

сохранении заданной точности счета. В обеих программах используется пошаговый процесс счета с автоматическим выбором шага Δt . Указанный метод позволяет вести расчет с гораздо большим коэффициентом скорости счета, чем указано выше, если длина отрезка непрерывной дроби будет достаточно велика, а элементы дроби достаточно точны.

Очевидно, этот метод можно применять и в тех случаях, когда $k(t)$ задается более сложным аналитическим выражением по сравнению с рассматриваемым в примере. Но тогда, возможно, в программу придется ввести автоматизацию аналитического дифференцирования алгебраических выражений [4].

Поступило в Редакцию 7/XII 1970 г.

Об одной особенности решения конечно-разностного уравнения Больцмана

Г. Я. РУМЯНЦЕВ

Аналитические методы теории переноса нейтронов (например, метод элементарных решений Кейса [1]) успешно используются для исследования точного уравнения переноса. Однако различные численные методы, получившие сейчас весьма широкое распространение, основываются на уравнении Больцмана в приближенной, конечно-разностной форме. На наш взгляд, интересно применить аналитический подход и к решению конечно-разностных аналогов уравнения Больцмана. В частности, известный метод дискретных ординат [2, 3] можно привести в качестве примера аналитического решения уравнения Больцмана в плоской геометрии, когда дискретно аппроксимируется зависимость функции распределения от угловой переменной μ при сохранении непрерывной зависимости от пространственной координаты x .

Ниже рассмотрен случай, когда зависимость от x дискретна, а от μ — непрерывна или какая угодно (моноэнергетическая задача при изотропном рассеянии).

Разбив ось x на равные интервалы Δx и обозначив $F(x_i, \mu) \equiv F_i(\mu)$, предположим, что между двумя точками x_{i-1} и x_i функция $F(x, \mu)$ линейна. Тогда уравнение Больцмана, усредненное на каждом интервале, примет вид

$$\left(\mu + \frac{\Delta x}{2}\right) F_{i-1} - \left(\mu - \frac{\Delta x}{2}\right) F_{i-1} = \frac{c\Delta x}{4} (\Phi_i + \Phi_{i-1}), \quad (1)$$

где

$$\Phi_i = \int_{-1}^1 F_i(\mu) d\mu.$$

Определим элементарные решения уравнения (1) по Кейсу:

$$F_i(\mu, \nu) = \Psi(\mu, \nu) \Phi_i(\nu) \quad (2)$$

при нормировке

$$\int_{-1}^1 \Psi(\mu, \nu) d\mu = 1.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Д. Ж. Герцель. Материалы КАЭ США. Ядерные реакторы. Т. I. М., Изд-во иностр. лит., 1956.
2. Г. Рутисхаузер. Алгоритм частных и разностей. М., Изд-во иностр. лит., 1960.
3. Е. Коэн. II Женевская конференция (1958). Т. 3. М., Атомиздат, 1959, стр. 549.
4. А. И. Кулешов. «Ж. вычисл. матем. и матем. физ.», вып. 6, 1137 (1966).

УДК 621.039.512

Функцию $\Phi_i(\nu)$ следует искать в виде

$$\Phi_i(\nu) = \left(\frac{\nu - \Delta x/2}{\nu + \Delta x/2}\right)^i, \quad (3)$$

который является конечно-разностным аналогом экспоненты $e^{-x/\nu}$.

Подставив выражения (2) и (3) в уравнение (1), получим

$$\Psi(\mu, \nu) = \begin{cases} \frac{c\nu}{2(\nu - \mu)} + \left(1 - \frac{c\nu}{2} \ln \frac{1+\nu}{1-\nu}\right) \delta(\nu - \mu), \\ \nu \in (-1, 1); \\ \frac{c\nu_0}{2(\nu_0 - \mu)}, \end{cases} \quad (4)$$

где ν_0 — корни уравнения

$$1 - \frac{c\nu_0}{2} \ln \frac{\nu_0 + 1}{\nu_0 - 1} = 0. \quad (5)$$

Таким образом, функция $\Psi(\mu, \nu)$ оказалась точной и независимой от величины Δx .

Общее решение уравнения (1) является суперпозицией всех его элементарных решений:

$$\Phi_i = A \left(\frac{\nu_0 - \Delta x/2}{\nu_0 + \Delta x/2}\right)^i + B \left(\frac{\nu_0 - \Delta x/2}{\nu_0 + \Delta x/2}\right)^{-i} + \int_{-1}^1 C(\nu) \left(\frac{\nu - \Delta x/2}{\nu + \Delta x/2}\right)^i d\nu, \quad (6)$$

где второе слагаемое соответствует корню $-\nu_0$. Формула для $F_i(\mu)$ будет иметь вид

$$F_i(\mu) = A\Psi(\mu, \nu_0) \left(\frac{\nu_0 - \Delta x/2}{\nu_0 + \Delta x/2}\right)^i + B\Psi(\mu, -\nu_0) \left(\frac{\nu_0 - \Delta x/2}{\nu_0 + \Delta x/2}\right)^{-i} + \int_{-1}^1 C(\nu) \Psi(\mu, \nu) \left(\frac{\nu - \Delta x/2}{\nu + \Delta x/2}\right)^i d\nu. \quad (7)$$

Коэффициенты A , B и $C(v)$ определяются из граничных условий, которым должна удовлетворять функция $F_i(\mu)$. Эта задача сводится, как известно, к разложению углового распределения на границах среды (на каждой границе в пределах телесного угла 2π , соответствующего направлениям внутрь) по полной системе функций $\Psi(\mu, \nu)$. Не описывая ее подробно, поскольку в общем она не меняется, отметим такой интересный факт. На границе полубесконечной среды, если принять ее в качестве начала координат ($i=0$ и $x_0=0$), будем иметь

$$F_0(\mu) = A\Psi(\mu, \nu_0) + \int_0^1 C(\nu) \Psi(\mu, \nu) d\nu \quad (8)$$

коэффициенты B и $C(\nu)$ при $\nu < 0$ равны нулю по условию $F_i(\mu) \rightarrow 0$ при $i \rightarrow \infty$. Уравнение (8), связывающее распределение падающих на границу нейтронов с распределением вылетающих нейтронов, получилось, как видно, точным. Следовательно, в рассматриваемом случае коэффициенты A , B и $C(\nu)$, а также функция $F_0(\mu)$, т. е. решение задачи об альбедо, тоже будут точными, несмотря на погрешности функции распределения внутри среды, обусловленные дискретным представлением ее зависимости от x .

Полученный результат, на первый взгляд, может показаться странным. В самом деле, в точном решении на расстоянии от границы $x > 1$ переходная часть, имеющая вид интеграла от функции $C(\nu) \Psi(\mu, \nu) \times \exp(-x/\nu)$, исчезающе мала, и при выборе $\Delta x \gg 1$ мы как будто совсем исключаем ее из рассмотрения. В действительности же это не так. Формулы (6) и (7)

показывают, что в конечно-разностной аппроксимации при больших Δx эта часть решения изображается пилообразной ломаной, колеблющейся около нуля со слабо меняющейся амплитудой, и не равна нулю тождественно. Вклад ее в угловое распределение на границе оказывается точным независимо от Δx . То же самое можно сказать и об асимптотической части, если $\Delta x > 2\nu_0$.

На практике обычно соблюдается условие $\Delta x \ll 2\nu_0$, тогда

$$\left(\frac{\nu_0 - \Delta x/2}{\nu_0 + \Delta x/2} \right)^i \approx e^{-\Delta x i / \nu_0} = e^{-x_i / \nu_0}$$

Следовательно, в этом случае асимптотическое решение будет достаточно точным и при $x \geq 0$. Конечно, выделение асимптотической части имеет смысл только в среде с относительно небольшим поглощением нейтронов или в размножающих средах, когда $|\nu_0| \gg 1$.

Если перейти к методу дискретных ординат, сохранив дискретную зависимость от x , то множество допустимых значений ν станет конечным, причем точно таким же, как и в случае непрерывной зависимости от x . В остальном формулы (6), (7) и все примечания к ним не меняются.

Поступило в Редакцию 20/XI 1970 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. K. Case, Ann. Phys., 9, 1 (1960).
2. С. Чандрасекар. Перенос лучистой энергии. М., Изд-во иностр. лит., 1953.
3. В. Дэвисон. Теория переноса нейтронов. М., Атомиздат, 1960.

Зависимость температуры стенки твэла от режима охлаждения при остановке реактора

С. О. СЛЕСАРЕВСКИЙ, М. Н. КОРОТЕНКО, М. М. НАЗАРЧУК, Д. Т. ФИЛИПЕЦ,
С. С. СТЕЛЬМАХ

УДК 621.039.566

Эксперименты проведены на реакторе ВВР-М ИЯИ АН УССР. В активную зону загружены два твэла с 36%-ным обогащением U^{235} , на которых укреплены хромель-копелевые микротермометры. Остановки реактора осуществлялись с различных уровней мощности (2–10 Мвт) посредством сброса стержней аварийной защиты с одновременным уменьшением расхода теплоносителя от 1420 до 950 м³/ч (отключение одного циркуляционного насоса), до 470 м³/ч (отключение двух насосов) и до 0 м³/ч (отключение всех трех работающих циркуляционных насосов первого контура). Так же была произведена остановка реактора на мощности 10 Мвт с подключением системы аварийного расхолаживания (расход теплоносителя 470 м³/ч).

Из рис. 1, а следует, что остановка реактора с отключением одного насоса приводит вначале к резкому, а затем к более плавному понижению температуры стенки твэла во времени. Остановка с отключением двух насосов (см. рис. 1, б) приводит к появлению резкого всплеска температуры сразу после остановки с последующим понижением температуры. Остановка реактора с полным прекращением циркуляции через активную зону (см. рис. 1, в) приводит к температурной кривой, на которой помимо первого температурного всплеска появляется вторичное повышение температу-

ры стенки твэла, более значительное по величине и более растянутое во времени. Кривая, полученная при остановке с подключением системы аварийного расхолаживания, отличается от кривой рис. 1, б отсутствием всплеска температур в начальный период. Это объясняется различным положением насосных задвижек. В отличие от остановки, когда отключение насосов сопровождалось одновременным закрытием насосных задвижек, остановка с подключением системы аварийного расхолаживания происходила в условиях, когда все насосные задвижки оставались открытыми. Это обеспечивало протекание теплоносителя по инерции еще некоторое время после остановки насосов.

Резкие всплески температур в первые 1,5–2 сек (см. рис. 1, б, в) обусловлены тем, что в этих условиях уменьшение скорости теплоносителя происходит быстрее спада мощности. Остаточное тепловыделение в начальный период может достигать значительных величин*. Поэтому с момента закрытия задвижек, что соответствует полному прекращению циркуляции, начинается второй температурный максимум (см. рис. 1, в). После установления развитой естественной конвекции в баке реактора наблюдается плавное понижение температуры стенки твэла. Время установления естественной

* J. Kleban, Kernenergie, 9, № 1, 14 (1966).