

$L^1=25,36$ моль/сутки; $L^2=7,776$ моль/сутки;

$\varepsilon_{24}=0,006$; $\varepsilon_{24}=0,011$; $\varepsilon_{34}=0,022$.

Период системы (3) в данном примере равен 24, время развития процесса длительностью 100 суток на машине типа М-220 составляет 3 мин, погрешность решения не более 0,2%.

Поступило в Редакцию 7/X 1971 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. М. Розен. Теория разделения изотопов в колоннах. М., Атомиздат, 1960.
2. Р. Я. Кучеров, В. П. Мищенко. «Атомная энергия», 19, 360 (1965)
3. И. А. Беренинов и др. Kernenergie, 14, 190 (1971).
4. И. С. Березин, Н. П. Жидков. Методы вычислений. Т. 1, М., Физматгиз, 1959.

Асимптотическая устойчивость реактора с термоэмиссионным преобразователем

В. А. ПИСКУНОВ, Н. В. ИСАЕВ, О. В. КОМАРОВ, А. В. КРЯНЕВ, Н. Н. ПЕТРОВ,
Л. А. ПИСКУНОВ, С. Б. ШИХОВ

УДК 621.039.514

Вопросы динамики и устойчивости реактора, в активной зоне которого размещены термоэмиссионные преобразователи, связанные с твэлами, в общем нелинейная задача. В настоящее время все еще остаются открытыми, хотя появились работы, рассматривающие или линеаризованную модель [1], или модель, учитывающую влияние запаздывающих нейтронов в конструкции преобразователя, где для таких простых случаев удается использовать критерий Велтона [2].

Рассматривая реактор, в котором активная зона состоит из электрогенерирующих элементов, описанных в работе [3]. Принимая во внимание результаты исследований, приведенных в работе [4], реактор с термоэмиссионным преобразователем можно рассматривать как объект с сосредоточенными параметрами:

$$\frac{dW(t)}{dt} = \frac{\delta k - \beta}{l} W(t) + \sum_{i=1}^{\sigma} \frac{1}{\tau_i} R_i(t); \quad (1)$$

$$\frac{dR_i(t)}{dt} = -\frac{\beta_i}{l} W_i(t) - \frac{1}{\tau_i} R_i(t), \quad i=1, \dots, \sigma. \quad (2)$$

Реактивность δk является функцией температур отдельных частей активной зоны:

$$\delta k = \sum_{j=1}^4 -\alpha_j [T_j(t) - T_j(0)], \quad (3)$$

где α_j — коэффициент реактивности по температуре T_j . Уравнения теплового баланса для горячего, холодного пакета и теплоносителя можно записать в виде:

$$M_g C_g \frac{dT_g}{dt} = -a_1 (T_g - T_R) + bW; \quad (4)$$

$$M_a C_a \frac{dT_a}{dt} = a_1 (T_g - T_R) - a_2 (T_R - T_a) - \sigma \varepsilon F_K (T_R^4 - T_a^4) + F_K (T_R, T_a) F_K^2 R_{эл} - j (T_R, T_a) F_K \left(X_a + \frac{2kT_a^e}{e} + V_H \right); \quad (5)$$

$$M_{T_1} C_{T_1} \frac{dT_{T_1}}{dt} = a_2 (T_R - T_a) - a_3 (T_a - T_{T_1}) + \sigma \varepsilon F_K (T_R^4 - T_a^4) + j^2 (T_R, T_a) F_K^2 R_{эл} +$$

$$+ j (T_R, T_a) \left(X_a + \frac{2kT_a^e}{e} \right) F_K; \quad (6)$$

$$M_{T_2} C_{T_2} \frac{dT_{T_2}}{dt} = a_3 (T_a - T_{T_1}) - a_4 (T_{T_1} - T_{T_2, вх}); \quad (7)$$

где $W(t)$ — мощность реактора; T_j — средняя температура; M_j, C_j — масса и теплоемкость j -го слоя; X_a — работа выхода поверхности анода; T_a^e — температура электронов у анода; k — постоянная Больцмана; e — заряд электрона; b — доля энерговыделения в горячем; l — плотность тока с поверхности катода; $R_{эл}$ — эффективное сопротивление электрода; V_H — падение напряжения на нагрузке; a_j — положительные константы, пропорциональные коэффициентам теплопередачи или термическим сопротивлениям слоев; σ — постоянная Стефана — Больцмана; ε — эффективная степень черноты; F_K — излучающая поверхность катода.

При решении приведенных уравнений динамики использовались экспериментальные вольт-амперные характеристики термоэмиссионных преобразователей, снятые при изотермическом режиме [5]. Зависимости плотности тока от температуры описывались эмпирически подобранным законом

$$j (T_R, T_a) = j_0 (T_a T_R - \xi T_a^2), \quad (8)$$

где ξ — положительная безразмерная величина, которую можно считать постоянной для определенной окрестности вблизи стационарного значения температуры анода; j_0 — постоянная, характеризующая наклон экспериментальных кривых. Зависимость (8) удобно использовать при анализе устойчивости стационарного режима:

$$W = W(0); \quad R_i = R_i(0); \quad T_j = T_j(0) \geq T_{вх}. \quad (9)$$

В уравнениях (1) — (7) проводится замена переменных:

$$w(t) = \frac{W(t) - W(0)}{W(0)}, \quad w(t) > -1; \quad (10)$$

$$r_i(t) = \frac{R_i(t) - R_i(0)}{R_i(0)}, \quad r_i(t) > -1; \quad (11)$$

$$x_i(t) = T_j(t) - T_j(0), \quad x_i(t) > -T_j(0), \quad (12)$$

после чего они преобразуются к виду:

$$\dot{w} = (w+1) \left(- \sum_{j=1}^4 \alpha_j x_j - \sum_{i=1}^6 \beta_i \right) + \sum_{i=1}^6 \beta_i (r_i + 1); \quad (13)$$

$$\tau_i \dot{r}_i = (w+1) - (r_i + 1); \quad i = 1, \dots, 6. \quad (14)$$

$$\dot{x}_\Gamma = - \frac{a_1}{M_\Gamma C_\Gamma} (x_\Gamma - x_K) + \frac{bW(0)}{M_\Gamma C_\Gamma} w; \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_K = & \frac{a_1}{M_K C_K} (x_\Gamma - x_K) - \frac{a_2}{M_K C_K} (x_K - x_A) - \\ & - \frac{h}{M_K C_K} \{ j [T_K(0) + x_K, T_A(0) + x_A] - j [T_K(0), T_A(0)] \} - \\ & - \frac{c}{M_K C_K} \{ [T_K(0) + x_K]^4 - [T_A(0) + x_A]^4 - T_K^4(0) + T_A^4(0) \} + \\ & + \frac{d_2}{M_A C_A} \{ j^2 [T_K(0) + x_K, T_A(0) + x_A] - \\ & - j^2 [T_K(0), T_A(0)] \}; \quad (16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_A = & \frac{a_2}{M_A C_A} (x_K - x_A) - \frac{a_3}{M_A C_A} (x_A - x_T) + \\ & + \frac{h}{M_A C_A} \{ j [T_K(0) + x_K, T_A(0) + x_A] - j [T_K(0), T_A(0)] \} + \\ & + \frac{c}{M_A C_A} \{ [T_K(0) + x_K]^4 - [T_A(0) + x_A]^4 - T_K^4(0) + T_A^4(0) \} + \\ & + \frac{d_3}{M_A C_A} \{ j^2 [T_K(0) + x_K, T_A(0) + x_A] - \\ & - j^2 [T_K(0), T_A(0)] \}; \quad (17) \end{aligned}$$

$$\dot{x}_T = \frac{a_3}{M_T C_T} (x_A - x_T) - \frac{a_4}{M_T C_T} x_T; \quad (18)$$

где $c = \varepsilon \sigma F_K$; $h = F_K (X_A + 2kT_e^3)$; $d_2 = F_K^2 (R_{эл} + R_H)$; $d_3 = F_K^2 R_{эл}$; $T_{вх} = \text{const}$.

Нелинейности в уравнениях (16) и (17) таковы, что можно выделить из них линейные части. Запишем уравнения (15)–(18) в векторной форме

$$\dot{X} = \hat{C}X + bW(0)w + Z(x_K, x_A), \quad (19)$$

где \hat{C} — неособенная матрица, составленная из констант линейной части уравнения (15)–(18); вектор Z составлен из нелинейных членов этих же уравнений, а вектор b имеет вид

$$b = \begin{pmatrix} b/M_\Gamma C_\Gamma \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Допустим, что $W(0)$ — стационарная мощность — принадлежит интервалу мощностей, где матрица \hat{C} имеет различные отрицательные собственные числа. Матрицу \hat{C} приводим к диагональному виду подста-

новкой $X = \hat{P}Y$:

$$\begin{aligned} \dot{Y}_j = & -\lambda_j Y_j + \frac{bW(0)(\hat{P}^{-1})_{j1}}{M_\Gamma C_\Gamma} w + \\ & + (\hat{P}^{-1})_{j2} Z_2 + (\hat{P}^{-1})_{j3} Z_3, \quad (20) \end{aligned}$$

где $-\lambda_j$ — собственные числа матрицы \hat{C} .

Функцию Ляпунова такой системы уравнений запишем в виде

$$\begin{aligned} L = & l [w - \ln(w+1)] + \sum_{i=1}^6 \beta_i \tau_i [r_i - \ln(r_i+1)] + \\ & + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^4 A_j Y_j^2, \quad (21) \end{aligned}$$

Очевидно, что функция L — определено-положительная относительно переменных Y_j, r_i, w , если все $A_j > 0$. Полная производная по времени от L , вычисленная согласно уравнениям (13), (14), (20), имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{dL}{dt} = & - \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i (w - r_i)^2}{(w+1)(r_i+1)} - \sum_{j=1}^4 A_j \lambda_j Y_j^2 + \\ & + Z_2 \sum_{j=1}^4 A_j (\hat{P}^{-1})_{j2} Y_j + Z_3 \sum_{j=1}^4 A_j (\hat{P}^{-1})_{j3} Y_j. \quad (22) \end{aligned}$$

Величина A_j выбирается так, чтобы выполнялось условие

$$A_j = \frac{M_\Gamma C_\Gamma \sum_{l=1}^4 \alpha_l (\hat{P})_{lj}}{b W(0) (\hat{P}^{-1})_{j1}} > 0. \quad (23)$$

Условием асимптотической устойчивости является требование определенной отрицательности производной $\frac{dL}{dt}$. Первый член в выражении (22) отрицательный, ввиду неотрицательности переменных $w+1, r_i+1$, следовательно, в случае асимптотической устойчивости должно выполняться неравенство

$$\begin{aligned} Z_2 \sum_{j=1}^4 A_j (\hat{P}^{-1})_{j2} Y_j + Z_3 \sum_{j=1}^4 A_j (\hat{P}^{-1})_{j3} Y_j - \\ - \sum_{j=1}^4 A_j \lambda_j Y_j^2 < 0. \quad (24) \end{aligned}$$

В случае линейной обратной связи ($Z=0$) уравнения (21) и (22) совпадают с соответствующими выражениями работы [6].

Таким образом, можно сформулировать критерий достаточных условий устойчивости точечной нелинейной модели реактора с термоэмиссионным преобразованием. Для обеспечения асимптотической устойчивости реактора достаточно, чтобы все собственные числа матрицы \hat{C} были отрицательными, все температурные коэффициенты реактивности удовлетворяли

$$\frac{1}{(\hat{P})_{ij}} \sum_{l=1}^4 \alpha_l (\hat{P})_{lj} > 0, \text{ а все перемен-}$$

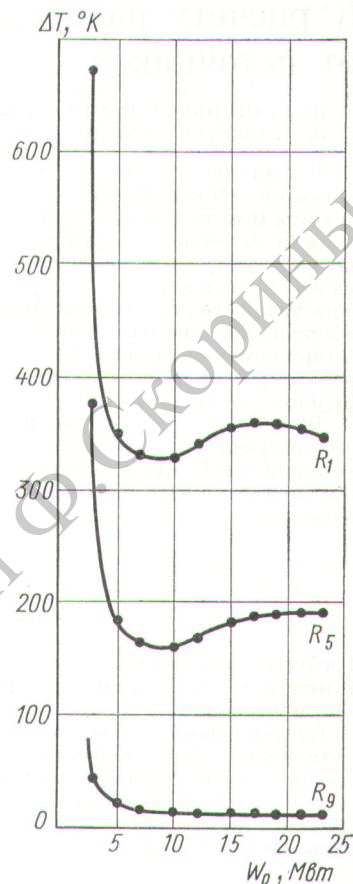
ные, входящие в нелинейные члены уравнений обратной связи, удовлетворяли неравенствам (24). Поскольку метод Ляпунова дает только достаточные условия асимптотической устойчивости, фактическая область устойчивости может быть гораздо шире, чем область, определенная указанным выше методом. Разные области устойчивости определяются режимом работы реактора. В режиме холостого хода проходящий ток равен нулю, и перенос тепла с катода на анод осуществляется только излучением.

Область устойчивости определяется неравенствами:

$$\left. \begin{aligned} |c|z_k^2 + f(x_k)| &\leq B|x_k|; \\ |c|z_a^2 + f(x_a)| &\leq B|x_a|. \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

На рис. 1 показано, как меняется коэффициент B в зависимости от стационарного уровня мощности реактора, устойчивость которого исследуется. В рабочем режиме при этом выполнении неравенства (24) меняются в зависимости от сопротивления нагрузки R . Наклон касательной на вольт-амперной характеристике определяет величину постоянных в неравенствах (24). Расчетные исследования показали, что существует предельное значение стационарной мощности $W(0)$, зависящее от сопротивления нагрузки внешней цепи, при достижении которого условия асимптотической устойчивости не выполняются или же допустимые отклонения температур от стационарного значения практически очень малы (10–30° К). На рис. 2 приведены допустимые отклонения температур катода и анода от их стационарных значений при различных сопротивлениях нагрузки в зависимости от мощности реактора. Полученные

Р и с. 2. Допустимые отклонения температур катода и анода от их стационарного значения при различных сопротивлениях нагрузки ($R_1 = 6,72 \times 10^{-3}$ ом; $R_5 = 1,34 \times 10^{-3}$ ом; $R_9 = 0,11 \times 10^{-3}$ ом).



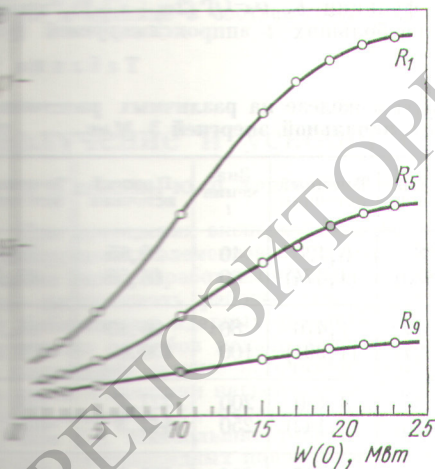
в работе результаты целесообразно использовать при создании энергетических установок данного класса, и в каждом конкретном случае необходимо проводить специальные исследования по определению наиболее безопасных режимов работы реактора.

Поступило в Редакцию 7/X 1971 г.

В окончательной редакции 10/I 1972 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Von E. Wolf, V. Speidel. Atomkernenergie (ATKE), Bd16 (4), 19 (1970).
2. R. Vrehm, D. Hetrick, F. Schmidt. «Прямое преобразование тепловой энергии в электрическую и топливные элементы». Вып. 4 (102), 129 (1971).
3. Ю. А. Бровальский и др. В сб. «Термоэмиссионное преобразование энергии». М., ВНИИТ, 1969, стр. 281.
4. Г. А. Барышников и др. Там же, стр. 391.
5. V. Wilson, J. Lawrence. Advanced Energy conversion. 4, 195 (1964).
6. В. Д. Горяченко, Ю. Ф. Тругин. «Атомная энергия», 23, 499 (1967).



Р и с. 1. Зависимость коэффициента B в зависимости от мощности реактора W в режиме холостого хода при различных сопротивлениях нагрузки ($R_1 = 6,72 \cdot 10^{-3}$ ом; $R_5 = 1,34 \cdot 10^{-3}$ ом; $R_9 = 0,11 \cdot 10^{-3}$ ом).