Шумы неоднородностей теплоносителя в реакторе

УДК 621.039.51

А. И. МОГИЛЬНЕР

Наблюдаемые шумы энергетических реакторов содержат большое число составляющих, которые отражают особенности технологических процессов. Одна из таких составляющих может быть связана с неоднородностью теплоносителя, обусловленной, например, пузырьками газа или пара, твердыми продуктами коррозии и т. п.

Рассмотрим вклад в нейтронные шумы реактора равномерно распределенных в теплоносителе неоднородностей на примере пузырьков газа (пара), циркулирующих вместе с теплоносителем в первом контуре. Подобный подход справедлив также в случае выявления влияния на реакторные шумы пузырьков кипения и т. д.

Теория шумов, вызванных циркулирующими в теплоносителе пузырьками

Пусть теплоноситель течет снизу вверх вдоль оси реактора. Примем, что пузырьки равномерно распределены в поперечном сечении реактора. Обозначим q_j усредненный по объему, занимаемому теплоносителем, вклад в реактивность, обусловленный заменой j-го пузырька равным объемом теплоносителя. Величина q_j— случайная функция индекса j. Двигаясь вдоль оси z реактора, пузырек вносит различный вклад в реактивность, который можно описать при помощи некоторой усредненной по поперечному сечению реактора функции $q_j\psi(z)$.

При скорости движения пузырька v_0 зависимость изменения реактивности от времени выразится в виде

$$U_j(t)=q_j\varphi(t-t_j), \tag{1}$$

где t_j — момент пересечения j-м пузырьком центральной плоскости реактора с координатой $z=0$. Весовые функции $\psi(z)$ и $\varphi(t)$ связаны соотношением

$$\psi[v_0(t-t_j)]=\varphi(t-t_j). \tag{2}$$

Будем считать, что функция $\varphi(t)$ обладает свойствами

$$\varphi(t)=\begin{cases}\varphi_0(\tau) & \text{для } |\tau|=|t-t_j|\leqslant\dfrac{h}{2v_0};\\[2ex] 0 & \text{для } |\tau|=|t-t_j|\geqslant\dfrac{h}{2v_0},\end{cases} \tag{3}$$

где h — эффективная высота реактора.

Рассмотрим некоторый достаточно большой интервал времени $-\frac{T}{2}\div\frac{T}{2}$ $\left(T\gg\frac{h}{v_0}\right)$, за который через реактор проходит $N\gg1$ пузырьков. При достаточно большом числе таких реализаций (ансамблей) шумы реактивности в пределах названного интервала можно представить для каждой (k-й) реализации в виде стохастической функции

$$U^{(k)}(t)=\sum_{j=1}^{N}q_j^{(k)}\varphi(t-t_j). \tag{4}$$

Изучаемый случайный процесс предполагается центрированным, стационарным и эргодическим.

Спектр функции (4) имеет вид

$$U^{(k)}(f)=\sum_{j=1}^{N}q_j^{(k)}\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(t-t_j)\,e^{-i\omega t}\,dt,\quad \omega=2\pi f. \tag{5}$$

Спектральная плотность шумов реактивности $S_1(f)$ определяется путем усреднения по ансамблю реализаций как

$$S_1(f)=\lim_{T\to\infty}\frac{2E_k\,|U^{(k)}(f)|^2}{T}. \tag{6}$$

Примем также, что размеры пузырьков не коррелированы по последовательности их поступления в реактор, так что

$$E_k\,[q_j^{(k)}]=\bar{q}; \tag{7}$$

$$E_k\,[q_j^{(k)}q_l^{(k)}]=\begin{cases}\overline{q^2} & \text{для } j=l;\\ \bar{q}^2 & \text{для } j\neq l.\end{cases} \tag{8}$$

Согласно теореме запаздывания и соотношениям (3)

$$\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(t-t_j)\,e^{-i\omega t}\,dt=$$

$$=e^{-i\omega t_j}\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(t)\,e^{-i\omega t}\,dt=$$

$$=e^{-i\omega t_j}\int_{-h/2v_0}^{h/2v_0}\varphi_0(\tau)\,e^{-i\omega\tau}\,d\tau. \tag{9}$$

Введем безразмерную функцию

$$\Phi(f)=\frac{v_0}{h}\int_{-h/2v_0}^{h/2v_0}\varphi_0(\tau)\,e^{-i\omega\tau}\,d\tau. \tag{10}$$

Тогда

$$|U^{(k)}(f)|^2 = \left(\frac{h}{v_0}\right)^2 |\Phi(f)|^2 \sum_{j,\, l=1}^{N} q_j^{(k)} q_l^{(k)}\, e^{-i\omega t_j}\, e^{i\omega t_l}. \qquad (11)$$

Выполнив усреднение по ансамблю реализаций с использованием соотношений (7) и (8), найдем

$$E_k |U^{(k)}(f)|^2 = \left(\frac{h}{v_0}\right)^2 |\Phi(f)|^2 \times \left[N\overline{q^2} + \bar{q}^2 \sum_{(j\neq l)=1}^{N} e^{i\omega(t_l - t_j)}\right]. \qquad (12)$$

Полагая, что моменты пересечения пузырьками центральной плоскости реактора являются случайными, получим

$$\sum_{(j\neq l)=1}^{N} e^{i\omega(t_l - t_j)} = \sum_{(j\neq l)=1}^{N} \cos\omega(t_l - t_j) + i \sum_{(j\neq l)=1}^{N} \sin\omega(t_l - t_j) = 0 \qquad (13)$$

вследствие равномерного распределения значений $\cos\omega(t_l - t_j)$ и $\sin\omega(t_l - t_j)$ в интервале от -1 до $+1$.

Таким образом, введя среднюю частоту поступления пузырьков $n = \frac{N}{T}$, запишем для спектральной плотности шумов реактивности

$$S_1(f) = 2n\overline{q^2}\left(\frac{h}{v_0}\right)^2 |\Phi(f)|^2 \qquad (14)$$

или

$$S_1 = 2rn\bar{q}^2 \left(\frac{h}{v_0}\right)^2 |\Phi(f)|^2, \qquad (14a)$$

где $r = \overline{q^2}/\bar{q}^2$.

Соотношение (14) можно получить также из второй теоремы Кэмпбелла для случайных размеров пузырька (вклада в реактивность) и случайного времени его поступления в реактор. Теорема Кэмпбелла может быть записана в виде

$$\sigma_1^2 = n \int_0^{\infty} \bar{f}^2(t)\, dt, \qquad (15)$$

где σ_1^2 — средний квадрат флюктуаций реактивности, а $\bar{f}(t)$ — реакция реактора (реактивности) на пузырек, поступивший в реактор в момент $t=0$. В рассматриваемом случае

$$\int_0^{\infty} \bar{f}^2(t)\, dt = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{q^2}\varphi^2(t)\, dt, \qquad (16)$$

где выполняется усреднение по ансамблю ввиду случайности величины q (в замене q^2 на $\overline{q^2}$ заключается отличие от канонической формулировки теоремы Кэмпбелла).

Таким образом, средний квадрат флюктуаций реактивности равен

$$\sigma_1^2 = n\overline{q^2} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi^2(t)\, dt. \qquad (17)$$

В соответствии с теоремой Парсеваля и соотношениями (3) и (10)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi^2(t)dt = \left(\frac{h}{v_0}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} |\Phi(f)|^2 df = 2\left(\frac{h}{v_0}\right)^2 \int_0^{\infty} |\Phi(f)|^2 df, \qquad (18)$$

так что

$$\sigma_1^2 = 2n\overline{q^2}\left(\frac{h}{v_0}\right)^2 \int_0^{\infty} |\Phi(f)|^2 df. \qquad (19)$$

Но по определению

$$\sigma_1^2 = \int_0^{\infty} S_1(f)\, df, \qquad (20)$$

откуда

$$S_1(f) = 2n\overline{q^2}\left(\frac{h}{v_0}\right)^2 |\Phi(f)|^2,$$

что совпадает с выражением (14).

Формулу (14) нетрудно связать с более удобными макроскопическими величинами — расходом теплоносителя Q и объемной концентрацией пузырьков в теплоносителе g:

$$S_1(f) = \frac{2r'}{\gamma Q}\alpha' g\bar{V} |\Phi(f)|^2. \qquad (21)$$

Здесь $r' = \overline{V^2}/\bar{V}^2$; V — объем пузырька; $\alpha(\mathbf{r})$ — вклад в реактивность при замене теплоносителя пузырьком, отнесенным к единице объема; $\alpha' = \overline{\alpha^2}V_R^2$ — безразмерная величина, зависящая от характера пространственной зависимости $\alpha(\mathbf{r})$; V_R — объем теплоносителя в реакторе; $\gamma = \frac{v_0}{v_1}$ — отношение средней скорости пузырьков к средней скорости теплоносителя в реакторе. Если неравномерность $\alpha(\mathbf{r})$ невелика, α' выражается через ρ_1 — вклад в реактивность теплоносителя, заполняющего реактор:

$$\alpha' \approx \overline{\alpha^2}V_R^2 = \left(\frac{\rho_1}{V_R}\right)^2 V_R^2 = \rho_1^2,$$

так что

$$S_1(f) = \frac{2r'}{\gamma Q}\rho_1^2 g\overline{V}\,|\Phi(f)|^2. \qquad (21a)$$

Выражения (21) и (21а) показывают, что флюктуации, связанные с неоднородностью теплоносителя, увеличиваются как с ростом концентрации пузырьков g, так и их размеров $\overline{V}$. При $\overline{V} \to 0$ теплоноситель становится гомогенным, и рассматриваемая составляющая шума исчезает.

Спектральный состав шумов является чувствительной характеристикой скорости их движения в реакторе. Вид спектральной функции $\Phi(f)$ определяется формой весовой функции $\varphi_0(t)$, зависящей в свою очередь от характера действия неоднородностей на реактивность. Если принять, что вклад в реактивность пузырька пропорционален потоку и ценности нейтронов в месте его нахождения и весовая функция $\varphi_0(t)$ может быть аппроксимирована зависимостью

$$\varphi_0(t) = 2\cos^2\frac{v_0}{h}\pi t \qquad (22)$$

(где коэффициент 2 выбран с учетом требования $\overline{\varphi_0(t)} = 1$), то соответствующая функция частоты $|\Phi(f)|^2$ будет выражаться формулой

$$|\Phi(f)|^2 = \frac{\sin^2 b\pi}{\pi^2 b^2(1-b^2)^2}, \quad b = \frac{h}{v_0}f. \qquad (23)$$

Выражение (23) обращается в единицу при $v_0 \to \infty$ и $f = 0$ и достигает нуля при частоте $f = 2\frac{v_0}{h}$.

Как указывалось, возможны другие формы зависимости $\varphi_0(t)$ и, следовательно, $\Phi(f)$. Однако верхняя граница спектра не может значительно измениться, так как она определяется средним временем пребывания пузырька в реакторе $\tau_0 = \frac{h}{v_0}$.

Средний квадрат флюктуаций реактивности, обусловленных пузырьками, описывается при справедливости соотношения (22) выражением

$$\sigma_1^2 = \int_0^\infty S_1(f)\,df = \frac{3}{2}r'\alpha' g\frac{\overline{V}}{V_R}. \qquad (24)$$

На практике обычно имеют дело не с флюктуациями реактивности, а с шумами мощности. Спектральная плотность шумов мощности $S_n(f)$ получается при помощи передаточной функции реактора $R(f)$:

$$\frac{1}{N_0^2}S_n(f) = \frac{2r'}{\gamma Q}g\alpha'\overline{V}\,|\Phi(f)|^2\,|R(f)|^2, \qquad (25)$$

где N_0 — стационарная мощность реактора. В частности, на низких частотах при фильтрации шумов в узкой полосе Δf около частоты $f_0 \ll \frac{v_0}{h}$

$$\varepsilon_n^2 \approx \frac{2r'}{\gamma Q}g\alpha'\overline{V}\,|R(f_0)^2\,\Delta f, \qquad (26)$$

где $\varepsilon_n^2 = \frac{S_n(f_0)}{N_0^2}\Delta f$ — относительный средний квадрат шумов мощности.

Приведенные выше выражения относятся к критическому реактору. Для подкритической системы, средняя мощность которой N_0 определяется подкритичностью $\rho' = \frac{1-K_{эфф}}{K_{эфф}}$ и интенсивностью источника нейтронов, следует воспользоваться соответствующим выражением для передаточной функции подкритического реактора $R(\rho', f)$. В частном случае достаточно низких частот и при узкополосном фильтре относительный средний квадрат шумов мощности приближенно равен

$$\varepsilon_n^2 \approx \frac{2r'}{\gamma Q}\cdot\frac{\alpha'}{\beta_{эфф}^2}g\overline{V}\Delta f_{эфф}. \qquad (27)$$

Отметим, что в большинстве важных для практики случаев можно приближенно принять $r' \approx 1$, $\gamma \approx 1$. Более точное значение γ получается из вида спектра $S_1(f)$ или по закону Стокса, когда его применение оправданно.

Измерение зависимости $S_1(f)$ позволяет найти форму временно́й функции $\varphi(t)$, описывающей влияние на реактивность пузырька в различных положениях по высоте реактора. Это возможно в предположении о симметрии функции $\varphi(t)$. В этом случае спектр функции $\varphi(t)$ не содержит мнимой составляющей и форма исходной временно́й функции может быть восстановлена при помощи обратного преобразования Фурье:

$$|\varphi_0(\tau)|^2 = 2\frac{v_0}{h_0}\int_0^\infty\left|\sqrt{\frac{S_1(f)}{S_1(0)}}\right|\times$$

$$\times\cos 2\pi f\tau\,df; \quad \frac{-h}{2v_0} \leqslant \tau \leqslant \frac{h}{2v_0}. \qquad (28)$$

Вычисление зависимости (28) дает возможность определить среднее время пребывания пузырька в реакторе $\tau_0 = \frac{h}{v_0}$ и среднюю скорость пузырька в реакторе v_0.

Следует отметить, что если при движении вдоль оси реактора размеры пузырька изменяются, то это отражается на форме весовой функции $\varphi(t)$.

Обнаружение циркулирующих пузырьков

При построении системы обнаружения движущихся пузырьков или других неоднородностей следует оптимально выбирать частотный диапазон регистрации. По-видимому, предпочтительнее область более высоких частот, так как в этом случае упрощаются проблемы измерений и менее значителен вклад конкурирующих процессов. Если со стороны реактора конкурирующие процессы в выбранной частотной области отсутствуют, то возможность обнаружения пузырьков будет ограничиваться собственными флюктуациями тока ионизационной камеры. Последние, как известно, занимают широкий диапазон частот со спектральной плотностью $S_0 = 2q_0J$, где J — средний ток ионизационной камеры, регистрирующей мощность реактора, а q_0 — средний заряд, возникающий в камере при регистрации нейтрона.

Возможность обнаружения пузырьков описанным выше методом определяется условием

$$\frac{S_n(f)}{S_0} = \frac{r'\alpha'}{\gamma Q} g\overline{V}\,|\Phi(f)|^2\,|R(f)|^2\,\frac{J}{q_0} \geqslant 1. \quad (29)$$

При выборе частотного диапазона регистрации в области $f \geqslant 1$ *гц* $|R(f)|^2 \approx \frac{1}{\beta^2_{эфф}}$ и

$$\frac{S_n(f)}{S_0} \approx \frac{r'\alpha'}{\gamma Q \beta^2_{эфф}} g\overline{V}\,|\Phi(f)|^2\,\frac{J}{q_0} \geqslant 1. \quad (30)$$

Рассмотрим пример (для реактора БР-5). Примем $r' \approx 1$; $\gamma \approx 1$; $Q = 240$ *м³/ч*; $\alpha' \approx (4{,}5\ \beta_{эфф})^2$; $h \approx 0{,}5$ *м*; $v_0 \approx 4$ *м/сек*; $q_0 \approx 10^{-14}$ *к/нейтр*; $J \approx 10^{-4}a$. Выбирая $f \geqslant 1$ *гц*, получаем $|\Phi(f)|^2 \approx 1$. Определим, при каких средних размерах пузырьков $\overline{V}$ возможно их обнаружение при средней объемной концентрации газа в теплоносителе 1% ($g \approx 10^{-2}$). Подставив соответствующие значения в формулу (30), найдем

$$\overline{V} \geqslant 0{,}03\ мм^3.$$

Описанное влияние неоднородностей на реактивность является аналогом известного в электронике дробового эффекта, усложненного флюктуациями размеров неоднородностей и конечным временем их движения в реакторе.

Определение концентрации газа (пара) в теплоносителе

Объемная концентрация газа в теплоносителе может быть определена экспериментально по влиянию давления теплоносителя на реактивность. Действительно, если изменение давления теплоносителя в реакторе от p до $p + \Delta p$ сопровождается изменением равномерно распределенного по реактору объема газа от V_1 до $V_1 + \Delta V_1$, то это вызовет изменение реактивности на величину

$$\Delta\rho = -\rho_1 \frac{\Delta V_1}{V_R}. \quad (31)$$

Предполагая постоянство температуры и справедливость уравнения

$$pV_1 = (p + \Delta p)(V_1 + \Delta V_1), \quad (32)$$

найдем, что

$$\frac{\Delta V_1}{V_1} = -\frac{\Delta p}{p + \Delta p}. \quad (33)$$

Подставив выражение (33) в (31), получим

$$\Delta\rho = \rho_1 g \frac{\Delta p}{p + \Delta p}. \quad (34)$$

Таким образом,

$$g = \frac{\Delta\rho}{\rho_1}\left(1 + \frac{p}{\Delta p}\right). \quad (35)$$

Отметим, что, строго говоря, в приведенных примерах следует использовать не давление в теплоносителе, а давление в пузырьках, которое равно

$$p_0 = p + \frac{2\varkappa}{r_0}, \quad (36)$$

где $\frac{2\varkappa}{r_0}$ — дополнительное давление, которое определяется поверхностным натяжением пленки теплоносителя, ограничивающей объем пузырька; $\varkappa$ — коэффициент поверхностного натяжения; r_0 — радиус пузырька. Однако учет этого различия необходим лишь при очень небольших размерах пузырьков $\left(\frac{2\varkappa}{r_0 p} \gg 1\right)$, т. е. когда пузырьки имеют размеры порядка 1 *мк* и менее.

Влияние флюктуаций давления на реактивность

Наличие флюктуаций давления в присутствии газовых «пустот» приводит к дополнительным флюктуациям реактивности. При небольших флюктуациях давления соотношение (34) можно записать в виде

$$\Delta\rho = \rho_1 g \frac{\Delta p}{p}. \quad (37)$$

Предполагая, что в формуле (37) величины $\Delta\rho$ и Δp описывают стационарный эргодический случайный процесс, нетрудно перейти к спектральным плотностям:

$$S_2(f) = \rho_1^2 g^2 S_p(f). \tag{38}$$

Здесь S_2 — составляющая шумов реактивности, обусловленная флюктуациями давления при наличии пустот; $S_p(f)$ — спектральная плотность относительных флюктуаций давления.

Таким образом, дополнительная составляющая шумов реактивности за счет флюктуаций давления повторяет по форме спектральный состав последних. Она исчезает с исчезновением пустот в реакторе ($g = 0$). При очень малых размерах пузырьков формулу (38) следует поправить, учитывая отличие давления в пузырьке от давления в окружающем его теплоносителе:

$$S_2(f) = \rho_1^2 g^2 S_p(f) \left(\frac{1}{1 + \frac{2\varkappa}{r_0 p}} \right)^2. \tag{38a}$$

Последнее выражение показывает, что сокращение размеров пузырьков приводит к постепенному уменьшению вклада названной составляющей до полного ее исчезновения.

Соотношение (38) может быть применено для определения концентрации пустот в теплоносителе. Для получения большей точности при возможности выделить рассматриваемую составляющую целесообразно перейти в формуле (38) к средним квадратам относительных отклонений $\sigma_p^2 = \int\limits_0^\infty S_p(f)\, df$ и $\sigma_2^2 = \int\limits_0^\infty S_2(f)\, df$:

$$g = \frac{\sigma_2}{\rho_1 \sigma_p}. \tag{39}$$

Совместное действие на реактивность циркулирующих пузырьков и флюктуаций давления

Две названные выше составляющие действуют обычно совместно, т. е. наблюдается шум реактивности, который в силу статистической независимости действия этих случайных процессов описывается выражением

$$S(f) = \frac{2r'\alpha'}{\gamma Q} g\overline{V} \,|\Phi(f)|^2 + g^2 \rho_1^2 S_p(f). \tag{40}$$

Однако частотный состав составляющих обычно различается. Это отличие может быть использовано для их разделения (первая составляющая часто имеет более широкую полосу частот, чем вторая). В этом случае по зависимости $S(f)$ можно определить раздельно концентрацию пустот в теплоносителе g и средний объем пузырька $\overline{V}$.

Как уже отмечалось, рассматриваемые компоненты обладают различной чувствительностью к размерам пузырьков. Если первая составляющая наблюдается лишь при сравнительно крупных размерах пузырьков, то вторая проявляется при гораздо менее жестких условиях.

Полученные выше зависимости могут быть полезны при анализе реакторных шумов, в том числе для исследования процессов кипения теплоносителей в реакторе.

В заключение автор благодарит С. А. Морозова и Г. П. Кривелева за полезные дискуссии.

Поступила в Редакцию 11/V 1970 г.
В окончательной редакции 22/VII 1970 г.

Проект четырехметрового изохронного циклотрона ОИЯИ с плавно регулируемой энергией тяжелых ионов

И. А. ШЕЛАЕВ, Е. Д. ВОРОБЬЕВ, Б. А. ЗАГЕР, С. И. КОЗЛОВ, В. И. КУЗНЕЦОВ, Р. Ц. ОГАНЕСЯН, Ю. Ц. ОГАНЕСЯН, К. И. СЕМИН, А. Н. ФИЛИПСОН, В. А. ЧУГРЕЕВ

УДК 621.384.633

Дальнейшее развитие физики ядерных реакций между сложными ядрами связано с использованием в этих реакциях пучков быстрых ионов все более тяжелых элементов, а также с повышением их энергии и интенсивности. С этой целью в Лаборатории ядерных реакций ОИЯИ на основе результатов, полученных при создании двухметрового изохронного циклотрона ОИЯИ У-200 [1], спроектирован четырехметровый изохронный циклотрон (ускоритель У-400). В настоящее время в ОИЯИ ведутся работы по изготовлению узлов и деталей ускорителя У-400, сооружаемого на основе имеющегося 310-сантиметрового классического циклотрона тяжелых ионов (ускоритель У-300) [2].

Параметры этих ускорителей приведены в табл. 1, из которой видно, что практически все системы ускорителя У-400 существенно отличаются от У-300. Циклотрон У-400 во многом подобен ускорителю У-200, который можно