меренного узкой полоской лавсана, обернутого вокруг твэла на середине его высоты. Аналогичные измерения с лавсаном особенно интересны для неоднородных решеток реактора.

Поступило в Редакцию 9/XI 1972 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Перелыгин В. П. и др. «Приборы и техника эксперимента», 1964, № 4, с. 78.
2. Debeauvais M. e.a. Rad. and Isotopes, 1964, v. 5, p. 289.
3. Капусцик А. и др. «Приборы и техника эксперимента», 1968, № 7, с. 43.
4. Fulmer C. Phys. Rev., 1957, v. 108, № 5, p. 1113.
5. Могильнер А. И. и др. «Атомная энергия», 1968, т. 24, вып. 1, с. 42.

Условия устойчивости стационарного режима связанных реакторов

БАБКИН Н. А., ГОРЯЧЕНКО В. Д.

УДК 621.039.516

В настоящей работе определяются достаточные условия устойчивости «в малом» для связки произвольного числа разных ядерных реакторов при весьма общих предположениях о виде нейтронного взаимодействия и внутренних обратных связях в каждом реакторе.

Исходим из теоремы Адамара [1], согласно которой детерминант $\Delta = \det(a_{ij})$ отличен от нуля, если

$$|a_{ii}| > \sum_{j\neq i}^{n} |a_{ij}|; \quad i=1, \ldots, n.$$

Рассмотрим детерминант $\Delta(s) = \det[\psi_{ij}(s)]$, где функции ψ_{ij} комплексного переменного s подчиняются неравенствам

$$|\psi_{ii}(s)| > \sum_{j\neq i}^{n} |\psi_{ij}(s)| \text{ при } \operatorname{Re} s \geqslant 0; \quad i=1, \ldots, n. \tag{1}$$

Согласно теореме, детерминант $\Delta(s)$ не может обращаться в нуль при $\operatorname{Re} s \geqslant 0$; следовательно, все корни уравнения

$$\Delta(s) = \det[\psi_{ij}(s)] = 0$$

имеют отрицательные действительные части.

Последнее уравнение можно рассматривать как характеристическое уравнение многомерной линеаризованной динамической системы с сосредоточенными параметрами, отклоняющимся аргументом или же распределенными параметрами. Функции $\psi_{ij}(s)$ — полиномы, квазиполиномы или же функции s более сложной природы соответственно.

Воспользуемся этим результатом для получения условий устойчивости стационарного режима связки реакторов. Ограничимся анализом устойчивости «в малом» и воспользуемся прежней [2] формой линеаризованных уравнений динамики связки

$$\frac{dx_i}{dt} = -\int_0^t f_i(t-\tau)\, x_i(\tau)\, d\tau + \int_0^t g_i(t-\tau)\, x_i(\tau)\, d\tau - \frac{\beta_i}{l_i} x_i + \sum_{j=1}^{M} \varkappa_{ij} \left[\int_0^t \varphi_{ij}(t-\tau)\, x_j(\tau)\, d\tau - x_i\right];$$

$$i=1, \ldots, M; \quad j\neq i. \tag{2}$$

Здесь x_i — относительное отклонение мощности i-го реактора от ее стационарного уровня; β_i и l_i — доля источников запаздывающих нейтронов и время жизни нейтронов в i-м реакторе. Ядра f_i и g_i описывают соответственно внутренние обратные связи и источники запаздывающих нейтронов в реакторе с номером i; $\varkappa_{ij}$ — положительная константа, пропорциональная коэффициенту нейтронной связи между реакторами с номерами i и j. Функция φ_{ij} описывает распределение (по времени) вероятности перехода нейтронов из j-го реактора в i-й реактор. Очевидно, что

$$\varphi_{ij}(t) \geqslant 0; \qquad \int_0^\infty \varphi_{ij}(t)\, dt = 1; \quad i, j = 1, \ldots, M. \tag{3}$$

Характеристическим уравнением системы (2) будет

$$D(s) = \begin{vmatrix} w_1(s) + \sum\limits_{j\neq 1}^{M} \varkappa_{1j} & -\varkappa_{12}\Phi_{12}(s) & \ldots & -\varkappa_{1M}\Phi_{1M}(s) \\ -\varkappa_{21}\Phi_{21}(s) & w_2(s) + \sum\limits_{j\neq 2}^{M} \varkappa_{2j} & \ldots & -\varkappa_{2M}\Phi_{2M}(s) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -\varkappa_{M1}\Phi_{M1}(s) & -\varkappa_{M2}\Phi_{M2}(s) & \ldots & w_M(s) + \sum\limits_{j=1}^{M-1} \varkappa_{Mj} \end{vmatrix} = 0, \tag{4}$$

где

$$w_i(s) = s + \frac{\beta_i}{l_i} + F_i(s) - G_i(s),$$

Φ_{ij}, F_i и G_i — преобразования по Лапласу функций φ_{ij}, f_i и g_i соответственно. При условиях (3) функции Φ_{ij} подчиняются неравенствам

$$|\Phi_{ij}(s)| \leqslant 1 \text{ при } \operatorname{Re} s \geqslant 0; \; i, j = 1, \ldots, M, \tag{5}$$

что легко устанавливается непосредственно из определения преобразования Лапласа.

Отметим, что при отсутствии взаимодействия реакторов (все $\varkappa_{ij}=0$) уравнение (4) распадается на M независимых уравнений

$$w_1(s)=0, \ldots, w_M(s)=0,$$

каждое из которых является характеристическим уравнением для отдельного реактора, изолированного от других реакторов связки.

Условия устойчивости связки реакторов сформулируем в виде следующего **утверждения.**

Нулевое решение системы (2), а следовательно, и стационарный режим связки реакторов асимптотически устойчив, если

$$\operatorname{Re} w_i(s) > 0 \quad \text{при} \quad \operatorname{Re} s \geqslant 0;\ i=1, \ldots, M. \tag{6}$$

Доказательство заключается в непосредственной проверке условий (1) при

$$\psi_{ii}=w_i(s)+\sum_{j=1}^{M}\varkappa_{ij};\ \psi_{ij}=-\varkappa_{ij}\Phi_{ij}(s);$$

$$i\neq j;\ i=1, \ldots, M.$$

Учитывая условия (5) и (6), имеем:

$$|\psi_{ii}|=\sqrt{\left[\operatorname{Re} w_i(s)+\sum_{j=1}^{M}\varkappa_{ij}\right]^2+[\operatorname{Im} w_i(s)]^2}>$$

$$>\sum_{j=1}^{M}\varkappa_{ij}\geqslant\sum_{j=1}^{M}\varkappa_{ij}|\Phi_{ij}(s)|=\sum_{j=1}^{M}|\psi_{ij}|;$$

$$i\neq j;\ i=1, \ldots, M.$$

Таким образом, неравенства (1) выполнены; следовательно, при условиях (6) уравнение (4) не имеет корней с $\operatorname{Re} s\geqslant 0$. Утверждение доказано *.

* В условиях (6) можно допустить знаки равенства, но оговорить отсутствие нулевых корней уравнения (4). Такая оговорка вполне естественна, так как при наличии нулевых корней используемая здесь теория устойчивости «в малом» неприменима.

Дадим характеристику полученных результатов.

1. Вывод о расположении корней уравнения $\det[\psi_{ij}(s)]=0$ в левой полуплоскости s [при выполнении условий (1)] является непосредственным обобщением достаточного условия устойчивости, полученного в работе [3] для линеаризованных систем с сосредоточенными параметрами [в работе [3] $\psi_{ij}(s)=a_{ij}=\text{const}$; $\psi_{ii}(s)=s+a_{ii}$; $a_{ii}=\text{const}$].

2. Условия устойчивости (6) — непосредственное обобщение работы [2], в которой иным способом получен аналогичный результат для частного случая двух связанных реакторов. Устойчивость связки произвольного числа разных реакторов в литературе не рассматривалась.

3. Условия устойчивости (6) получены для любых физических реализуемых значений коэффициентов связи $\varkappa_{ij}$ и любых законов нейтронного взаимодействия [удовлетворяющих естественным неравенствам (3)].

4. Критерий (6) является достаточным; он заключается в выполнении достаточных условий устойчивости для каждого из M реакторов, входящих в состав связки.

5. Критерий устойчивости не является чрезмерно жестким; он менее ограничителен, чем частотный критерий Велтона для отдельного реактора [2]. Проверка условий (6) проста: при некоторых оговорках она сводится к проверке частотного условия

$$\operatorname{Re} w_i(j\omega)>0 \text{ при всех } \omega\geqslant 0$$

для каждого реактора связки ($i=1, \ldots, M$).

Поступило в Редакцию 7/II 1973 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Пароди М.** Локализация характеристических чисел матриц и ее применение. М., Изд-во иностр. лит., 1960.
2. **Горяченко В. Д.** К устойчивости связанных ядерных реакторов.— «Атомная энергия», 1971, т. 30, вып. 4, с. 381.
3. **Добронравов В. В.** О построении достаточных критериев устойчивости.— «Автоматика и телемеханика», 1956, т. 17, № 3, с. 211—216.

О роли коэффициента аккомодации в контактном теплообмене

ХАРИТОНОВ В. В., КОКОРЕВ Л. С., ДЕЛЬВИН Н. Н.

УДК 621.039.517.5

Простейшая оценка термической проводимости α через слой δ показывает, что величина α прямо пропорциональна теплопроводности λ слоя

$$\alpha=\lambda/\delta. \tag{1}$$

Однако на основании проанализированных в работе [1] результатов стендовых и внутриреакторных экспериментов был сделан неожиданный на первый взгляд вывод: проводимость зазора между горючим и оболочкой в твэлах не зависит от состава газовой среды, находящейся в оболочке. Оказывается неоправданным и предположение об ухудшении рабочих характеристик вследствие изменения состава газа при работе твэлов [1].

Мы попытаемся объяснить эти результаты особенностями взаимодействия газа со стенками зазора.

Длина температурного скачка на границе газ — твердое тело [2] составляет величину порядка

$$\delta_\text{т}\approx l/\xi, \tag{2}$$

где l — длина свободного пробега молекул газа; ξ — коэффициент аккомодации, характеризующий среднюю долю энергии, обмениваемой за одно столкновение между газом и твердым телом на их границе. Так, для гелия при нормальном давлении и температуре 1000° С величина $l\approx 1$ *мкм*. Если $\xi=0{,}01$, то $\delta_\text{т}=0{,}1$ *мм*. Если $\delta_\text{т}$ превышает среднюю толщину газового зазора δ,