

О ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФИГУРЕ ABSAMIKKU КЛИНОПИСНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ТЕКСТОВ

В клинописных списках коэффициентов несколько раз упоминается какая-то геометрическая фигура, названная в одних случаях по-аккадски *absamikku*, а в других по-шумерски *GĀN-ZĀ-MĪ* (поле *ZĀ-MĪ*) и *GĒŠŪ-ZĀ-MĪ* («ухо *ZĀ-MĪ*»), причем известно, что *ZĀ-MĪ* обозначает определенный музыкальный инструмент¹. На табличке YBC 5022² мы читаем: « $_{48} 53(2)20^3$ для поля *ZĀ-MĪ*. $_{50} 26'40$ для уха *ZĀ-MĪ*»; на табличке YBC 7243⁴: « $26'40$ для поля *ZĀ-MĪ*»; на табличке IM 52916 (Тель-Хармал)⁵: «*Absamikku* $26'15$ (ошибочно вместо $26'40$) [ее] коэффициент». ¹⁰ Продольная линия *absamikku*, 48 [ее] коэффициент]. ¹¹ Диагональ *absamikku*, $1'20$ [ее] коэффициент»; на табличке I (Сузы)⁶: « $26'40$, коэффициент для *absamikku*. $2'1'20$, диагональ для *absamikku*. $33'20$, поперечная линия для *absamikku*. $4'15$, коэффициент для *absamikku* для 3 ».

Первое геометрическое толкование фигуры *absamikku* было предложено О. Нейгебауером и А. Гетце. По мнению этих исследователей, речь идет о трапеции, составленной из прямоугольника со сторонами 48 и $1'20$ и прямоугольного треугольника со сторонами 48 , $1'4$ и $1'20$, построенного при помощи пифагоровых чисел 3 , 4 и 5 . Действительно, $48 = 3 \cdot 16$, $1'4 = 4 \cdot 16$ и $1'20 = 5 \cdot 16$. Итак, *absamikku*, согласно предложенному толкованию, является прямоугольной трапецией, имеющей основания $1'20$ и $1'5'20 = 1'4 + 1'20$, наклонную сторону — $1'20$, вертикальную — 48 , среднюю линию $33'20 = \frac{1}{2}(1'20 + 1'5'20)$ и площадь $26'40 = 33'20 \cdot 48$ ⁷ (см. рис. 1). Коэффициенты первых двух списков (YBC 5022 и YBC 7243) можно, таким образом, рассматривать как площадь этой трапеции ($26'40$) и удвоенную ее площадь ($53'20$), а коэффициенты последних двух (IM 52916 и I) как площадь, наклонную сторону ($1'20$), высоту (48) и среднюю линию ($33'20$).

Несмотря на все остроумие предложенного толкования, оно все же не может быть принято. Дело в том, что некоторые коэффициенты, относящиеся к *absamikku*, встречаются в задачах на квадратные уравнения, в которых упоминается еще «длина» фигуры; равная 1 . Так, в одной из этих задач, перевод которой опубликован Э. М. Брунсом, говорится, что сумма площади *absamikku*, «диагонали» и «длинны» равна $1'16'40$. Требуется найти длину. Решение задачи гласит: « $1'0'26'40$ раз $1'16'40$ составляет

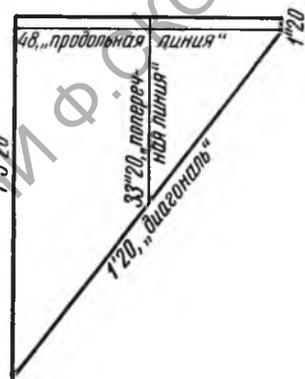


Рис. 1

¹ О термине *ZĀ-MĪ* см. В. Landsberger, ZAss, VIII (1934), стр. 155 сл.

² O. Neugebauer and A. Sachs, *Mathematical Cuneiform Texts*, New Haven, (далее: МСТ), 1945, стр. 135. Как этот, так и остальные тексты, на которые мы ссылаемся ниже, датируются концом первой трети II тыс. до н. э.

³ Поставленный сверху штрих отделяет друг от друга шестидесятиричные разряды: $53'20 = 53 \cdot 60 + 20 = 3200$. Но ту же самую клинописную запись $53'20$ можно прочесть и как $0'53'20 = \frac{53}{60} + \frac{20}{60} = \frac{8}{9}$, где поставленные сверху два штриха отделяют целую часть от шестидесятиричной дроби (в рассматриваемое время вавилоняне не применяли специального знака для поля).

⁴ Neugebauer and Sachs, МСТ, стр. 136.

⁵ A. Goetze, *A Mathematical Compendium from Tell-Harmal*, «Sumer», VII (1951), № 2, стр. 137.

⁶ E. M. Bruins, *Nouvelles découvertes sur les mathématiques Babyloniennes*, P., 1951, стр. 20 (нумерация строк наша. — А. В.).

⁷ Goetze, *Compendium*, стр. 138.

0''34'4'26'40. ²1, длина, и 1'20, диагональ, сложи, это 2''20. ³ Половина 2''20, это 1'10. ⁴ Квадрат 1'10, это 1''21'40. ⁵ 1''21'40 и 0''34'4'26'40 дают 1''55'44'26'40. ⁶ Корень квадратный (из 1''55'44'26'40), это 1''13'20. ⁷ Отними 1'10 от 1''13'20, это 0''13'20. ⁸ Обратная величина от 0''26'40, это 2''15. ⁹ Помножь 2''15 на 0''13'20, это 0''30. ¹⁰ 0''30, это длина ⁸. Записав то же самое в современной символике, получим:

$$x = \frac{1}{0''26'40} \left[\sqrt{\left(\frac{1+1''20}{2}\right)^2 + 0''26'40 \cdot 1''16'40} - \frac{1+1''20}{2} \right] = 0''30.$$

В табличке решено, таким образом, квадратное уравнение $0''26'40 x^2 + x + 1''20 = 1''16'40$, левая часть которого сформулирована текстом, как «сумма площади, длины и диагонали». Из этого следует, что площадью надо считать $0''26'40 x^2$, «диагональю» — $1''20x$ и «длиной» — x . В самом тексте, однако, для диагонали указано значение $1''20$ (стк. 2), а для «длины» — целых два значения, 1 (стк. 2) и $x = 0''30$ (стк. 10).

Для того чтобы разобраться в этой кажущейся путанице, необходимо учесть, что $0''26'40$ является коэффициентом площади *absamikku*, а $1''20$ — коэффициентом ее «диагонали». Ясно, что «длина» 1 относится к этой же фигуре, а «длина» $x = 0''30$ к другой фигуре *absamikku*, которая получается из первой путем умножения всех ее размеров на $0''30$.

Итак, смысл задачи состоит в следующем. Имеется некоторая геометрическая фигура, которая задана известными нам коэффициентами и «длиной» 1. Взяв вместо «длины» 1 «длину» $x = 0''30$, и умножив на последнюю величину соответствующие коэффициенты, мы получим новую фигуру, подобную первой. В этой новой фигуре «длина» должна быть равна x , «диагональ» — $1''20x$, и площадь — $0''26'40 x^2$. Приравняв сумму последних величин к $1''16'40$, мы как раз получим то квадратное уравнение, которое было сформулировано и решено в рассматриваемом тексте.

Необходимо отметить, что о наличии еще одного элемента фигуры *absamikku*, величина которого равна 1, можно было предположить а priori, до исследования указанной выше задачи. Дело в том, что числа, характеризующие эту фигуру, не только фиксируют размеры последней, но являются одновременно коэффициентами пропорциональности, т. е. выражают отношения различных величин *absamikku* к одной определенной величине, принятой в качестве единицы. Такая исходная единица сама, естественно, коэффициентом не является, и в текстах явным образом не фиксируется, но существование ее в случае, когда речь идет о коэффициентах, бесспорно ⁸.

Понятно, что в качестве исходной единицы для *absamikku* могла быть выбрана не «длина», а какой-либо иной размер, и тогда коэффициенты фигуры имели бы другие значения. Так, если умножить все линейные величины *absamikku* на $\frac{3}{4}$, а площадь на $(\frac{3}{4})^2$, то получится новая фигура, подобная первой, диагональ которой равна $1''20 \cdot \frac{3}{4} = 1''15$. В этой новой фигуре *absamikku* коэффициенты будут иметь числовые значения: «длина» — $1 \cdot \frac{3}{4} = 0''45$, «продольная линия» — $0''48 \cdot \frac{3}{4} = 0''36$, «поперечная линия» — $0''33'20 \cdot \frac{3}{4} = 0''25$, площадь — $0''26'40 \cdot (\frac{3}{4})^2 = 0''15$. Последний коэффициент хорошо объясняет четвертую строку клинописной таблички I, где мы читаем: «15 для *absamikku* для 3». Весьма возможно, что число 3, уточняющее коэффициент $0''15$, надо толковать как соответствующий множитель произведения $3 \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

Итак, мы знаем, что фигура *absamikku* с площадью $0''26'40$ имеет «диагональ» $1''20$, «продольную линию» $0''48$, «поперечную линию» $0''33'20$, и, как нами было установлено выше, «длину» 1. Какая же геометрическая фигура скрывается за этими величинами? Попытка отождествить *absamikku* с прямоугольной трапецией рисунка 1 не учитывает «длину» 1 и поэтому должна быть отвергнута. Тем не менее ясно, что искать надо именно трапецию. Об этом свидетельствует прежде всего специфика со-

⁸ В r u i n s, ук. соч., стр. 20 (нумерация строк наша.— А. В.).

⁹ Не останавливаясь на подробностях, заметим, что понятие «исходная единица» выражалось, как мы полагаем, термином *waṣū* (или *waṣītu*), который засвидетельствован несколькими вавилонскими задачами.

отношений, которыми связаны между собой соответствующие коэффициенты: $0^{\circ}33'20 \cdot 0^{\circ}48 = 0^{\circ}26'40$ и $1^{\circ}20^2 - 0^{\circ}48^2 = 1^{\circ}4^2$. О том же можно судить по содержанию терминов, ибо «продольная» и «поперечная» линии должны, очевидно, обозначать отрезки взаимно перпендикулярных прямых, а термин «диагональ» — гипотенузу прямоугольного треугольника. Приведенные данные определяют, к сожалению, не одну трапецию, а целых две (см. рис. 2 и 3).

Трапеция, представленная рисунком 2, имеет основания $0^{\circ}6'40$ и 1, боковую сторону $1^{\circ}20$, высоту $0^{\circ}48$ и среднюю линию $0^{\circ}33'20$. В построении трапеции существенную роль играет прямоугольный треугольник с гипотенузой $1^{\circ}20$ и катетами $0^{\circ}48$ и $1^{\circ}4$. Трапеция, представленная рисунком 3, имеет основания $0^{\circ}19'20$ и $0^{\circ}47'20$, высоту $0^{\circ}48$ и среднюю линию $0^{\circ}33'20$. Существенную роль в построении трапеции играют два прямоугольных треугольника, один из коих имеет гипотенузу $1^{\circ}20$ и катеты $0^{\circ}48$ и $1^{\circ}4$, а другой — гипотенузу 1 и катеты $0^{\circ}48$ и $0^{\circ}36$.

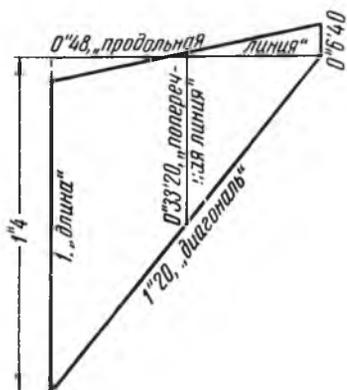


Рис. 2

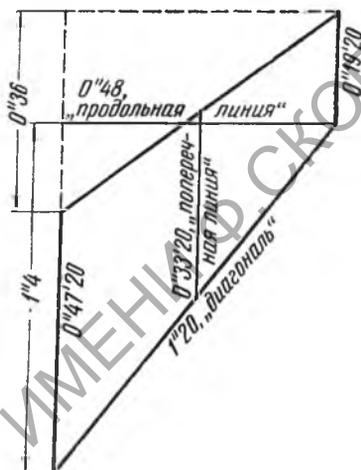


Рис. 3

Трудно решить, какую из этих трапеций следует отождествлять с фигурой *absamīkku*. С точки зрения терминологии более приемлемой является трапеция рисунка 2. В этой трапеции боковая сторона $1^{\circ}20$ и основание 1 действительно различаются как «диагональ» (т.е. гипотенуза) и «длина», чего нельзя сказать о трапеции рисунка 3. В последней трапеции боковые стороны $1^{\circ}20$ и 1, обе с одинаковым правом могут быть названы как «длинной», так и «диагональю», и приложение к ним различных терминов было бы не вполне объяснимо¹⁰.

Точно так же трудно судить, отражают ли коэффициенты *absamīkku* действительные размеры какого-то музыкального инструмента, или перед нами простое заимствование термина по сходству. Дело в том, что очертания *absamīkku*, независимо от того, какую из двух предложенных выше реконструкций мы примем, с точки зрения вавилонской геометрии необычны, так как противоположные углы каждой трапеции одновременно или оба острые или оба тупые. Геометрическими задачами клинописных текстов такие «скошенные» трапеции до сих пор не засвидетельствованы. Не исключе-

¹⁰ Ссылаясь на неизданную табличку R, Бруинс (ук. соч., стр. 28) приводит несколько величин, которые не содержатся в списках коэффициентов, но имеют какое-то отношение к *absamīkku*. Все эти величины удастся объяснить трапецией рисунка 2. Мы, однако, не останавливаемся на этих величинах, так как надеемся, что табличка R и другие сузские математические тексты будут все же опубликованы полностью. Кстати, заметим, что одна из приведенных Бруинсом величин, а именно «длина 30», объяснена нами выше.

но поэтому, что термин *absamīkku* был заимствован от музыкального инструмента *ZĀ-MĪ*, как раз для обозначения «скошенной» трапеции, в то время как для трапеции «обычного» вида применялся термин *SAG-KI-GUD*, буквально «лоб быка». В связи с этим интересно отметить, что некоторые лиры и арфы¹¹, изображения которых встречаются на ассирийских рельефах, действительно напоминают реконструированные нами трапеции. Вместе с тем не лишено оснований и другое предположение, согласно которому трапеция *absamīkku* передает точную форму определенной части музыкального инструмента *ZĀ-MĪ*, а рассмотренные нами коэффициенты использовались в древности при изготовлении этого инструмента.

А. А. Вайман