Известия Гомельского государственного университета
имени Ф. Скорины, №6(69), 2011

УДК 530.1;539.12

Моделирование поведения бегущей константы КХД

В. В. Андреев, К. С. Бабич

Проведено моделирование бегущей константы КХД на основе феноменологической параметризации для различных режимов поведения.

Ключевые слова: бегущая константа КХД, феноменологическая параметризация, непертурбативная область.

Phenomenological parameterization of running coupling constant is considered for different fields.

Keywords: running constant of QCD, phenomenological parameterization, non-perturbative field.

Введение

Бегущая константа сильного взаимодействия $\alpha_s\left(Q^2\right)$ является одной из важнейших характеристик не только квантовой хромодинамики (КХД), но и целого ряда моделей, основанных на КХД. Поэтому её теоретическое описание и экспериментальное исследование остается одной из актуальных проблем. Поскольку основанное на ренорм-групповых уравнениях поведение $\alpha_s\left(Q^2\right)$ обладает рядом недостатков (сингулярности Ландау, отсутствие аналитических свойств), в последнее время интенсивно развиваются альтернативные подходы [1–9]. При этом возникает задача подтверждения того или иного подхода путем извлечения значений бегущей константы при различных переданных импульсах Q. Хорошо известно, что значения константы α_s, найденные из экспериментов при высоких переданных импульсах, хорошо описываются пертурбативной КХД. Но самым сложным и интересным является поведение константы сильного взаимодействия $\alpha_s\left(Q^2\right)$ в непертурбативной области ($Q < 1$ ГэВ), в которой различные подходы дают различные зависимости от Q.

Целью данной работы является моделирование константы КХД во всей области изменения переданного импульса путем использования феноменологической параметризации, предложенной в [2] и модифицированной с учетом современных экспериментальных данных.

1. О бегущей константе α_s

Как правило, поведение $\alpha_s\left(Q^2\right)$, $\left(Q^2=-q^2\right)$ получают из решения ренорм-групповых уравнений КХД. Так, рассчитанное вплоть до трехпетлевых поправок в рамках $\overline{\mathrm{MS}}$-схемы значение $\alpha_s\left(Q^2\right)$ описывается соотношением:

$$\alpha^{(3)}_{\mathrm{QCD}}\left(Q^2\right)=\frac{4\pi}{\beta_0\ln z_Q}\left[1-\frac{2\beta_1}{\beta_0^2}\frac{\ln\left[\ln z_Q\right]}{\ln\ z_Q}+\frac{4\beta_1^2}{\beta_0^4\ln^2 z_Q}\left(\left(\ln\left[\ln z_Q\right]-1/2\right)^2+\frac{\beta_2\beta_0}{8\beta_1^2}-\frac{5}{4}\right)\right], \quad (1)$$

где β — функции определяются уравнениями

$$z_Q=\frac{Q^2}{\Lambda^2}\,,\ \ \beta_0=11-\frac{2}{3}n_f\,,\ \ \beta_1=51-\frac{19}{3}n_f\,,\ \ \beta_2=2857-\frac{5033}{9}n_f+\frac{325}{27}n_f^2\,, \quad (2)$$

а n_f — число кварков с массами, меньшими, чем значение величины Q.

Параметр Λ определяется по значению бегущей константы при $Q^2 = M_Z^2$, т.е. $\alpha_s\left(M_Z^2\right) = 0,1184 \pm 0,0007$ [10].

Основной особенностью поведения α_s (1) является расходимость при $Q^2 \to \Lambda$. Данное поведение является серьезной проблемой исследования непертурбативных эффектов ($Q < 1$ ГэВ). Поэтому в многочисленных подходах, основанных на использовании КХД тем или иным способом, используется "заморозка" сильной константы связи при малых Q^2 [1–3, 8, 11–15]. К аналогичному результату приводит и регуляризация кулоновской части потенциала, выполненная в работах [16, 17]. По этой причине такие константы следует считать эффективными константами КХД [18].

Так, в рамках фоновой пертурбативной теории константа связи модифицируется введением так называемой фоновой массы M_B, которая появляется вследствие взаимодействия глюонов с фоновым полем при малых Q^2 и определяется авторами [8, 19] с помощью фитирования данных по тонкой структуре боттония. Результатом такой модификации является то, что логарифм $\ln\left(Q^2/\Lambda^2\right)$, имеющийся в (1), заменятся на величину

$$t_B = \ln\left[\frac{Q^2 + M_B^2}{\Lambda^2}\right] , \tag{3}$$

а сама константа сильного взаимодействия в случае двухпетлевого приближения запишется в виде

$$\alpha_{\mathrm{BPT}}^{(2)}\left(Q^2\right) = \frac{4\pi}{\beta_0\, t_B}\left[1 - \frac{2\beta_1}{\beta_0^2}\frac{\ln t_B}{t_B}\right] . \tag{4}$$

Условие $M_B > \Lambda$ гарантирует отсутствие полюса Ландау.

В работе [3] для объяснения экспериментальных данных по адронным струям, инициированным тяжелыми кварками, предложен набор эффективных констант, названных G_p-моделями. Так, в случае учета двухпетлевых диаграмм, константа сильного взаимодействия представляет собой выражение:

$$\alpha_{\mathrm{D}}^{(2)}\left(Q^2\right) = \left[\frac{Q^{2p}}{Q^{2p} + C_p \Lambda_{2p}}\right]\frac{2\pi\; p}{\beta_0\; L_p}\left[1 - \frac{2\beta_1}{\beta_0^2}\frac{\ln L_p}{L_p}\right] , \tag{5}$$

где

$$L_p = \frac{1}{p}\ln\left[\frac{Q^{2p}}{\Lambda^2} + C_p\right] , C_p \geq 1 . \tag{6}$$

Элегантным методом устранения полюса Ландау является аналитическая пертурбативная теория [4] (см. также [5, 6, 9, 20, 21]), где вместо константы (1), взятой в однопетлевом приближении, предложено использовать выражение

$$\alpha_{\mathrm{an}}^{(1)}(Q^2) = \frac{4\pi}{\beta_0}\left(\frac{1}{\ln z_Q} + \frac{1}{1 - z_Q}\right) , \tag{7}$$

называемое в настоящее время аналитической константой Ширкова-Соловцова (см. [22]). Важной особенностью константы (7) является то, что при $Q^2 \to 0$ константа принимает конечное значение $\alpha_{\mathrm{crit.}} = \alpha_{\mathrm{s}}(0) = 4\pi/\beta_0$ и не зависит от схем перенормировок.

В [15] предложена константа вида

$$\alpha_{\mathrm{W}}^{(1)}(Q^2) = \frac{4\pi}{\beta_0}\left(\frac{1}{\ln z_Q} + \frac{1}{1 - z_Q}\frac{z_Q + b}{1 + b}\left(\frac{1 + c}{z_Q + c}\right)^p\right) \tag{8}$$

с параметрами $b = 1/4$ и $p = c = 4$ для объяснения КХД-поправок.

В работе [2] поведение эффективной константы сильного взаимодействия описывается феноменологическим выражением

$$\alpha_{\mathrm{GI}}(Q^2) = \sum_{k=1}^{3} \alpha_k \exp\left[-Q^2/\left(4\gamma_k^2\right)\right] \tag{9}$$

с коэффициентами $\alpha_1 = 0,25,\ \alpha_2 = 0,15,\ \alpha_3 = 0.2$ и $\gamma_1^2 = 1/4$, $\gamma_2^2 = 5/2$, $\gamma_3^2 = 250$.

К отличному от поведения константы (1) в области малых Q^2 приводит выражение

$$\alpha_{\mathrm{N}}^{(1)}(Q^2) = \frac{4\pi}{\beta_0}\left(\frac{z_Q - 1}{z_Q \ln z_Q}\right)\ , \tag{10}$$

полученное из требования правильных аналитических свойств константы взаимодействия (см., например, [9]). Основным отличием от (1) всех вышеупомянутых констант КХД является более замедленный рост значения эффективных констант при малых Q^2 (см. рисунок 1). Из результатов расчетов следует, что основное отличие предлагаемых в работах [2–4, 6, 8, 9, 15, 19] сильных констант связи приходится на непертурбативную область с $Q < 1$ ГэВ. В области с $Q > 1$ ГэВ все эти константы практически совпадают с поведением стандартной константы КХД (1).

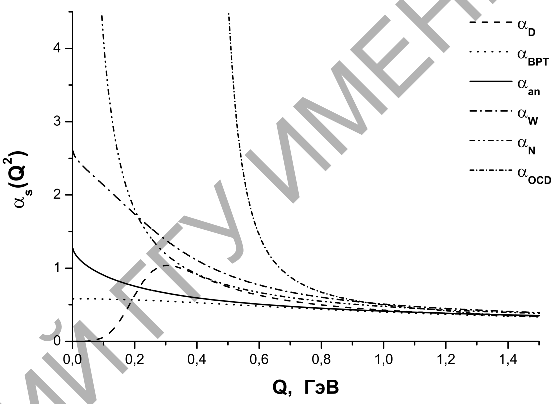

Рисунок 1 — Различные эффективные бегущие константы сильного взаимодействия (см. (1), (4), (5), (7), (8), (10))

2. Моделирование поведения бегущей константы α_s

Таким образом, имеется достаточное большое количество моделей для описания поведения бегущей константы α_s с разной долей феноменологической и теоретической мотивации. Однако, при решении такого рода задач использование констант вида (1)–(8),(10) не всегда удобно. Одной из проблем является нахождение аналитического выражения фурье-образа $\widetilde{\alpha}_s\,(\mathrm{r})$. Эта сложная задача, как правило, делается численно (см., например, [9]). Аналогичная проблема появляется и в моделях, описывающих системы из кварков, при решении уравнений движения (например, [23, 24]).

Дополнительным моментом в этом исследовании является требование того, чтобы константы $\alpha_s\,(Q^2)$ и $\widetilde{\alpha}_s(\mathrm{r})$ имели одинаковый предел при $Q^2 \to 0$ и $\mathrm{r} \to \infty$ (см. обсуждение этой проблемы в [8]), т.е.

$$\alpha_s\left(Q^2 = 0\right) = \widetilde{\alpha}_s(\mathrm{r} \to \infty)\ . \tag{11}$$

Поэтому для моделирования поведения бегущей константы и дальнейших расчетов предлагается использовать удобную для аналитических расчетов параметризацию (9) в уточненном виде

$$\alpha_{eff}(Q^2) = \sum_{k=1}^{n=7} \alpha_k \exp\left[-Q^2/\left(4\gamma_k^2\right)\right] \ . \tag{12}$$

Чем обусловлена возможность такого применения? Во-первых, поскольку очень часто (в составных кварковых моделях и др.) бегущая константа $\alpha_{eff}\left(Q^2\right)$ интегрируется, то в этой ситуации важно значение площади, которая находится под кривой, задающей поведение $\alpha_s\left(Q^2\right)$. Тогда необязательно использовать функции типа (1), а достаточно использовать ее аппроксимацию (12), которая должна максимально точно воспроизводить хорошо изученную область $Q > 1,5$ ГэВ.

Во-вторых, как и константы (4), (5), (7), (8), выражение (12) при $Q^2 \to 0$ имеет конечный предел

$$\alpha_{\text{crit.}} = \sum_{k=1}^{n=7} \alpha_k \ . \tag{13}$$

В-третьих, легко убедиться в том, что соотношение (11) для данной параметризации выполняется

$$\alpha_{eff}\left(Q^2 = 0\right) = \widetilde{\alpha}_{eff}(\mathrm{r} \to \infty) = \sum_{k=1}^{n=7} \alpha_k = \alpha_{\text{crit.}} \ . \tag{14}$$

Действительно, связь константы (12) в импульсном представлении и в координатном может быть представлена в виде [8]:

$$\widetilde{\alpha}_{eff}(\mathrm{r}) = \frac{2}{\pi} \int\limits_0^{\infty} \frac{\sin\left(\mathrm{Qr}\right)}{\mathrm{r}} \, \alpha_{eff}(Q^2)\, \mathrm{dQ} \ . \tag{15}$$

Расчет интеграла (15) с учетом (12) приводит к соотношению

$$\widetilde{\alpha}_{eff}(\mathrm{r}) = \sum_{k=1}^{n=7} \alpha_k \,\mathrm{erf}\left(\gamma_k \mathrm{r}\right) \ , \tag{16}$$

из которого и следует свойство (14).

В-четвертых, процесс моделирования (“фитирования”) позволяет получить кривые с различным поведением в непертурбативной области. Различные наборы параметров α_k и γ_k получаются из соответствия поведения константы α_s экспериментальным данным и требования совпадения α_s с (1) в области с $Q > 1,5$ ГэВ.

В отличие от оригинальной работы [2], значения параметров α_k и γ_k, полученные нами, различаются. К моменту написания работы [2] не были известны значения константы, полученные при $Q^2 = M_Z^2$

$$\alpha_s\left(M_Z^2\right) = 0,1184 \pm 0,0007, \tag{17}$$

и поэтому не удивительно, что $\alpha_{\text{GI}}\left(M_Z^2\right) = 0,000049$ существенно отличается от (17).

Для моделирования различного поведения константы в непертурбативной области с помощью процедуры фитирования константы (1) выражением (12) нами получены наборы параметров, отличающихся значением $\alpha_{\text{crit.}}$ и значением интеграла

$$\bar{\alpha}_0\left(\mu\right) = \frac{1}{\mu}\int\limits_0^{\mu} \mathrm{dQ}\ \frac{\alpha_{eff}\left(Q^2\right)}{\pi} \tag{18}$$

(см. таблицы 1, 2). Оценка (18) для $\mu = 2$ ГэВ сделана в работах [3, 18].

Таблица 1 — Наборы константы (12) с различными $\alpha_{\text{crit.}}$ для режимов вида “заморозка” (см. рисунок 2)

№ набора	$\alpha_{\text{crit.}}$	$\bar{\alpha}_0$ (2 ГэВ)
1-a	$8,809 \pm 1,058$	$0,593 \pm 0,070$
2-a	$3,394 \pm 0,324$	$0,333 \pm 0,033$
3-a	$1,307 \pm 0,037$	$0,207 \pm 0,007$
4-a	$1,078 \pm 0,028$	$0,190 \pm 0,006$
5-a	$0,937 \pm 0,041$	$0,177 \pm 0,008$
6-a	$0,821 \pm 0,040$	$0,166 \pm 0,008$
7-a	$0,667 \pm 0,029$	$0,150 \pm 0,006$

Таблица 2 — Наборы константы (12) с различными $\alpha_{\text{crit.}}$ для режимов с пиком в непертурбативной области (см. рисунок 3)

№ набора	$\alpha_{\text{crit.}}$	$\bar{\alpha}_0$ (2 ГэВ)
1-b	$2,197 \pm 0,091$	$0,289 \pm 0,012$
2-b	$0,000 \pm 0,087$	$0,244 \pm 0,011$
3-b	$0,585 \pm 0,047$	$0,212 \pm 0,007$
4-b	$0,434 \pm 0,047$	$0,198 \pm 0,007$
5-b	$0,797 \pm 0,035$	$0,182 \pm 0,006$
6-b	$0,187 \pm 0,040$	$0,165 \pm 0,008$
7-b	$0,692 \pm 0,040$	$0,155 \pm 0,009$
8-b	$0,300 \pm 0,023$	$0,140 \pm 0,007$

Нами моделируются два вида режимов: первый представляет собой “заморозку” бегущей константы, начиная с некоторого значения Q_0 (см. таблицу 1), а второй имитирует поведение с пиком в непертурбативной области (см. таблицу 2). Значения КХД-константы (1) и ее ошибки, которые используются для вычисления весовых коэффициентов, получены посредством программы, представленной на http://www − theory.lbl.gov ∼ ianh/alpha /alpha.html. Объем точек фитирования изменяется в пределах $125 \div 300$ в зависимости от размера области соответствия константе КХД (1).

Сравнительное поведение констант связи, определяемых уравнениями (1) и различными режимами поведения эффективной константы (12), отображены на рисунках 2 и 3.

Заключение

Таким образом, в данной работе для исследования поведения константы КХД в непертурбативной области проведено моделирование $\alpha_s\left(Q^2\right)$ посредством феноменологической параметризации (12) с учетом современных экспериментальных данных [10].

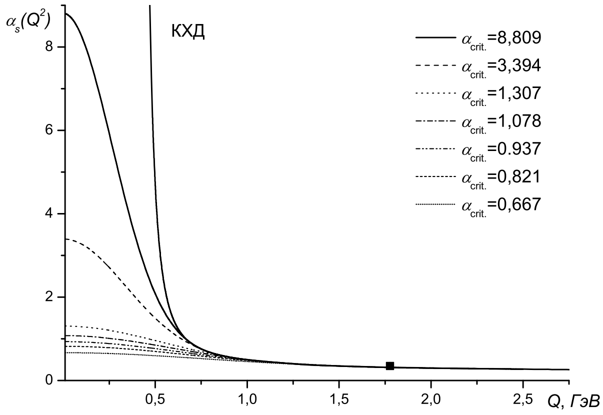

Рисунок 2 — Зависимость бегущей константы сильного взаимодействия для параметризаций (1) и (12) (см. таблицу 1). Квадратиком отображено экспериментальное значение бегущей константы связи.

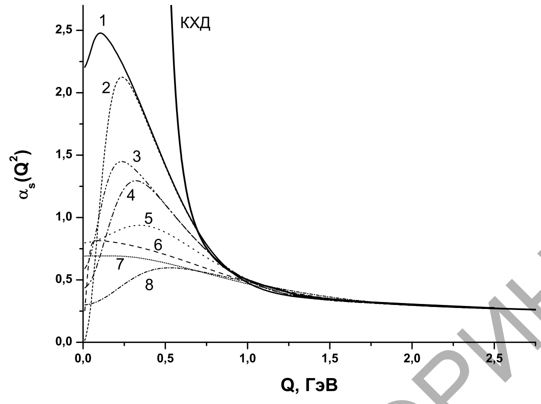

Рисунок 3 — Зависимость бегущей константы сильного взаимодействия для параметризаций (1) и (12). Номера графиков соответствуют номерам режимов поведения в таблице 2.

Литература

1 Richardson, J.L. The Heavy quark potential and the Υ, J/Ψ systems / J.L. Richardson // Physics Letters. — 1979. — Vol. 82B , N 2. — P. 272–274.

2 Godfrey, S. Mesons in a relativized quark model with chromodynamics / S. Godfrey, N. Isgur // Phys. Rev. — 1985. — Vol. D32. — P. 189–231.

3 Dokshitzer, Y.L. Specific features of heavy quark production. LPHD approach to heavy particle spectra / Y.L. Dokshitzer, V.A. Khoze, S.I. Troian // Phys. Rev. — 1996. — Vol. D53. — P. 89–119.

4 Shirkov, D.V. Analytic model for the QCD running coupling with universal alpha(s)-bar(0) value / D.V. Shirkov, I.L. Solovtsov // Phys. Rev. Lett. — 1997. — Vol. 79. — P. 1209–1212.

5 Milton, K.A. An analytic method of describing R-related quantities in QCD / K.A. Milton, I.L. Solovtsov, O.P. Solovtsova // Mod. Phys. Lett. — 2006.— Vol. A21. — P. 1355–1368.

6 Shirkov, D.V. Ten years of the analytic perturbation theory in QCD / D.V. Shirkov, I.L. Solovtsov // Theor. Math. Phys. — 2007. — Vol. 150.— P. 132–152.

7 Arbuzov, B.A. Infrared non-perturbative QCD running coupling from Bogolubov approach / B.A. Arbuzov // Phys. Lett. — 2007. — Vol. B656. — P. 67–73.

8 Badalian, A.M. Freezing of QCD coupling alpha(s) affects the short distance static potential / A.M. Badalian, D. S. Kuzmenko // Phys. Rev. — 2002. — Vol. D65. — P. 016004.

9 Nesterenko, A.V. Analytic invariant charge in QCD / A.V. Nesterenko // Int. J. Mod. Phys. — 2003. — Vol. A18. — P. 5475–5520.

10 Review of Particle Physics / K. Nakamura [et al.] // Journal of Physics G. — 2010. — Vol. 37. — P. 075021.

11 Spectrum of Charmed Quark-Antiquark Bound States / E. Eichten [et al.] // Phys.Rev.Lett.— 1975. — Vol. 34. — P. 369–372.

12 Charmonium: comparison with experiment / E. Eichten [et al.] // Phys.Rev. — 1980. — Vol. D21. — P. 203.

13 Alekseev, A.I. Analyticity and minimality of nonperturbative contributions in perturbative region for alpha(s)-bar / A.I. Alekseev, B.A. Arbuzov // Mod. Phys. Lett. — 1998. — Vol. A13. — P. 1747–1756.

14 Lattice calculation of 1/p**2 corrections to alpha(s) and of Lambda(QCD) in the MOM scheme / P. Boucaud [et al.] // JHEP. — 2000. — Vol. 04. — P. 006.

15 Webber, B.R. QCD power corrections from a simple model for the running coupling / B.R. Webber // JHEP. — 1998. — Vol. 10. — P. 012.

16 Frewer, M. Renormalization of an effective model Hamiltonian by a counter term / M. Frewer, T. Frederico, H.C. Pauli // Nucl. Phys. Proc. Suppl. — 2002. — Vol. 108. — P. 239–241.

17 Pauli, H.-C. First successful renormalization of a QCD-inspired Hamiltonian [Electronic resource] / H.-C. Pauli. — 2003 .–Mode of access: http://arxiv.org/pdf/ hep-ph/0310328. — Date of access: 14.01.2008.

18 Dokshitzer, Y.L. Power corrections to event shape distributions / Y. L. Dokshitzer, B.R. Webber // Phys. Lett. — 1997. — Vol. B404. — P. 321–327.

19 Badalian, A.M. A short distance quark antiquark potential / A.M. Badalian, D.S. Kuzmenko // Phys. Atom. Nucl. — 2004. — Vol. 67. — P. 561–563.

20 Milton, K.A. Remark on the perturbative component of inclusive tau decay / K.A. Milton, I.L. Solovtsov, O. P. Solovtsova // Phys. Rev. — 2002. — Vol. D65. — P. 076009.

21 Nesterenko, A.V. New analytic running coupling in spacelike and timelike regions / A.V. Nesterenko // Phys. Rev. — 2001. — Vol. D64. — P. 116009.

22 Baldicchi, M. Running coupling constant and masses in QCD, the meson spectrum / M. Baldicchi, G.M. Prosperi // AIP Conf. Proc. — 2005. — Vol. 756. — P. 152–161.

23 QCD coupling below 1-GeV from quarkonium spectrum [Electronic resource] / M. Baldicchi, A.V. Nesterenko, G. M. Prosperi [et al.]. — 2007 .–Mode of access: http:// arxiv.org/ pdf/hep-ph/0705.1695. — Date of access: 14.01.2008.

24 Bound state approach to the QCD coupling at low energy scales / M. Baldicchi, A.V. Nesterenko, G.M. Prosperi [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2007. — Vol. 99. — P. 242001.

Гомельский государственный
университет им. Ф. Скорины

Поступило 01.10.11