

К расчету распределений γ -квантов на больших расстояниях от источников

Ш. С. НИКОЛАЙШВИЛИ, А. И. ГАБРАШВИЛИ, Н. Н. ДЖГАРКАВА,
Э. А. ИОРДАНИШВИЛИ

УДК 539.12.122:539.12.17

В настоящей заметке излагается обобщение метода моментов применительно к расчету распределений γ -квантов и нейтронов на произвольно больших расстояниях от источников первичного излучения. Обобщение затрагивает ту часть метода, в которой решается проблема восстановления искомого решения с помощью конечного числа его первых моментов. Известно много работ, посвященных методу моментов и его применениям (например, монографии [1—3]). Поэтому в настоящей работе рассмотрена только задача о восстановлении функции по ее моментам.

Пусть $\psi(t)$ — непрерывная функция t , определенная на интервале $(0, \infty)$, пропорциональная при $t \rightarrow \infty$ функции $t^s e^{-t}$, где s — вещественное число, $s > -1$. Предположим, что известны $3m + 1$ первых четных моментов μ_n :

$$\mu_n = \frac{1}{(2n)!} \int_0^\infty \psi(t) t^{2n} dt, \quad n=0, 1, \dots, 3m. \quad (1)$$

Требуется построить приближенное представление функции $\psi(t)$, позволяющее вычислять ее значения для произвольно больших значений t .

Следя работе [4], введем в рассмотрение две системы полиномов, образующих совместно биортогональную систему на интервале $(0, \infty)$ с весом $t^s e^{-t}$. Пусть $U_k(t)$ — полином степени k , а $V_l(t)$ — четный полином степени $2l$ относительно t . Потребуем, чтобы выполнялись соотношения:

$$\int_0^\infty t^s e^{-t} U_k(t) V_l(t) dt = \begin{cases} 1, & k=l, \\ 0, & k \neq l. \end{cases} \quad (2)$$

Полиномы $V_k(t)$, удовлетворяющие последнему условию, имеют вид

$$V_k(t) = \sum_{p=0}^k \frac{(-1)^p}{\Gamma(2p+s+1)} \binom{k}{p} t^{2p}, \quad (3)$$

где $\Gamma(x) = \int_0^\infty e^{-t} t^{x-1} dt$ — гамма-функция Эйлера, а полиномы $U_k(t)$ связаны между собой рекуррентными соотношениями:

$$U_k(t) = \frac{1}{2k} \left[(2k+s-1-t) U_{k-1}(t) + t \frac{dU_{k-1}(t)}{dt} \right], \quad k \geq 1. \quad (4)$$

При дополнительном условии $U_0(t) = 1$ формулы (3) и (4) однозначно определяют полиномы $U_k(t)$ и $V_k(t)$. Таким образом, интересующая нас биортогональная система построена.

Вернемся к поставленной задаче и примем

$$\psi(t) \approx \frac{t^s e^{-t}}{1+t^{2m}} \sum_{k=0}^{2m} b_k U_k(t), \quad (5)$$

где b_k — постоянные числа, которые следует определить. Чтобы их найти, умножим обе части (5) на $(1+t^{2m}) \times V_k(t)$ и проинтегрируем по t в пределах от нуля до ∞ . В силу соотношений ортогональности (2) получим

$$b_k = \int_0^\infty (1+t^{2m}) V_k(t) \psi(t) dt, \quad k=0, 1, \dots, 2m. \quad (6)$$

Подставив в выражение (6) вместо $V_k(t)$ уравнение (3) и приняв во внимание определения (1), найдем

$$b_k = \sum_{p=0}^k (-1)^p \frac{(2p)!}{\Gamma(2p+s+1)} \binom{k}{p} \times \left[\mu_p + \frac{(2m+2p)!}{(2p)!} \mu_{p+m} \right]. \quad (7)$$

Полученная формула показывает, что для вычисления всех коэффициентов b_k , стоящих в правой части формулы (5), требуется $3m + 1$ первых четных моментов функции $\psi(t)$, т. е. то число, которое задано согласно предположению.

Основной особенностью формулы (5) является то, что при любом значении m ее правая часть при $t \rightarrow \infty$ стремится к функции $b_{2m} t^s e^{-t} / \Gamma(2m+s+1)$, пропорциональной при больших t аппроксимируемой функ-

Таблица 1

Значения $B_E(t)$ в железе на различных расстояниях от источника с начальной энергией 3 Мэв

| Значения t | Плоский источник | Точечный источник | Значения t | Плоский источник | Точечный источник |
|--------------|-------------------|-------------------|--------------|------------------|-------------------|
| 1 | —4,283 (1,830) | 0,120 (1,474) | 40 | 39,65 | 38,44 65,20 |
| 2 | 2,307 (2,427) | 1,476 (1,991) | 80 | 96,89 | 95,39 128,4 |
| 4 | 3,694 (3,683) | 3,160 (3,142) | 200 | 327,7 | 236,0 440,7 |
| 7 | 5,768 (5,769) | 5,117 (5,119) | 300 | 565,5 | 563,9 694,8 |
| 10 | 8,079 (8,078) | 7,344 (7,343) | 400 | 833,9 | 832,6 976,8 |
| 20 | 17,10 17,09 | 16,15 (16,15) | 500 | 1128 | 1127 |

Таблица 2

Значения $B_E(t)$, вычисленные по формуле (5) при различных m

| m | t | | | | | | | |
|-----|--------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| | 1 | 2 | 4 | 10 | 20 | 40 | 100 | 500 |
| 1 | 1,924 | 2,479 | 3,644 | 8,185 | 17,96 | 42,75 | 142,5 | 1247 |
| | 1,473 | 2,015 | 3,141 | 7,357 | 16,41 | 39,42 | 132,2 | 1161 |
| 2 | 1,917 | 2,426 | 3,682 | 8,078 | 17,09 | 39,57 | 129,3 | 1119 |
| | 1,498 | 1,987 | 3,142 | 7,343 | 16,15 | 38,34 | 127,5 | 1113 |
| 3 | -4,283 | 2,307 | 3,693 | 8,079 | 17,10 | 39,65 | 130,0 | 1128 |
| | +0,119 | 1,476 | 3,160 | 7,344 | 16,15 | 38,44 | 128,4 | 1127 |
| 4 | -2,354 | 6,206 | 3,711 | 8,079 | 17,09 | 39,71 | 131,3 | 1152 |
| | -1,542 | -31,43 | 3,419 | 7,345 | 16,15 | 38,48 | 129,7 | 1153 |

о независимости функции $B_E(t)$ от геометрии источника.

Вычисления проведены на машинах М-220М и БЭСМ-6 Института прикладной математики Тбилисского государственного университета при участии и поддержке Р. К. Перадзе, К. Н. Самсония и Э. Н. Кишани, которым авторы выражают глубокую благодарность.

Поступило в Редакцию 22/XI 1971 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Гольдштейн. Основы защиты реакторов. М., Госатомиздат, 1961.
2. У. Фано, Л. Спенсер, М. Бергер. Перенос γ -излучения. М., Госатомиздат, 1963.
3. О. И. Лейпунский, Б. В. Новожилов, В. Н. Сахаров. Распространение γ -квантов в веществе. М., Физматгиз, 1960.
4. L. V. Spencer, U. Fano. J. Res. Nat. Bur. Standards, 46, 446 (1951).

Получение и ускорение многозарядных ионов фосфора и цинка

А. С. ПАСЮК, Ю. П. ТРЕТЬЯКОВ, Б. А. ЗАГЕР

УДК 621.3.038.612:621.3.038.628

Для проведения экспериментов по синтезу далеких трансураниевых элементов и для решения других задач физики были разработаны ионные источники, позволяющие использовать рабочее вещество в твердой фазе. В Лаборатории ядерных реакций ОИЯИ опробовано несколько способов подачи твердых рабочих веществ в плазменные ионные источники: испарение вещества из тигля с внешним нагревателем [1], катодное распыление вещества [2], испарение вещества электронным лучом [3]. Наибольшие токи десятизарядных ионов цинка и девятизарядных ионов фосфора, которые нужны для синтеза элементов 107 и 125, получены на установке, использующей отражательный дуговой источник подачи рабочего вещества испарением из тигля [4]. В конструкции и схему питания источника были внесены некоторые усовершенствования.

Анализ данных работы [4] показал, что интенсивность токов различных многозарядных ионов в зависимости от концентрации нейтральных частиц n в разрядной камере (в наших условиях n пропорционально

количеству поступающего в разряд газа Q) можно описать выражением

$$I = ae^{-bn},$$

где a и b — постоянные, зависящие от ионизирующегося вещества и заряда иона. В свою очередь, поток пара в газоразрядную камеру Q пропорционален давлению пара в тигле p , которое связано с температурой T рабочего вещества соотношением

$$\log p = A - \frac{B}{T},$$

где A и B — постоянные, зависящие от испаряемого вещества. Видно, что зависимость выхода многозарядных ионов от температуры тигля очень сильная. Отсюда вытекают два требования: а) стабилизация тока нагрева тигля; б) малая тепловая инерционность тигля.

Конструкция источника представлена на рис. 1. Основное конструктивное отличие от источника, описанного в работе [1], заключается в узле подачи рабочего вещества. Вместо внешней коаксиальной печи при-