

где $\omega_l = \sigma_l / 16\pi A_s$.

Первые несколько значений σ_l могут быть вычислены непосредственно по формуле (2). Действительно, так как

$$P_l(\cos \alpha) = \sum_0^l (-1)^k \frac{(l+k)!}{(l-k)! (k!)^2} \left(\sin \frac{\alpha}{2}\right)^{2k}, \quad (7)$$

то, подставляя (7) и (4) в формулу (2), имеем

$$\sigma_l = 4\pi A_s \sum_1^l (-1)^{k+1} \frac{(l+k)!}{(l-k)! (k!)^2} \cdot \frac{s}{ks-1}. \quad (8)$$

Для $s=2$ из (6) и (7) следует, что

$$\sigma_{l+1} = 8\pi A_2 (2\omega_{l-1} + 4); \quad \sigma_1 = 16\pi A_2; \quad \sigma_2 = 32\pi A_2; \quad \sigma_3 = 48\pi A_2. \quad (9)$$

Методом полной математической индукции нетрудно показать, что

$$\sigma_l = 16\pi A_2 l. \quad (10)$$

Для $s > 2$ σ_l находится по формулам (6) и (7) численным методом. На рис. 1 даны значения ω_l для $s=1, 2, 3, 4$ (для $s=1$ $\omega_l = l(l+1)$ [5]).

Таким образом, зная σ_l , по формуле (1) можно численно найти угловое распределение частиц, прошедших слой вещества d .

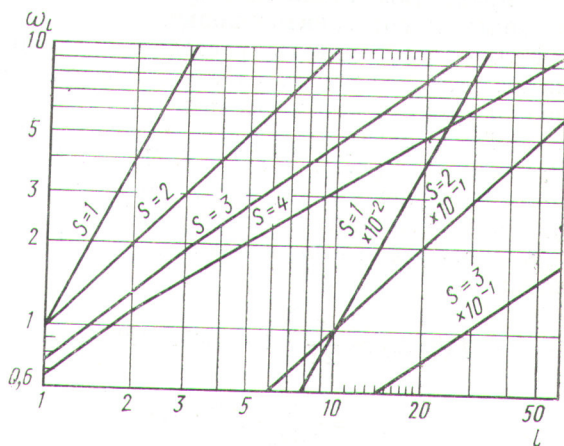


Рис. 1. Зависимость ω_l от l .

Для $s=2$ величина A_2 в (4) равна [6]

$$A_2 = \frac{4,1e^2 a Z_1 Z_2 (M_1 + M_2)}{M_2 E}, \quad (11)$$

где Z_{1e} , Z_{2e} , M_1 , M_2 — заряды и массы налетающей частицы и атомов мишени; E — энергия налетающей частицы;

$$a = \left(\frac{\hbar^2}{m_0 e^2} \right) 0,8853 (Z_1^{2/3} + Z_2^{2/3})^{-1/2}.$$

Для $s=3$ величину A_s можно определить следующим образом. В работе [7] вычислено сечение рассеяния в потенциале Томаса — Ферми. Для наших целей хорошей аппроксимацией этого сечения будет

$$\sigma(\alpha) = \frac{0,179a^2}{\varepsilon^{2/3} [1 + 2,83\varepsilon^{1/3} \sin^{1/3} \frac{\alpha}{2} + \rightarrow + 1,37\varepsilon^{1/2} \sin^{1/2} \frac{\alpha}{2}] \sin^{8/3} \frac{\alpha}{2}}, \quad (12)$$

где

$$\varepsilon = E \frac{a M_2}{Z_1 Z_2 e^2 (M_1 + M_2)}$$

при очень малых энергиях, т. е. в том случае, когда $\varepsilon \ll 1$, имеем

$$\sigma(\alpha) = \frac{0,179a^2}{\varepsilon^{2/3} \sin^{8/3} \alpha/2}. \quad (13)$$

Сравнивая формулу (13) с (4), получаем, что $s=3$ и

$$A_3 = 0,179 \left[\frac{a^2 Z_1 Z_2 e^2 (M_1 + M_2)}{M_2 E} \right]^{2/3}. \quad (14)$$

Из (12) также следует, что аппроксимация потенциала взаимодействия между налетающей частицей и атомами мишени потенциалом вида r^{-3} справедлива лишь при энергиях, меньших нескольких сот электронвольт.

Если рассматривать рассеяние только на малые углы, то для $s=1$ и $s=2$ формулу (1) можно существенно упростить.

Действительно, для малых углов $P_l(\cos \theta) \approx J_0(l\theta)$, где $J_0(l\theta)$ — функция Бесселя нулевого порядка. Подставляя эту функцию Бесселя в формулу (1) и заменяя суммирование интегрированием по l , получаем:

$$f(\theta, d) \approx \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty l e^{-p_k l^2} J_0(l\theta) dl = \frac{1}{4\pi P_k} e^{-\theta^2/4P_k}; \quad (15)$$

для $s=1$

для $s=2$

$$f(\theta, d) \approx \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty l e^{-p l} J_0(l\theta) dl = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{p}{(p^2 + \theta^2)^{3/2}}. \quad (16)$$

Здесь

$$p_k = \frac{\pi Z_1^2 Z_2^2 e^4 L_k}{2E^2}; \quad (17)$$

L_k — кулоновский логарифм;

$$p = \frac{2,05 e^2 a Z_1 Z_2 (M_1 + M_2)}{M_2 E} N d. \quad (18)$$

В формулах (15) и (16) при интегрировании пренебрегли 1 по сравнению с l . Результат, полученный для $s=1$, в точности соответствует данным Вильямса [8] со среднеквадратичным отклонением $\langle \theta^2 \rangle = 4p_k$.

Таким образом, из формул (1), (15), (16) видно, что угловое распределение частиц после прохождения слоя вещества зависит от одного параметра, который является комбинацией величин, характеризующих налетающую частицу и мишень.

Для $s=2$ ряд (1) может быть просуммирован*. Действительно, положим $e^{-p} = t$. Тогда

$$f(\theta, d) = \frac{1}{2\pi} \sum_{l=0}^\infty (l+1/2) t^l P_l(\cos \theta) = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{1 - e^{-2p}}{[1 + e^{-2p} - 2e^{-p} \cos \theta]^{3/2}}. \quad (19)$$

При $p \ll 1$ и $\theta \ll 1$ из (19) легко получить (16).

Как уже указывалось выше, все эти формулы получены в предположении о том, что потерями энергии частицей в слое вещества можно пренебречь.

Для того чтобы учесть изменение энергии частицы, необходимо в (16) и (19) величину p заменить на \bar{p} :

$$\bar{p} = N \int_0^d \sigma_1 dy = N \int_{E_{\text{вых}}}^{E_0} \sigma_1 \left(\frac{dE}{dy} \right)^{-1} dE, \quad (20)$$

где σ_1 — транспортное сечение ($l=1$); E_0 — начальная энергия частицы; $E_{\text{вых}}$ — энергия частицы на выходе из фольги.

Для протонов с энергией менее 30 кэВ потери энергии примерно пропорциональны скорости,

* На эту возможность авторам указал О. Б. Фирсов.

$$-\frac{dE}{dy} = B\sqrt{E}. \quad (21)$$

Таким образом, подставляя (21) в (20), нетрудно получить

$$\bar{p} = \frac{2p}{Bd} \left[\frac{E_0}{\sqrt{E_0} - \frac{Bd}{2}} - \sqrt{E_0} \right]. \quad (22)$$

Эксперимент

В настоящей работе изучалось рассеяние протонов с энергией 2,5–30 кэВ в фольгах из Ni, Si, Fe, Вi толщиной 100–1600 Å в диапазоне углов 0–70°. Схема экспериментальной установки представлена на рис. 2. Ионы, выходящие из источника дуоплазматронного типа 1, разделяются по массам в магнитном поле сепаратора 2. После сепаратора протоны попадают на исследуемую фольгу 3. Частицы, вышедшие из фольги, регистрируются каналом умножителя 6. Чтобы устранить влияние поля, прошедших сквозь отверстия в фольге, вышедшие частицы выводились из потока при помощи конденсатора 4 и диафрагмы 5, а все измерения проводились на нейтральных частотах, вышедших из фольги. Конденсатор 4, диафрагма 5 и умножитель 6 перемещались по углу θ относительно фольги в пределах 0–70°. Разрешающая способность системы измерений $\pm 1^\circ$.

Метод изготовления фольг из исследуемых материалов подробно описан в работе [9].

Угловые распределения протонов, рассеянных в никеле, представлены на рис. 3. Сплошные кривые вычислены по формуле (19) с учетом (22).

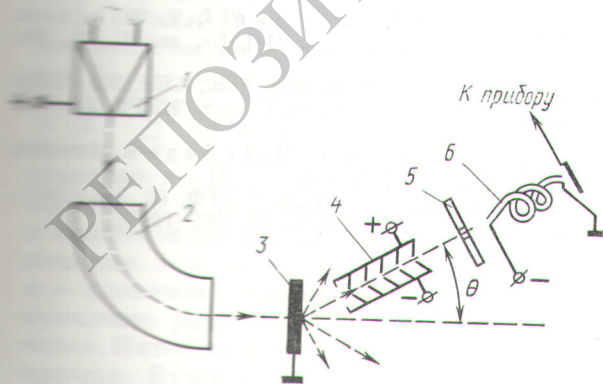


Рис. 2. Схема установки.

Рис. 3. Рассеяние протонов в никеле:

- 1 — 26 кэВ, 140 Å;
- 2 — 19 кэВ, 280 Å;
- 3 — 26 кэВ, 590 Å;
- 4 — 19 кэВ, 580 Å;
- 5 — 2,5 кэВ, 140 Å;
- — расчет.

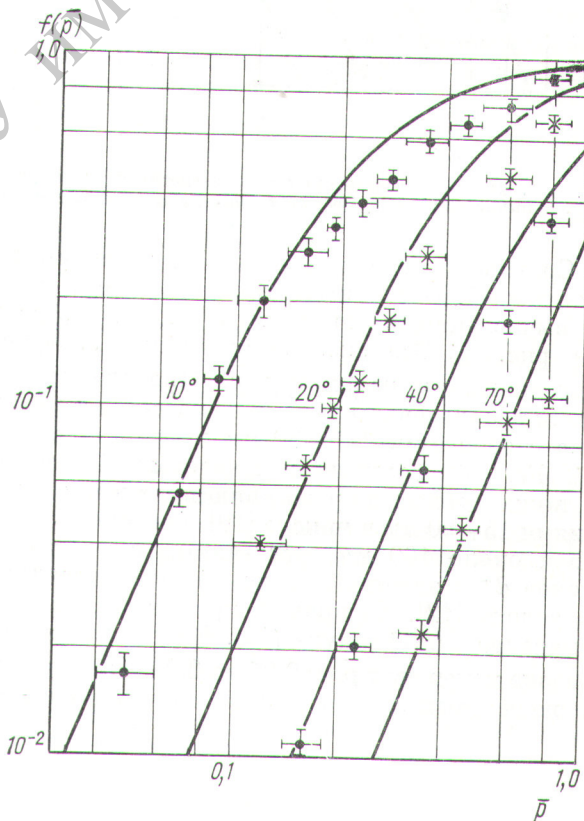
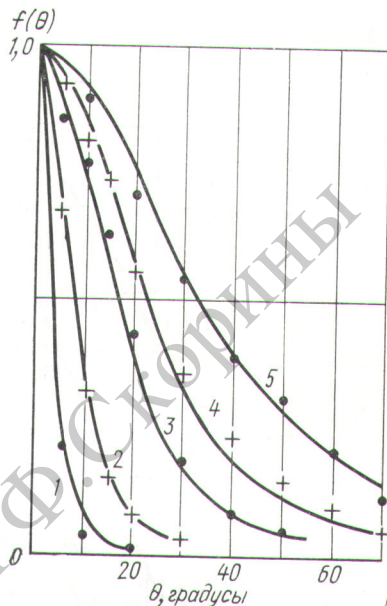


Рис. 4. Сравнение экспериментальных и теоретических значений рассеяния протонов в веществе:

— — расчет.

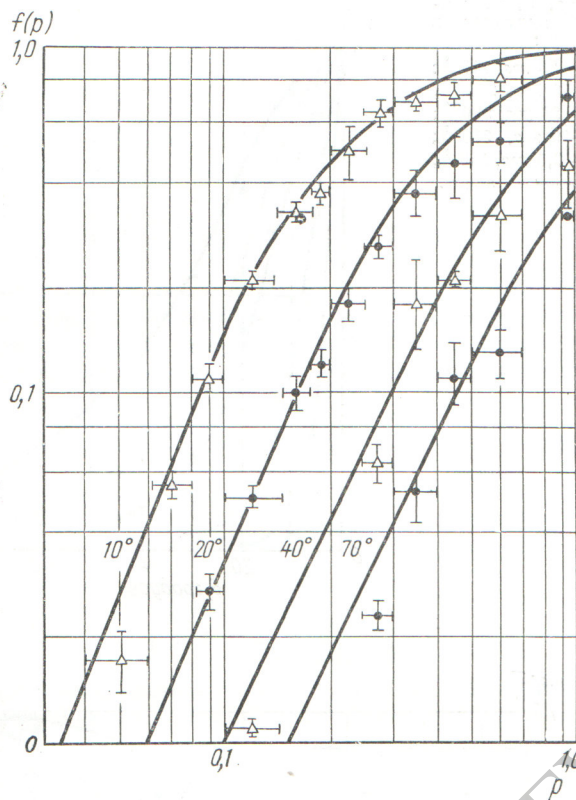


Рис. 5. Сравнение усредненных по p экспериментальных данных с вычисленными по формуле (23).

Сравнение экспериментальных значений вероятностей рассеяния протонов на разные углы с вычисленными по формуле (19) приведены на рис. 4. Все экспериментальные значения усреднены по параметру \bar{p} . При усреднении были использованы данные по рассеянию протонов с энергиями 2,5—30 кэв в фольгах из Ni, Si, Fe, Bi, полученные в настоящей работе, а также данные по рассеянию протонов с энергиями 15—90 кэв в никеле [10], протонов с энергией около 160 кэв, рассеянных в меди [11], ионов d^+ с энергией около 13 кэв, рассеянных в золоте [12]. Сплошные кривые на рисунке вычислены по формуле (19). Видно, что в диапазоне изменения p от 0,05 до 0,2 теоретические и экспериментальные данные совпадают в пре-

делах ошибок измерений. Для $\bar{p} > 0,3$ экспериментально найденная вероятность рассеяния меньше теоретической. Это может быть связано с тем, что большие значения \bar{p} соответствуют малым энергиям и большим толщинам вещества. В этом случае для некоторых частиц пробеги могут оказаться меньше, чем толщина фольги, и такие частицы не будут зарегистрированы.

Интересно отметить, что если в формуле (16) не пренебрегать $1/2$ по сравнению с l , то получим

$$f(\theta, d) = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{p^2 + 2p + \theta^2}{[p^2 + \theta^2]^{3/2}} \quad (23)$$

Оказывается, что формула (23) в этом случае также хорошо описывает экспериментальные данные для углов рассеяния менее 50° (рис. 5), если не учитывать изменения энергии частицы. Поэтому формулу (23) в ряде случаев можно использовать в качестве полуэмпирической формулы для описания рассеяния протонов в веществе на углы, не превышающие $50-60^\circ$.

В заключение авторы считают своим приятным долгом выразить глубокую благодарность О. Б. Фирсову за ценные дискуссии и полезные советы.

Поступила в Редакцию 12/X 1970 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. В. Готт, В. Г. Тельковский. ЖТФ, 34, 2114 (1964).
2. W. Bernstein et al. J. Geophys. Res. Space Phys., 74, 3601 (1969).
3. S. Goudsmit, J. Saunders. Phys. Rev., 57, 24 (1939).
4. H. Lewis. Phys. Rev., 78, 526 (1950).
5. Б. А. Трубников. В кн. «Вопросы теории плазмы». Вып. 1. М., Госатомиздат, 1963, стр. 98.
6. J. Lindhard, M. Scharff. Phys. Rev., 124, 128 (1961).
7. J. Lindhard, M. Scharff, V. Nielsen. Kgl. danske vid. selskab. Mat.-fis. medd., 36, No. 10 (1968).
8. E. Williams. Proc. Roy. Soc., A169, 531 (1939).
9. Е. П. Архипов, Ю. В. Готт. ЖЭТФ, 56, 1146 (1969).
10. Г. Ф. Богданов, Ф. В. Лебедев. «Атомная энергия», 23, 347 (1967).
11. А. А. Бедняков и др. ЖЭТФ, 42, 740 (1964).
12. С. Андреев. Ark. fys., 35, 583 (1968).