

Математическая модель оптимизации структуры ядерной энергетики по минимуму потребности в ядерном топливе

В. Н. БОБОЛОВИЧ, Ю. И. КОРЯКИН

УДК 338.4:620.9

Наиболее правильным критерием оценки оптимальной структуры развивающейся ЯЭ должен быть экономический критерий в денежном выражении (например, величина приведенных затрат на развитие ЯЭ в течение прогнозируемого периода). Однако в связи с отсутствием единой денежной единицы и способа сопоставительного рассмотрения экономического эффекта, получаемого в разных странах при развитии ЯЭ в странах — членах СЭВ, оценка перспектив совместного развития ЯЭ на основе денежных выражений пока не представляется возможной. Оптимизация по натуральным показателям, наиболее важным из которых является расход природного топлива, может также представлять самостоятельный интерес для исследования развития ЯЭ в национальных масштабах в условиях дефицита природного урана.

В предлагаемой модели принято, что ЯЭ представляет собой подсистему топливно-энергетического хозяйства (общенергетической системы), которая налагает определенные условия на развитие ЯЭ, являющиеся для последней внешним ограничением. В течение всего прогнозируемого периода в каждом интервале времени действуют следующие ограничения, выражаемые в форме балансовых уравнений:

1. Баланс ежегодного ввода мощностей ЯЭ. Предполагается, что суммарная мощность ЯЭ в течение расчетного периода задается на основе условий комплексного рассмотрения всего топливно-энергетического баланса стран — членов СЭВ.

2. Баланс выработки электроэнергии, который также определяется условиями топливно-энергетического баланса стран — членов СЭВ.

3. Баланс плутония в системе ЯЭ. Это ограничение обусловлено внутренними особенностями ЯЭ. Предполагается, что весь плутоний, полученный в системе, используется в ней полностью (в реакторах), поступления плутония извне нет.

Таким образом, в общем виде задача ставится так: требуется минимизировать целевую функцию — величину расхода природного топлива в течение прогнозируемого периода при трех указанных выше ограничениях. Рассматривается развитие ЯЭ на трех и более типах реакторов. Независимые переменные — x_{it} , пред-

ставляющие собой величину ввода мощностей на реакторах i -го типа в год t , входят в целевую функцию и в уравнения. Коэффициенты при них не зависят от переменных.

Таким образом, в общем виде задача оптимизации структуры ЯЭ в течение длительного периода по расходу природного топлива представляет собой оптимизационную задачу линейного программирования и может быть решена соответствующими методами.

Вывод целевой функции, уравнений и коэффициентов. Вывод уравнений и коэффициентов при независимых переменных может быть проиллюстрирован на примере развития ЯЭ на трех типах реакторов: быстрые размножители, быстрые и тепловые конвертеры.

Целевая функция в общем виде записывается следующим образом:

$$\sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T G_{it}, \quad (1)$$

где G_{it} — годовая потребность в природном уране в реакторе i -го типа в год t ; I — расчетный прогнозируемый период, лет; T — число типов реакторов. В общем случае число независимых переменных равно произведению $I \cdot T$.

При трех типах реакторов целевая функция будет иметь вид

$$\begin{aligned} & a_{11}x_{11} + a_{21}x_{21} + a_{31}x_{31} + \sum_{t=2}^T (a_{1t}x_{1t} + a_{2t}x_{2t} + \\ & + a_{3t}x_{3t} + a_{4t} \cdot \sum_{\tau=1}^{t-1} x_{1\tau} + a_{5t} \cdot \sum_{\tau=1}^{t-1} x_{2\tau} + \\ & + a_{6t} \cdot \sum_{\tau=1}^{t-1} x_{3\tau}) \rightarrow \min. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь x_{1t} , x_{2t} , x_{3t} — независимые переменные, определяющие соответственно ежегодный ввод мощности ЯЭ (в млн. кВт) на реакторах первого типа — быстрых размножителях, реакторах второго типа — быстрых конвертерах, реакторах третьего типа — тепловых конвертерах — в год t ; a_{1t} , a_{2t} , a_{3t} — показатели, определяющие удельную загрузку природного урана [в т/млн.квт (эл.)] соответственно в быстрые

348428

размножители, быстрые и тепловые конвертеры в год t ($a_{1t} = 0$, так как расход обедненного или отвалного урана, загружаемого в быстрые размножители, здесь не рассматривается); a_{4t}, a_{5t}, a_{6t} — показатели, определяющие удельный расход природного урана (в $т/млн.квт.год$) на перегрузку соответственно быстрых размножителей, быстрых и тепловых конвертеров в год t ($a_{4t} = 0$ — по причинам, указанным выше, аналогично a_{1t}); коэффициенты a_1, \dots, a_6 можно выразить через параметры АЭС и топливного цикла следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= 0; \\ a_2 &= g_2^{x_{H2}}(1 + \delta g_2^{x_H}) \cdot \frac{x_{H2} - y}{c_0 - y}; \\ a_3 &= g_3^{x_{H3}}(1 + \delta g_3^{x_H}) \cdot \frac{x_{H3} - y}{c_0 - y}; \\ a_4 &= 0; \\ a_5 &= \frac{3,65 \cdot 10^5 \cdot \varphi_2}{\bar{B}_2 \cdot \eta_2} \cdot \left[\frac{x_{H2} - y}{c_0 - y} - A_2 \left(\frac{x_{K2} - y}{c_0 - y} \right) \right]; \\ a_6 &= \frac{3,65 \cdot 10^5 \cdot \varphi_3}{\bar{B}_3 \cdot \eta_3} \cdot \left[\frac{x_{H3} - y}{c_0 - y} - A_3 \left(\frac{x_{K3} - y}{c_0 - y} \right) \right]; \end{aligned} \right\} (3)$$

где $A_i = 1 - \varepsilon_U$; $g_2^{x_{H2}}, g_3^{x_{H3}}$ — загрузка урана начального обогащения x_H соответственно в быстрых и тепловых конвертеры, $т/млн.квт$; $\delta g_2^{x_H}, \delta g_3^{x_H}$ — запас свежего горючего на АЭС (в долях $g_2^{x_H}$ и $g_3^{x_H}$ соответственно); c_0 — содержание U^{235} в природном уране — 0,00714; x_{H2}, x_{H3} — начальное обогащение урана в быстрых и тепловых конвертерах соответственно в долях единицы; y — содержание U^{235} в отвале разделительного производства, в долях единицы; φ_2, φ_3 — средний коэффициент использования установленной мощности, в долях единицы для быстрых и тепловых конвертеров соответственно в год t ; \bar{B}_2, \bar{B}_3 — средняя глубина выгорания в быстрых и тепловых конвертерах соответственно в год t , $сутки/т$; η_2, η_3 — к.п.д. АЭС с быстрыми и тепловыми конвертерами соответственно в год t , в долях единицы; x_{K2}, x_{K3} — конечное обогащение урана в быстрых и тепловых конвертерах соответственно, в долях единицы; ε_U — потери урана во внешнем цикле, в долях единицы.

В том случае, если прогнозируемый период больше условного расчетного срока службы АЭС ($t_{cл}$), требуется ввести в целевую функцию условие замены отработавших АЭС новыми.

Тогда целевая функция будет

$$\begin{aligned} & a_{11}x_{11} + a_{21}x_{21} + a_{31}x_{31} + \sum_{t=2}^T \{ [a_{1t}x_{1t} + a_{2t}x_{2t} + \\ & + a_{3t}x_{3t}] + a_{4t} \sum_{\tau=1}^{t-1} x_{1\tau} + a_{5t} \sum_{\tau=1}^{t-1} x_{2\tau} + a_{6t} \sum_{\tau=1}^{t-1} x_{3\tau} \} + \\ & + \sum_{t=31}^T \{ [a_{1t}x_{1(t-t_{cл})} + a_{2t}x_{2(t-t_{cл})} + a_{3t}x_{3(t-t_{cл})}] + \\ & + a_{4t} \sum_{\tau=t_{cл}}^{t-1} x_{1(\tau-t_{cл})} + a_{5t} \sum_{\tau=t_{cл}}^{t-1} x_{2(\tau-t_{cл})} + \\ & + a_{6t} \sum_{\tau=t_{cл}}^{t-1} x_{3(\tau-t_{cл})} \} \rightarrow \min. \end{aligned} \quad (4)$$

Отметим, что коэффициенты a_{jt} не зависят от переменных x_{it} ; следовательно, целевая функция является линейной функцией независимых переменных x_{it} .

Ниже рассматриваются ограничительные условия, в которых будет развиваться ЯЭ. Уравнение баланса мощности имеет вид

$$x_{1t} + x_{2t} + x_{3t} = a_{7t}, \quad (5)$$

где a_{7t} (в $млн.квт/год$) = N_t — ежегодный ввод мощности всей ЯЭ в год. В этом случае, если $T > t_{cл}$,

$$a_{7t} = N_t - N_{t-t_{cл}}, \quad (6)$$

начиная с года $t > t_{cл}$, лет.

Второе уравнение определяет баланс плутония в системе ЯЭ. Предполагается, что весь плутоний, полученный в системе, используется в ней полностью; поступления плутония извне нет. Также принято, что плутоний применяется в качестве горючего лишь в быстрых размножителях.

Уравнение баланса плутония в год t :

1) расход плутония

$$a_{8t}x_{1t} + a_{9t} \sum_{\tau=0+1}^{t-\theta} x_{1\tau}. \quad (7)$$

Здесь a_8 — удельная загрузка делящегося плутония в размножителях (в $т/млн.квт$):

$$a_8 = g_{a.з} Z_H \quad (8)$$

($g_{a.з}$ — полная загрузка горючего в активную зону, $т/млн.квт$; Z_H — начальное содержание делящегося плутония в горючем, в долях единицы);

$$a_9 = \frac{3,65 \cdot 10^5 \varphi_1}{\bar{B}_1 \eta_1}, \quad (9)$$

где a_9 — удельный расход делящегося плутония на перегрузку размножителей, $т/млн.квт.год$; φ_1 — средний коэффициент использования ус-

тановленной мощности для размножителей, в долях единицы; \bar{B}_1 — средняя глубина выгорания горючего в активной зоне размножителей, $M_{ст}$ (т.)сутки/т; η_1 = к.п.д. АЭС с размножителем, в долях единицы;

2) поступление плутония

$$a_{10(t-\theta_1)} \sum_{\tau=\theta+1}^{t-\theta_1} x_{1\tau} + a_{11(t-\theta_2)} \sum_{\tau=1}^{t-\theta_2} x_{2\tau} + a_{12(t-\theta_3)} \sum_{\tau=1}^{t-\theta_3} x_{3\tau}. \quad (10)$$

В формулах (7) и (10) θ — время задержки горючего в цикле; $\theta_0 = |T_{к1}/\varphi_1|$, лет ($T_{к1}$ — длина кампании горючего в размножителях, лет); $\theta_1 = |T_{к1}/\varphi_1 + T_{п}|$, лет ($T_{п}$ — время внешнего топливного цикла, лет); $\theta_2 = |T_{к2}/\varphi_2 + T_{п}|$, лет ($T_{к2}$ — длина кампании горючего в быстрых конвертерах, лет); $\theta_3 = |T_{к3}/\varphi_3 + T_{п}|$ ($T_{к3}$ — длина кампании горючего в тепловых конвертерах, лет); a_{10} , a_{11} , a_{12} — накопление плутония в размножителях, быстрых и тепловых конвертерах соответственно (в т./млн.кет.год):

$$a_{10} = (1 - \varepsilon_{пу}) \frac{0,39 \cdot \varphi_1}{\eta_1} (KH_{а.з} + KH_{т.з} + KH_{б.з}) \quad (11)$$

($\varepsilon_{пу}$ — относительные потери плутония во внешнем цикле, в долях единицы; $KH_{а.з.т.б.з.}$ — коэффициент накопления делящегося плутония в активной зоне, торцовых и боковых экранах соответственно, в граммах плутония на грамм всех разделенных ядер);

$$\left. \begin{aligned} a_{11} &= (1 - \varepsilon_{пу}) \frac{0,39KH_2\varphi_2}{\eta_2}; \\ a_{12} &= (1 - \varepsilon_{пу}) \frac{0,39KH_3\varphi_3}{\eta_3}, \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

где коэффициент KH выражается в граммах деления плутония на грамм разделенных ядер, индексы 2 и 3 относятся соответственно к быстрым и тепловым конвертерам.

При принятых условиях, когда используется только плутоний, накопленный в системе, пока не появится плутоний из регенерата, т. е. $t \leq \theta = \min \{\theta_2, \theta_3\}$, $x_1 = 0$. В этом случае уравнение баланса плутония теряет смысл и может быть использовано лишь при $t > \theta$.

Таким образом, уравнение баланса плутония выглядит так:

$$a_{7t}x_{7t} + a_{8t} \sum_{\tau=\theta+1}^{t-\theta_0} x_{1\tau} - a_{9(t-\theta)} \sum_{\tau=\theta+1}^{t-\theta} x_{1\tau} -$$

$$- a_{10(t-\theta_2)} \sum_{\tau=1}^{t-\theta_2} x_{1\tau} - a_{11(t-\theta_3)} \sum_{\tau=1}^{t-\theta_3} x_{3\tau} = 0. \quad (13)$$

Уравнение баланса выработки электроэнергии выглядит следующим образом:

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{t=1}^T \varphi_{it} \sum_{\tau=1}^t x_{i\tau} = E_{ct}, \quad (14)$$

где φ_i выражается в ч/год; E_{ct} — суммарная выработка электроэнергии всеми АЭС, начиная с момента $t = 0$, млн. кет.ч/год.

Во всех уравнениях $a_{it} \geq 0$; $x_{it} \geq 0$; $a_{i0} = 0$; $x_{i0} = 0$. Коэффициенты a_{it} не зависят от переменных x_{it} , поэтому уравнения решаются как система трех линейных уравнений с тремя неизвестными.

Подстановка решения системы в целевую функцию дает величину расхода природного урана. Полученная в результате решения структура ЯЭ является оптимальной по расходу природного урана.

Следует несколько подробнее остановиться на выборе динамики изменения величин коэффициента использования мощности (φ_{it}) для реакторов различных типов. В модели предусмотрены различные способы определения этого коэффициента. Первый — φ_{it} задается на основе обработки и экстраполяции опыта эксплуатации тепловых электростанций; тогда φ_{it} не зависят от x_{it} и модель линейна. Второй — φ_{it} для размножителей принимается максимально возможным (конечно, учитываются требования энергосистемы), а для конвертеров он выбирается в самой модели в зависимости от структуры системы в предыдущие годы, причем разность между величинами φ_{it} задается. В этом случае наблюдается некоторое приближение, поскольку, строго говоря, φ_{it} зависит от x_{it} . Наконец, предусмотрен вариант, в котором для конвертеров различных типов задается несколько возможных режимов эксплуатации, а в модели выбирается оптимальная комбинация из заданных режимов с точки зрения минимума целевой функции. В этом случае модель также линейна.

В рассмотренной выше модели быстрые размножители вводятся в строй по мере накопления плутония в системе. Представляет, однако, большой практический интерес исследование модели, в которой размножители вводятся в массовом количестве, начиная с определенного года на плутонии, накопленном ранее в системе ЯЭ. Такое положение складывается в ЯЭ, поскольку ее развитие базируется почти

исключительно на тепловых реакторах, в то время как для отработки единичных экспериментальных и опытно-промышленных АЭС с быстрыми размножителями требуется длительное время. В течение такого времени массовый ввод мощных быстрых реакторов невозможен. Это дополнительное ограничение, налагаемое на развитие ЯЭ с учетом внутренних особенностей. Допустим, что быстрые размножители будут вводиться, начиная с некоторого времени (года) θ ($\theta + 1 < \theta < T$). До года ν естественно $x_1 = 0$. В этом случае мощность, которую можно ввести в год θ на быстрых размножителях, исходя из имеющегося запаса плутония, составит

$$x_{1\theta} = \sum_{t=\theta+1}^{\theta} \frac{a_{10}(t-\theta_2) \sum_{\tau=1}^{t-\theta_2} x_{2\tau} + a_{11}(t-\theta_3) \sum_{\tau=1}^{t-\theta_3} x_{3\tau}}{a_{8t}} \quad (15)$$

Если θ больше θ , $x_{1\theta}$ может превысить $a_{7\theta} = N_{\theta}$ — ввод мощностей всей ЯЭ в этот год. Тогда $x_{1\theta} = a_{1\theta}$, а $x_{2\theta} = x_{3\theta} = 0$, т. е. конвертеры в год θ в строй не вводятся.

Избыток плутония, образующийся в системе в этот год, должен быть использован на следующий год $\theta + 1$. Для года $\theta + 1$ решается обычная система уравнений, но к найденному из второго уравнения значению $x_{1(\theta+1)}$ добавляется величина $x_{1\theta} - a_{7\theta}$. Затем обычным способом отыскивается $x_{2(\theta+1)}$ и $x_{3(\theta+1)}$. Если величина $x_{1(\theta+1)} + x_{1\theta} - a_{7\theta}$ превысит $a_{7(\theta+1)}$, то избыток плутония используется в году $\theta + 2$ и т. д.

Если при решении обычной системы уравнений (вводе размножителей по мере накопления плутония в системе) в году t' $x_{1t'}$ превысит $N_{t'}$, то продельвается процедура, аналогичная описанной выше. Если число типов реакторов размножителей более трех, то в целевую функцию и в уравнения добавляются независимые переменные, входящие аналогично x_1 ; если же это конвертеры, то добавляют переменные, входящие аналогично x_2 и x_3 .

Был рассмотрен также случай, когда ЯЭ развивается на двух типах реакторов: быстром размножителе и тепловом или быстром конвертере. Здесь x_{1t} и x_{2t} определяются из уравнений баланса мощности и плутония, а уравнение баланса выработки электроэнергии служит для выбора φ_{2t} при заданных φ_{1t} и E_{ct} .

Учет разновременности потребности в природном уране. Изложенная выше математическая модель позволяет рассмотреть большое число вариантов возможного развития ЯЭ

в рамках СЭВ на основе определения потребности в исходном ядерном горючем. При этом очевидно, различные варианты могут отличаться не только интегральной, но и дифференциальной потребностью в природном уране.

В то же время известно, что для государства (или группы государств) безразлично, требуется ли данное количество природного урана в настоящее время или оно потребуется в будущем в какой-то момент времени. Другими словами, народнохозяйственная значимость потребности в каждой единице природного урана по годам прогнозируемого периода должна оцениваться с коэффициентом меньше 1 и с приведением этой потребности к началу или концу прогнозируемого периода. В таком случае при приведении интегральной потребности в природном уране к началу прогнозируемого периода целевая функция (1) может быть записана как

$$\sum_{i=1}^T \sum_{t=1}^T G_{it} (1 + \sigma_t^{pp})^{1-t}, \quad (16)$$

где σ_t^{pp} — норма учета разновременности потребности в уране по годам прогнозируемого периода. По предварительным соображениям, величина σ_t^{pp} будет определяться эффективностью использования природного урана в ЯЭ при условии оптимального ее развития (с точки зрения минимума расхода природного горючего).

Рассмотренная модель позволяет проверить влияние на структуру ЯЭ таких факторов, как коэффициент использования мощности, физические и теплотехнические характеристики реакторов и топливного цикла (глубина выгорания, воспроизводство вторичного горючего, к.п.д. времени задержки горючего в цикле, содержание U^{235} в отвале разделительного производства и др.). Учитывается необходимость замены отработавших АЭС.

Кроме того, в модели предусмотрена возможность складирования плутония, накопленного в системе, и ввода размножителей на этом плутонии, когда это будет целесообразно. Показана возможность выбора режимов эксплуатации АЭС. На выходе расчетной программы предусмотрено также получение ряда динамических показателей по расходам обогащенного горючего для разных типов реакторов, поступление отработавшего горючего на регенерацию и других показателей развивающейся ядерноэнергетической системы. Расчеты показали, что модель соответствует задачам нормативного и исследовательского прогнозирования.

Поступила в Редакцию 3/IV 1972 г.