ЖУРНАЛ «АТОМНАЯ ЭНЕРГИЯ», Т. 30, ВЫП. 6 (ИЮНЬ 1971)

Минимизация коэффициента неравномерности энерговыделения плоского реактора с отражателем

Э. Г. САХНОВСКИЙ

УДК 621.039.51

В настоящей работе методами теории оптимального управления показано, что профилированием топлива достигнуть минимального (равного единице) коэффициента неравномерности энерговыделения плоского гомогенного реактора с отражателем можно не при всех значениях его критического размера и максимально допустимой концентрации урана в активной зоне.

Рассмотрим плоский симметричный реактор с активной зоной полуширины R и бесконечным отражателем. Будем предполагать, что конструкционные материалы (включающие замедлитель с постоянными свойствами) распределены гомогенно как в активной зоне ($0 \leqslant r \leqslant R$), так и в отражателе ($R \leqslant r < \infty$). Поставим задачу о распределении топлива в активной зоне таким образом, чтобы функционал

$$J = \frac{\max\limits_{0\leqslant r\leqslant R} [\Phi(r)\, u(r)]}{\frac{1}{R}\int\limits_0^R \Phi(r)\, u(r)\, dr} \tag{1}$$

при наличии технологического и теплотехнического ограничений

$$0 \leqslant u(r) \leqslant u_{\text{макс}}, \quad \Phi(r)\, u(r) \leqslant q_{\text{макс}} \tag{2}$$

был минимален. В формулах (1) и (2) $\Phi(r)$ — поток тепловых нейтронов; $u(r)$ — отношение макроскопических сечений поглощения урана и конструкционных материалов; $u_{\text{макс}}$ и $q_{\text{макс}}$ — заданные постоянные.

Полагая $\max\limits_{0\leqslant r\leqslant R} [\Phi(r)\, u(r)] = A \leqslant q_{\text{макс}}$, перепишем функционал (1) в виде

$$J = \frac{A}{W} R \quad \left(W = \int\limits_0^R \Phi u\, dr\right), \tag{3}$$

где W — (с точностью до множителя) мощность реактора. Если считать A и W заданными, то рассматриваемая задача оптимизации, очевидно, эквивалентна задаче о минимуме критического размера R реактора при наличии ограничений $0 \leqslant u(r) \leqslant u_{\text{макс}}$, $\Phi(r)\, u(r) \leqslant A$. Решение этой задачи для двухзонного реактора без отражателя было получено в двухгрупповом приближении в работе [1]. Для реактора с отражателем решение было получено в одногрупповом приближении в работе [2], где показано, что активная зона реактора с минимальным критическим размером может состоять из областей двух и только двух типов: с $u = u_{\text{макс}}$ и $u = A/\Phi$. Из вида функционала (1) непосредственно следует, что $\min J = 1$ и что достигается он при $u(r) = A/\Phi(r)$ всюду в активной зоне, причем нетрудно проверить, что такое распределение удовлетворяет необходимому условию Вейерштрасса [1] сильного минимума функционала (3).

Получим теперь явное выражение $u(r)$ для рассматриваемой модели реактора. (Ранее на возможность загрузки топлива по закону $\Phi u = \text{const}$ указывал Уилкинс [3].) Запишем одногрупповое уравнение диффузии в виде

$$\Phi'' + \alpha^2(r)\,\Phi = 0, \quad \alpha^2(r) = \begin{cases} \dfrac{u/u_0 - 1}{L_0^2} & \text{при } 0 \leqslant r \leqslant R \\ -1/L_*^2 & \text{при } R \leqslant r < \infty, \end{cases} \tag{4}$$

где константы L_0 и L_* — длины диффузии (без учета поглощения в уране) соответственно в активной зоне и отражателе; $u_0 = \dfrac{1}{\eta - 1}$ — точная нижняя граница значений $u_{\text{макс}}$; η — эффективное число нейтронов, рождающихся при поглощении одного нейтрона в уране. Полагая в уравнении (4) $u(r) = A/\Phi(r)$ и используя обычные условия в точках $r = 0$, R и ∞, получаем

$$\Phi(r) = \begin{cases} \dfrac{A}{u_0}\left(1 - \dfrac{\operatorname{ch} r/L_0}{\operatorname{ch} R/L_0 + \dfrac{DL_*}{D_* L_0}\operatorname{sh} R/L_0}\right) & \text{при } 0 \leqslant r \leqslant R; \\ \dfrac{A}{u_0}\,\dfrac{\dfrac{DL_*}{D_* L_0}\operatorname{sh} R/L_0}{\operatorname{ch} R/L_0 + \dfrac{DL_*}{D_* L_0}\operatorname{sh} R/L_0}\exp\left(-\dfrac{r-R}{L_*}\right) & \text{при } R \leqslant r < \infty, \end{cases} \tag{5}$$

где D и D_* — коэффициенты диффузии соответственно в активной зоне и отражателе. Из выражения (5) следует, что

$$u(r) = u_0\left(1 - \frac{\operatorname{ch} r/L_0}{\operatorname{ch} R/L_0 + \dfrac{DL_*}{D_* L_0}\operatorname{sh} R/L_0}\right)^{-1} \tag{6}$$

и является монотонно возрастающей функцией r.

Поэтому

$$\max_{0\leq r\leq R} u(r)=u(R)=u_0\left(1+\frac{D_*L_0}{DL_*}\operatorname{cth} R/L_0\right) \qquad (7)$$

и является монотонно убывающей функцией R, причем

$$\lim_{R\to\infty} u(R)=u_0\left(1+\frac{D_*L_0}{DL_*}\right). \qquad (8)$$

В силу неравенства (2)

$$\max_{0\leq r\leq R} u(r)\leqslant u_{\text{макс}}. \qquad (9)$$

Отсюда и из формулы (7) следует, что при $R<R_*$, где

$$R_*=\frac{L_0}{2}\ln\frac{\frac{DL_*}{D_*L_0}\left(\frac{u_{\text{макс}}}{u_0}-1\right)+1}{\frac{DL_*}{D_*L_0}\left(\frac{u_{\text{макс}}}{u_0}-1\right)-1}, \qquad (10)$$

вследствие нарушения условия (9) реактор не может быть однозонным с $u=A/\Phi$ всюду в области $0\leqslant r\leqslant R$*. Таким образом, при $R<R_*$ оптимальным в смысле минимума функционала (1) будет двухзонный реактор с $u=A/\Phi$ при $0\leqslant r\leqslant h$ и $u=u_{\text{макс}}$ при $h\leqslant r\leqslant R$, причем точка h определяется условием непрерывности в ней $u(r)$ [1], а минимальный коэффициент неравномерности энерговыделения в этом случае будет больше единицы. Заметим, что R_* уменьшается с ростом $u_{\text{макс}}$, однако имеет в качестве своей нижней границы величину

$$R_{\text{кр}}=\frac{1}{\alpha_{\text{макс}}}\operatorname{arctg}\frac{D_*}{L_*D\alpha_{\text{макс}}}, \qquad (11)$$

которая является абсолютным минимальным критическим размером рассматриваемой модели реактора и достигается при загрузке всей активной зоны по закону $u=u_{\text{макс}}$ [при этом, конечно, предполагается выполнение теплотехнического ограничения (2)].

Более того, из равенства (8) [или (10)] следует, что при

$$u_{\text{макс}}<u_0\left(1+\frac{D_*L_0}{DL_*}\right) \qquad (12)$$

неравенство (9) нарушается при любых значениях R и, следовательно, в этом случае нельзя профилированием топлива достигнуть $\min J=1$.

Отметим также, что при $u=A/\Phi$ всюду в активной зоне критический размер связан с мощностью как $R=W/A$. Поэтому минимальное R, при котором можно снять заданную мощность W, будет достигнуто при $A=q_{\text{макс}}$.

В заключение отметим, что если рассматривать функционалы вида

$$J=\frac{\max\left[\Phi(\mathbf{r})\,u(\mathbf{r})\right]}{\frac{1}{V}\int\limits_{(V)}\Phi(\mathbf{r})\,u(\mathbf{r})\,dV} \qquad (13)$$

в многогрупповом приближении (учитывая деление только в одной тепловой группе), то независимо от геометрии реактора $\min J=1$ достигается при $u(\mathbf{r})=A/\Phi(\mathbf{r})$ всюду в активной зоне объема V.

Автор благодарит Ю. В. Петрова за полезное обсуждение работы.

Поступило в Редакцию 30/VI 1970.

* Аналогичное обстоятельство имеет место и в задаче о минимуме критического размера. Ранее в задаче о минимуме критической массы [4] нарушение неравенства (9) в точке $r=0$ также существенно сказалось на виде оптимального решения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Т. С. Зарицкая, А. П. Рудик. «Атомная энергия», 22, 6 (1967).
2. Э. Г. Сахновский. «Атомная энергия», 29, 201 (1970).
3. Ядерные реакторы. Материалы комиссии по атомной энергии США, Т. 1, М., Изд-во иностр. лит., 1956, стр. 191.
4. Б. П. Кочуров. «Атомная энергия». 20, 243 (1966).

Расчет теплоотдачи при пузырьковом кипении

В. Ф. ПРИСНЯКОВ

УДК 536.24:536.42

Общее количество тепла, передаваемого от поверхности нагрева к кипящей жидкости, можно представить в виде суммы тепла, переносимого паровыми пузырями q'' и отбираемого жидкостью за счет конвекции и перемешивания q'.

Для определения q' используем формулы для свободной конвекции [1], учитывая приближенно перемешивание некоторым поправочным коэффициентом $\varkappa'=1{,}25$ [2]. Такое допущение мало влияет на точность расчетов, так как при развитом кипении q'' значительно превышает q', а при слабом — влияние паровых пузырей на свободную конвекцию уменьшается [2] (один штрих — жидкость, два — пар). Поэтому, переходя к числу Пекле $\mathrm{Pe}'_*\sim q'$, получаем

$$\mathrm{Pe}'_*=\varkappa' C' N'_{\text{т}}\,\mathrm{Ja}^{1+\gamma}. \qquad (1)$$

Количество тепла, переносимого паровыми пузырями, определяется выражением

$$q''=nfVr\rho''$$

или в безразмерных параметрах

$$\mathrm{Pe}''_*=\frac{4}{3}\pi\bar{n}\bar{f}\bar{R}^3. \qquad (2)$$

Значения отрывного радиуса пузырей $\bar{R}=\frac{R}{R_*}$, частоты их появления $\bar{f}=\frac{f}{f_*}$ и плотности центров парообразования $\bar{n}=nR_*^2$ найдем при помощи зависимостей [3]:

$$\bar{R}^3-\frac{3}{2}\zeta_\sigma\sin\Theta\bar{R}-\frac{8}{27}\left(\frac{1+\cos\Theta}{\pi}\right)^2\zeta_R\vartheta\,\mathrm{Ja}^4=0; \qquad (3)$$