

Определение взаимозависимости различных характеристик реактора с помощью факторного анализа

Г. Б. УСЫНИН, А. А. СЕННИКОВ

УДК 621.039.526

При математической оптимизации реактора с большим числом независимых переменных приходится многократно определять физические характеристики, необходимые для вычисления функции качества. Обычно для этой цели проводится многогрупповой нейтронно-физический расчет, занимающий много машинного времени, что существенно ограничивает возможности оптимизации. Некоторый выигрыш во времени дает использование упрощенных способов расчета баланса нейтронов, но при этом снижается точность. Возможен другой путь: с помощью точных методик (программ расчета) построить математические модели, описывающие взаимозависимость различных характеристик и параметров, а затем использовать их в оптимизационном комплексе.

Критическая масса делящегося материала, коэффициенты воспроизводства, распределение тепловыделения по зонам и др. — наиболее важные физические характеристики реактора. Существенным образом все они зависят от сравнительно небольшого числа факторов, которые обычно легко перечислить, обладая достаточным опытом инженерных расчетов. Кроме того, на первом этапе расчета можно устранить второстепенные факторы, слабо влияющие на исследуемую характеристику.

Нахождение характеристики y , зависящей от совокупности факторов $\{x_i\}$, с помощью нейтронно-физического расчета можно рассматривать как некоторый эксперимент и попытаться описать зависимость $y(x)$ определенной поверхностью отклика после небольшого числа таких экспериментов.

Допустив, что число факторов равно K , запишем уравнение поверхности отклика в виде ряда:

$$y(x) = \beta_0 + \sum_{i=1}^K \beta_i x_i + \sum_{i < j}^K \beta_{ij} x_i x_j, \quad (1)$$

где нормализованные переменные x_i выражаются через X_i с помощью соотношений [1]:

$$x_i = \frac{X_i - \bar{X}_i}{S_i}; \quad \bar{X}_i = \frac{\sum_{u=1}^N X_{iu}}{N};$$

$$S_i = \left(\frac{\sum_{u=1}^N (X_{iu} - \bar{X}_i)^2}{N} \right)^{1/2}; \quad -1 \leq x_i \leq 1.$$

Здесь X_{iu} — значение i -й переменной в u -м эксперименте, а N — число таких экспериментов.

План, по которому должны проводиться эксперименты, может быть записан в виде $N \times k$ -матрицы, состоящей из значений независимых переменных x_i в каждом опыте (такая матрица называется матрицей планирования). Введя фиктивную переменную $x_0 = 1$, а также обозначив

$$x_{K+1} = x_1^2; \quad x_{K+2} = x_2^2; \quad \dots \quad x_{2K+1} = x_1 x_2, \dots,$$

можно переписать (1) в виде

$$y(x) = \sum_{i=0} \beta'_i x_i, \quad (1a)$$

причем $\beta'_0 = \beta_0$; $\beta'_1 = \beta_1$ и т. д. Матрица \hat{x} , составленная из значений этих переменных во всех N экспериментах, целиком включает в себя матрицу планирования. Оценки b_i коэффициентов β'_i , составляющие вектор \mathbf{B} , могут быть получены из соотношения [1]:

$$\mathbf{B} = (\hat{x}^* \hat{x})^{-1} \hat{x}^* \mathbf{Y}, \quad (2)$$

где \hat{x}^* — транспонированная матрица. Компоненты вектора \mathbf{Y} — наблюдаемые в экспериментах значения характеристики y . Достижения в области теории эксперимента [2] позволяют выбрать (или построить) линейные планы и планы второго порядка, обладающие рядом оптимальных свойств (ортогональностью, ротатабельностью, минимальной дисперсией оценок коэффициентов β_i и др.). Ортогональные планы, например, позволяют сразу же отбрасывать те факторы, при которых коэффициенты оказались незначимыми.

Исследовалась зависимость некоторых характеристик быстрых реакторов от объемной доли топлива, уплотнения и объема активной зоны. Предполагалось, что изменение независимых переменных ограничено поверхностью куба:

$$\mathbf{X}_{\min} \leq \mathbf{X} \leq \mathbf{X}_{\max}.$$

Граничные значения \mathbf{X}_{\min} и \mathbf{X}_{\max} представлены в табл. 1. Дополнительно сделаны следующие

Область изменения переменных

Таблица 1

Название переменной	Объемная доля топлива ϵ_T	Уплотнение активной зоны $\beta = D_{a.3}/H_{a.3}$	Объем активной зоны $V_{a.3}, \text{м}^3$
Максимальное значение	0,5	4	9,55
Минимальное значение	0,3	1,5	5,2

щие предположения: эффективная плотность топлива равна 80% теоретической; поле тепловыделения выравнивается с помощью двух зон разного обогащения, диаметр центральной зоны равен $0,72D_{a.3}$, отношение концентрации плутония в двух зонах 1,30; объемные доли окиси стали и натрия в торцовых экранах такие же, как в активной зоне, причем доля стали вдвое меньше доли натрия. Состав бокового экрана такой же, как в реакторе БН-350 [3]. Толщина экранов принималась бесконечной. Нейтронно-физический расчет проводился по двумерной программе 18RZ-4 [4], а для решения уравнения (2) была составлена специальная программа. На первом этапе расчетов реализованы линейные насыщенные симплекс-планы [4] с перечисленными выше свойствами, причем каждый план содержит всего 4 эксперимента. Линейное приближение можно сделать заведомо более приемлемым, если правильно выбрать вид независимых переменных.

При исследовании критической массы вместо объема активной зоны $V_{a.3}$, по-видимому, более выгодно использовать $V_{a.3}^{2/3}$, поскольку по теории подобия она должна быть примерно про-

порциональна квадрату характерного размера реактора. В табл. 2 и 3 представлены результаты двух серий расчетов. Во второй серии в отличие от первой вместо $X_2 = \beta$ использована переменная $X_2 = \frac{2}{2+\beta}$, равная отношению боковой поверхности к полной поверхности активной зоны. В качестве примера приведем значения $M_{кр}$ для первой серии в точках, где проводился эксперимент. Они равны соответственно 3507, 3307, 2063, 3009. Для проверки адекватности линейного приближения в каждой серии был поставлен дополнительный эксперимент в центре гиперкуба. Величина $\Delta = [y(0) - b_0]/y(0)$ может служить оценкой вклада, даваемого нелинейными членами в уравнение поверхности отклика.

Обозначим: K_B, K_{B_a}, K_{B_b} — коэффициенты воспроизводства (полный, активной зоны и бокового экрана); K_T, K_b — доля мощности, выделяемой в торцовых и боковом экранах; $M_{кр}$ — критическая масса плутония, кг. Из сравнения табл. 2 и 3 ясно, что при вычислении характеристик, определяемых утечкой нейтронов из активной зоны, целесообразнее использовать вторую серию независимых переменных.

По величине коэффициентов перед нормализованными переменными можно судить о степени влияния того или иного фактора на характеристику. Например, полный K_B определяется главным образом ϵ_T , а изменение объема реактора и уплотнения сказывается заметно слабее (коэффициент перед x_i по абсолютному значению в несколько раз больше, чем коэффициенты перед x_2 и x_3). Напротив, $M_{кр}$ зависит главным образом от объема активной зоны.

Две серии расчетов независимы друг от друга, но приводят к качественно одинаковым результатам и не очень сильно отличаются количественно. Линейное приближение поверхности

Результаты расчетов по линейному насыщенному плану

Таблица 2

$X_1 = \epsilon_T; X_2 = \beta; X_3 = V_{a.3}^{2/3}$

Характеристика	$M_{кр}$	K_B	K_{B_a}	K_{B_b}	K_b	K_T
b_0	2685	1,375	0,852	0,288	0,0460	0,0335
b_1	149	0,105	0,183	-0,015	-0,0063	-0,0114
b_2	100	0,004	-0,014	-0,043	-0,0090	0,0072
b_3	573	-0,035	0,077	-0,023	-0,0025	-0,0105
$y(0)$	2786	1,397	0,828	0,263	0,035	0,042
$\Delta, \%$	3,6	1,6	-2,8	-9,5	-31,4	12,5

Результаты расчетов по линейному насыщенному плану

Таблица 3

$X_1 = \epsilon_T; X_2 = \frac{2}{2+\beta}; X_3 = V_{a.3}^{2/3}$

Характеристика	$M_{кр}$	K_B	K_{B_a}	K_{B_b}	K_b	K_T
b_0	2831	1,292	0,708	0,298	0,0414	0,0392
b_1	350	0,140	0,162	-0,028	-0,0049	-0,0021
b_2	-78	-0,025	0,056	0,051	0,0070	-0,0175
b_3	823	-0,025	0,049	-0,039	-0,0055	-0,0049
$y(0)$	2743	1,295	0,747	0,281	0,0393	0,0362
$\Delta, \%$	-3,3	0,2	5,2	-6,1	-5,3	-7,6

Коэффициенты уравнения поверхности отклика второго порядка

Таблица 4

$X_1 = \epsilon_T; X_2 = \beta; X_3 = V_{a.з}^{2/3}$

Характеристика	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1^2	x_2^2	x_3^2	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$\sigma, \%$
$M_{кр}$	2735,4	231,2	83,5	675,0	-11,4	44,6	33,5	-74,7	11,0	-50,7	1,5
$KВ$	1,408	0,126	0,010	-0,025	-0,043	-0,016	-0,025	-0,005	-0,006	-0,012	2,0
$KВ_a$	0,8626	0,1533	-0,0328	0,0539	-0,0384	-0,0412	-0,0333	0,0139	0,0205	0,0205	2,2
$KВ_б$	0,2632	-0,0196	-0,0606	-0,0304	-0,0046	0,0369	-0,0071	0,0083	0,0041	0,0066	6,1
$K_б$	0,0348	-0,0047	-0,0096	-0,0028	0,0013	0,0061	0,0015	0,0040	-0,00099	-0,00074	5,3
K_T	0,0399	-0,0023	0,0146	-0,0065	0,0010	-0,0014	0,00030	-0,0028	-0,0051	-0,0068	4,8

отклика, построенное всего по четырем точкам, позволяет получать для $M_{кр}$, $KВ$ и $KВ_a$, судя по величине Δ , удовлетворительные результаты. Величины $KВ_б$, $K_б$ и K_T описываются в этом приближении хуже. Увеличение порядка планирования уменьшает среднюю по исследуемой области дисперсию предсказываемых значений характеристик, приведенную к одному наблюдению.

Оказывается возможным [2], используя уже проделанные расчеты и рассчитав дополнительно еще 6 вариантов реактора, реализовать ортогональный план второго порядка и построить уравнение поверхности отклика, содержащее квадраты и парные произведения независимых переменных. Результаты этой серии расчетов представлены в табл. 4. На рисунке показана зависимость $KВ$ (ϵ_T, β) при фиксированном значении $V_{a.з}$. Поскольку в плане второго порядка число экспериментов больше числа

определяемых коэффициентов, избыточную информацию можно использовать для оценки дисперсии предсказываемых функционалов:

$$\sigma^2 = \frac{\sum [y_i - y(x_i)]^2}{N - m}, \quad (3)$$

где m — число коэффициентов (в данном случае $m = 10$).

При современном состоянии ядерно-физических констант погрешность расчетного определения критической массы плутония не менее 2—3%, а расчеты $KВ$ точны еще менее. Поэтому можно считать, что уравнение второго порядка достаточно хорошо описывает рассматриваемые характеристики и может быть использовано при математической оптимизации реактора.

Заметим, что увеличение числа факторов требует значительного увеличения объема вычислений. При $K = 4$ реализация плана, близкого к D -оптимальному (плану, который обеспечивает минимальный объем эллипсоида ошибок оценок коэффициентов в уравнении 1а), потребовала расчета 24 вариантов, а при $K = 6$ около 80 вариантов [1].

Поступила в Редакцию 12/VI 1972 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Горский В. Г., Бродский В. З. О симплекс-планах первого порядка и связанных с ними планах второго порядка. — В кн.: Новые идеи в планировании эксперимента. М., «Наука», 1969.
2. Налимов В. В. Теория эксперимента. М., «Наука», 1971.
3. Усынин Г. Б. «Атомная энергия», 1968, т. 25, вып. 6, с. 466.
4. Хромов В. В. и др. В кн.: Физика ядерных реакторов. М., Атомиздат, 1968, с. 159.

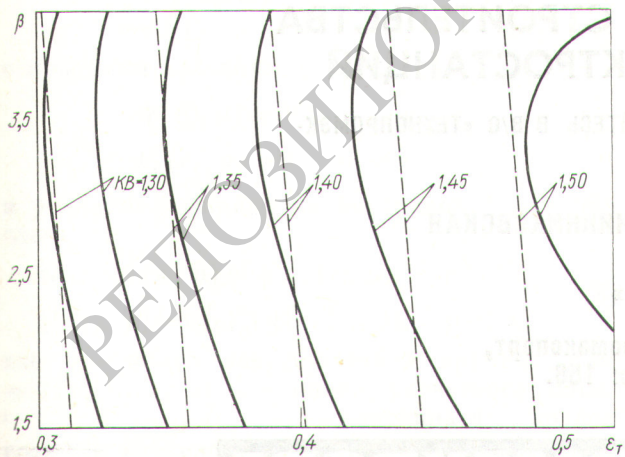


Рис. 1. Зависимость $KВ$ от ϵ_T и уплотнения при $V_{a.з} = 6 \text{ м}^3$. — — — — — линейное приближение; — — — — — приближение второго порядка.