

при температуре 260—270° С, и возгорание не происходит. При бросании щелочного металла в предварительно нагретый на воздухе экспериментальный участок возгорание технического и чистого натрия происходит при температуре 390—400° С, а калия при 450—460° С. Возгорание наблюдалось через 40—60 сек после попадания металла в экспериментальный участок. При изменении размеров образцов натрия и калия от 5×5×5 до 30×30×30 мм температура их возгорания оставалась в указанных пределах.

Температура возгорания натрия и калия при нагревании в защитной среде аргона с последующей продувкой воздухом или техническим кислородом ГОСТ 5583—58 приведена в таблице.

Температура возгорания определялась методом последовательных приближений с интервалом температуры 5° С.

Вторичное возгорание натрия в воздухе, горение которого прекращено продувкой аргона, происходит при температуре 90—150° С. Таким образом, температура

вторичного возгорания натрия значительно ниже первичного возгорания.

По нашему мнению, температура возгорания уменьшается вследствие образования двуокиси натрия.

При сравнении температуры возгорания чистого натрия (ТУ 1604—50) и технического натрия (ГОСТ 3273—63), предварительно очищенного отстаиванием, разброс температуры возгорания для каждого из указанных выше вариантов сохранялся в одних и тех же пределах.

Поступило в Редакцию 16/II 1972 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Франк-Каменецкий Д. А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.: «Наука», 1967.
2. Хайкин Б. И., Бложенко В. Н., Мержанов А. Г. «Физика горения и взрыва», 1970, т. 6, № 4, с. 474.
3. Перри Дж. Справочник инженеров-химиков. Т. I. Л., «Химия», 1969.

Безытерационный метод решения сопряженных уравнений критического реактора

Б. П. КОЧУРОВ

УДК 621.039.51.134

При численной реализации оптимизационных алгоритмов итерационного типа [1] значительные затраты машинного времени на каждом шаге итераций приходится на поиск сопряженных функций, количество которых зависит от числа и типа ограничений задачи и может достигать нескольких десятков. При известном максимальном собственном числе основного (и сопряженного) уравнения можно отказаться от малоэкономичного метода групповой итерации источников и находить решение за один шаг прямой и обратной прогонки, если применить матричную факторизацию. На первый взгляд, вырожденность уравнения и обращение вектор-потока нейтронов на краю реактора в нуль не позволяют выполнить обратную прогонку, однако это затруднение вполне преодолимо.

Пусть

$$\tilde{L}\lambda \equiv \nabla D \nabla - S + \tilde{F}/\lambda$$

дифференциальное выражение G -групповой диффузионной задачи, где $L\lambda$ — его конечно-разностное представление (обозначаемое без тильды) для некоторого фиксированного разбиения реактора; матрицы D , S , F определяют соответственно диффузию, захват с рассеянием и размножение нейтронов, а λ и N_0 — максимальное собственное число и дискретный собственный G -вектор-поток задачи

$$L\lambda N_0 = 0; \varphi_0(N_0) = 0; N_0, K = 0. \quad (1)$$

Здесь функционал φ_0 определяет граничное условие на левой границе или в центре реактора, и K -я точка разбиения находится точно на краю реактора, где поток обращается в нуль. При заданном разбиении введем скалярное произведение, в соответствии с которым определяем сопряженную к (1) задачу (знак $+$ у S и F означает транспонирование).

$$L\lambda^+ \equiv \nabla D \nabla - S^+ + F^+/\lambda; L\lambda^+ N_0^+ = 0; \varphi_0(N_0^+) = 0; \quad (2)$$

$$N_0^+, K = 0.$$

Значения N_0 , N_0^+ и λ могут быть найдены итерационным методом матричной факторизации с использованием приведенных ниже формул (6)–(8), где G_k зависит от S или S^+ , а B_k — от $FN_0^{(m)}$ или $F^+N_0^{+(m)}$, каждый шаг которого соответствует обращению операторов $P \equiv -\nabla D \nabla + S$, $P^+ \equiv -\nabla D \nabla + S^+$ (с соответствующими граничными условиями):

$$N_0^{(m+1)} = P^{-1}FN_0^{(m)}, N_0^{+(m+1)} = (P^+)^{-1}F^+N_0^{+(m)}. \quad (3)$$

Здесь N_0 и N_0^+ — собственные функции операторов $A \equiv P^{-1}F$ и $A^+ \equiv (P^+)^{-1}F^+$, а λ — их максимальное собственное число. Очевидно, что сопряженным к A является не совпадающий с A^+ оператор $A^+ = F^+(P^+)^{-1} = F^+(P^+)^{-1}$, а сопряженной к N_0 функцией $F^+N_0^+$. Поэтому определением (см. [2]), обеспечивающим второй порядок малости ошибки в λ по ошибкам в N_0 , N_0^+ и тем самым быструю сходимость последовательностей $\lambda^{(m)}$ и $\lambda^{+(m)}$ ($\lim \lambda^{(m)} = \lim \lambda^{+(m)}$ при $m \rightarrow \infty$), служит совокупность соотношений

$$\lambda^{(m+1)} = \frac{\langle F^+N_0^{+(m)}, N_0^{(m+1)} \rangle}{\langle F^+N_0^{+(m)}, N_0^{(m)} \rangle}; \lambda^{+(m+1)} = \frac{\langle F^+N_0^{+(m+1)}, N_0^{(m+1)} \rangle}{\langle F^+N_0^{+(m)}, N_0^{(m+1)} \rangle}. \quad (4)$$

Пусть в результате решения задач (1) и (2) методом (3), (4), обозначаемым I, известны λ и N_0 и требуется найти решения однородной N_0^+ при $Q^\perp = 0$ (излагаемый ниже метод вычисления N_0^+ обозначим II) и неоднородной N^+ сопряженных задач:

$$L\lambda^+ N^+ = -Q^\perp; \varphi_0(N^+) = 0; N_K^+ = 0. \quad (5)$$

Решение N^+ , определенное с точностью до N_0^+ , существует, если только вектор-функция Q^\perp ортогональна

к N_0 , т. е. в качестве Q^\perp рассматривается функция вида (проекция Q в направлении Φ на гиперплоскость, ортогональную N_0):

$$Q^\perp = Q - \frac{\langle N_0, Q \rangle}{\langle N_0, \Phi \rangle} \Phi.$$

Запишем (5) более подробно

$$A_k N_{k-1}^+ + C_k N_{k+1}^+ - G_k^\lambda N_k^+ = -B_k; \quad (k=1, \dots, K-1), \quad (6)$$

где A_k и C_k зависят от D ; G_k^λ от D и $S^+ - F^+/\lambda$ и B_k от Q^\perp . Полагая

$$N_k^+ = W_k + V_k N_{k+1}^+ \quad (7)$$

и учитывая (6), получаем рекуррентные формулы прямой прогонки для $G \times G$ -матриц V_k и G -векторов W_k :

$$\begin{aligned} V_k &= (G_k^\lambda - A_k V_{k-1})^{-1} C_k; \\ W_k &= V_k C_{k-1}^{-1} (A_k W_{k-1} + B_k), \end{aligned} \quad (8)$$

где начальные значения V_0 и W_0 определяются видом Φ_0 в (1). Решение N_k^+ , строго положительное при $k < K$, должно удовлетворять соотношениям (7) и (8) (при $B_k = 0$; $W_k = 0$), поэтому матрицы V_k и V_{k-1}^{-1} должны быть невырожденными при $k < K - 1$. Однако

$$N_{0, K}^+ = V_{K-1}^{-1} N_{0, K-1}^+ = 0.$$

Это означает, что матрица $U \equiv V_{K-1}^{-1}$ вырождена, а $F \equiv N_{0, K-1}^+$ — ее собственный вектор, соответствующий нулевому собственному значению, причем единственный, так как положительное решение N^+ единственно. Из разрешимости уравнения (5) при $Q^\perp \neq 0$ следует, что вектор $Z \equiv UW_{K-1}$ ортогонален вектору u : $U^+ Y = 0$. На самом деле, чтобы обеспечить разрешимость (5) при $Q^\perp = 0$ и при $Q^\perp \neq 0$, в качестве F следует взять собственный вектор матрицы $U_\varepsilon = U - \varepsilon$, где ε — минимальное собственное число матрицы U :

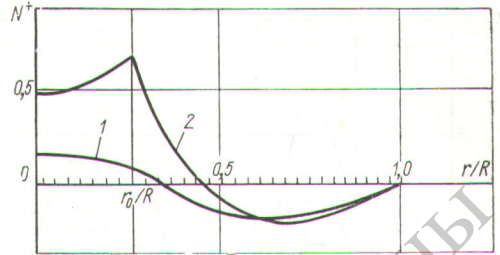
$$U_\varepsilon F = 0, \quad (9)$$

а вместо Z взять вектор Z_1 :

$$\begin{aligned} Z_1 &= Z - \frac{(Y_\varepsilon, Z)}{(Y_\varepsilon, Y_\varepsilon)} Y_\varepsilon; \quad U_\varepsilon^+ Y_\varepsilon = 0; \\ U_\varepsilon N_{K-1}^+ &= Z_1. \end{aligned} \quad (10)$$

Отличие ε от нуля обусловлено неточностью λ или, если λ получено с машинной точностью, округлениями при преобразованиях (8). Точность определения множителя $\langle N_0, Q \rangle / \langle N_0, \Phi \rangle$ у Q^\perp в (5) зависит от точности определения N_0 . Можно показать (учитывая, что N^+ допускает неоднозначность и предполагаемая дискретность спектра операторов A и A^+), что точность N^+ имеет такой же порядок, как и точность N_0 . Переход $U \rightarrow U_\varepsilon$ и $Z \rightarrow Z_1$ означает некоторое переопределение оператора L_λ^+ , обусловленное неточностью λ , и источника Q^\perp , обусловленное неточностью N_0 .

Таким образом, при известных λ и N_0 решения N_0^+ и N^+ могут быть найдены за один шаг матричной прогонки по схеме: прямая прогонка (8), определение ε и F в (9) и векторов Z_1 и N_{K-1}^+ в (10). Обратная прогонка (7), начинающаяся с вектора F , при $W_k = 0$ и обратная прогонка, начинающаяся с N_{K-1}^+ , при W_k , определенных из (8), дает соответственно N_0^+ и N^+ .



Р и с. 1. Функция Грина (11), полученная по программе БАРСУК для двухгруппового уравнения:

1 — первая группа; 2 — вторая группа.

На основании изложенного составлена программа БАРСУК на языке ФОРТРАН для машины БЭСМ-6, предназначенная для расчетов цилиндрических или плоских реакторов с произвольным числом зон и при произвольном числе групп $G \leq 4-5$. На рис. 1 приведена полученная по программе БАРСУК функция Грина двухгруппового уравнения

$$\begin{aligned} (\nabla^2 - S + F^+/\lambda) N^+ &= - \left(\begin{matrix} 0 \\ 1 \end{matrix} \right) \delta(r-r_0)/r_0 + \\ &+ \frac{N_0^{-2} \text{rp}(r_0)}{\langle N_0, N_0 \rangle} N_0, \end{aligned}$$

имеющая следующий аналитический вид (с точностью до N_0^+):

$$N^+ = \begin{cases} \varphi(r) + I_0 (\bar{K}_0 - \bar{I}_0 \bar{K} / \bar{I}_0) (1 - \gamma_2/\gamma_1)^{-1} \begin{pmatrix} \gamma_2 \\ 1 \end{pmatrix}, & r < r_0; \\ \varphi(r) + (\bar{\mathcal{J}}_0 Y_0 - \bar{Y}_0 \bar{\mathcal{J}}_0) \frac{\pi}{2} (\gamma_1/\gamma_2 - 1)^{-1} \begin{pmatrix} \gamma_1 \\ 1 \end{pmatrix} + \\ + (K_0 - I_0 \bar{K} / \bar{I}_0) \bar{I}_0 (1 - \gamma_2/\gamma_1)^{-1} \begin{pmatrix} \gamma_2 \\ 1 \end{pmatrix}, & r > r_0; \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \varphi(r) &= (1 - \gamma_1/\gamma_2)^{-1} \left[r \mathcal{J}_1 \bar{\mathcal{J}}_0 / R_2^2 \bar{\mathcal{J}}_1^2 \begin{pmatrix} \gamma_1 \\ 1 \end{pmatrix} + \right. \\ &+ \left. \frac{2(1 + \gamma_1 \gamma_2)}{s_{21}(\gamma_2 + \gamma_2^{-1})} \mathcal{J}_0 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right], \end{aligned}$$

где $\gamma_1 = -s_{21}(1 + s_{11})^{-1}$; $\gamma_2 = (1 + s_{11})s_{12}^{-1}$; $\beta^2 = 1 + s_{11} + s_{22}$; $\mathcal{J}_0(R) = 0$; функции Бесселя \mathcal{J}_0 , \mathcal{J}_1 и Y_0 зависят от r , а I_0 и K_0 — от βr ; черта означает, что $r = r_0$, а тильда — $r = R$. В данном случае $r_0 = 0,633$

$$\begin{aligned} S &= \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}; \quad F = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad N_0 = \mathcal{J}_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}; \\ N_0^+ &= \mathcal{J}_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

На рис. 2 приведен пример N_0^+ и функции Грина, полученные в результате трехгруппового расчета пятизонного цилиндрического реактора средних размеров (с уткой 4%), а в таблице — зависимость максимальных погрешностей в N_0^+ (I), N_0^+ (II) и N^+ (по отношению к N_0^+ (II) и N^+ при $m = 45$) от числа итераций m метода I. Из таблицы видно, что N^+ имеет поря-

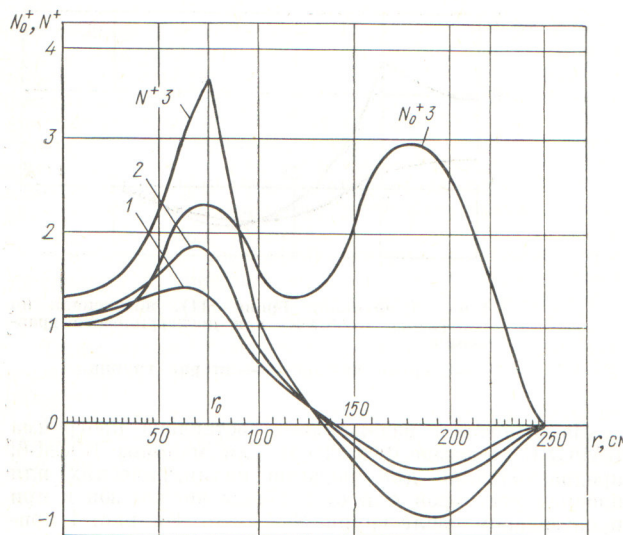


Рис. 2. Третья (тепловая) компонента N_0^+ и трехгрупповая функция Грина в пятизонном цилиндрическом реакторе, полученные за один шаг матричной прогонки по программе БАРСУК: 1 — первая группа; 2 — вторая группа; 3 — третья группа.

док точности N_0^+ (I), N_0 (I); точность N_0^+ (II) выше точности N_0^+ (I). Последнее объясняется тем, что N_0^+ (II)

Зависимость погрешностей в λ , N_0^+ и N^+ от числа итераций метода I

Погрешности	Число итераций, m			
	12	25	35	45
λ	$2 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-7}$	$3 \cdot 10^{-10}$	0
N_0^+ (I)	$3 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-5}$
N_0^+ (II)	$2 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-5}$	0
N^+	$1 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-4}$	0

определяется при λ , вычисленном с большей точностью, чем N_0^+ (I). Поэтому расчет по методу II можно рассматривать и как способ ускорения сходимости итерационного решения I, и его целесообразно делать также по отношению к N_0 для получения большей точности в N^+ .

Поступило в Редакцию 18/V 1972 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хромов В. В. и др. В сб.: Физика ядерных реакторов. Вып. 2. М., Атомиздат, 1970, с. 3.
2. Усачев Л. Н. I Женевская конференция (1955 г.). Реакторостроение и теория реакторов. М., Изд-во АН СССР, 1955, с. 251.

Опробование макета гамма-спектрометра с германиевым полупроводниковым детектором для радиометрии скважин

Г. А. НЕДОСТУП, Ф. Н. ПРОКОФЬЕВ

УДК 539.1.55:550.83

В настоящее время обращается большое внимание на применение германиевых полупроводниковых детекторов (ППД) для решения ряда геолого-геофизических задач и в первую очередь для анализа элементного состава изучаемых горных пород. Однако до сих пор ППД не используются для измерений в скважинах. Это связано прежде всего со сложностью разработки криогенной системы, поддерживающей ППД при температуре жидкого азота (78°K) в замкнутом объеме датчика в течение длительного времени (6—8 ч). В работах [1, 2] этот вопрос предлагается решить путем использования обычных дюваров с жидким азотом, испаряющимся либо в полость сухой скважины, либо на поверхность по специальному длинному шлангу. Ниже приводится краткая информация о макете скважинного γ -спектрометра с ППД для измерений в глубинах (до 3 км и более) скважинах и о первых результатах его опробования.

Во ВНИИЯГГ была изготовлена специальная криогенная система, в которой ППД охлаждается твердым азотом, получаемым из его жидкой фазы за счет адиабатического замораживания до спуска прибора в скважину.

Конструкция криогенного устройства (рис. 1) представляет собой собственно криогенную систему и съем-

ную камеру с размещенным в ней германиевым ППД. Такая конструкция позволяет при транспортировке и хранении помещать камеру с ППД в стандартный сосуд АСД-15.

Собственно криогенная система состоит из внешнего цилиндрического кожуха и внутреннего сосуда, защищенного вакуумной изоляцией. При установке камеры с ППД в криогенную систему внутренняя полость, заполненная азотом, герметизируется уплотняющей прокладкой и прижимной гайкой. Азот отвердевает после откачки его паров через вентиль и канал.

Наружный диаметр криогенной системы с детектором 85 мм, длина 1500 мм. Как показали испытания, подготовительные операции по адиабатическому замораживанию азота в криогенной системе длятся 1,5—2 ч и обеспечивают отверждение 3—4 л азота, что позволяет провести исследования в течение 5—7 ч.

Предварительно усиленные сигналы с ППД по каротажному кабелю поступают на поверхность, где и анализируются. При таком способе существенно упрощается электронная схема скважинного прибора и с достаточной для оценочных экспериментов точностью обеспечивается регистрация спектров при интегральных нагрузках $(2-3) \cdot 10^3 \text{ сек}^{-1}$ и применении каротажного кабеля КТБ-6 длиной 2—3 км. Собственное