Известия Гомельского государственного университета
имени Ф. Скорины, № 6(81), 2013

Информатика

УДК 531:004.925

Математическое моделирование эффективности системы горизонтального армирования линейно-деформируемых грунтовых оснований плитных фундаментов

В.Е. Быховцев, С.В. Торгонская

В настоящей работе строится математическая модель взаимодействия системы армирующих элементов с линейно – деформируемым грунтовым основанием и исследуется эффективность данного взаимодействия. Математическая модель системы строится на основе принципа минимума полной энергии системы.

Ключевые слова: грунты, несущая способность, математическое моделирование, армирование.

In the paper the mathematical model of the interaction of the system of reinforcing elements with linearly – deformable soil basis is under construction and the efficiency of this interaction is investigated. The mathematical model of the system is under construction on the basis of the principle of the minimum of total energy of the system.

Keywords: soil, bearing ability, mathematical modeling, reinforcing.

Физическая постановка задачи. В настоящее время часто под застройку используются территории с неблагоприятными грунтовыми условиями. В силу этого возникает необходимость повышения несущей способности таких грунтов как оснований фундаментов возводимых зданий и сооружений. Армирование грунтов является одним из способов решения этой проблемы. Методы и технологии армирования могут быть самые разнообразные: армирование может производиться металлическими или железобетонными сваями, пленками или сетками, изготовленными из прочных материалов, стойких к коррозии и воздействию грунтовой среды.

Как показали исследования, эффективность горизонтального пленочного армирования при одном слое дает повышение несущей способности на 11 %, нескольких – на 17 %. Эффективность многослойного армирования можно повысить путем уплотнения грунтов между элементами горизонтального пленочного армирования. В силу этого предлагается использование горизонтального пакетного армирования грунтов, которое заключается в использовании нескольких элементов горизонтального армирования, послойно расположенных на некотором расстоянии от подошвы фундамента, при этом грунт внутри пакета будет уплотненным.

При таком армировании грунтовое основание, фундамент и армирующие элементы образуют единую сложную физическую систему. При исследовании этой системы возникает необходимость оценки эффективности каждого ее элемента при определении несущей способности армированного основания в целом. Для решения поставленной задачи воспользуемся энергетическими методами оценки деформирования каждого элемента системы. Наиболее эффективными методами исследования указанной системы является системный подход и математическое моделирование на основе метода конечных элементов.

1. Построение математической модели. Свойства системы, как сложного объекта, не обнаруживаются в свойствах её отдельных подсистем. Это значит, что традиционный метод изучения целого путём анализа его частей и последующего объединения (суперпозиции) их свойств непригоден для больших и сложных систем. А для физических нелинейных систем принцип прямой суперпозиции и вовсе неприемлем. Решением проблемы становится системный подход [1], который заключается во взаимосвязанном рассмотрении всех элементов (подсистем) системы. При системном подходе система рассматривается не изолированно, а как подсистема более общей системы (системы более высокого ранга). Основным при системном подходе является определение цели, например, условие предельного равновесия деформируемой среды. Системный подход при исследовании различных систем, явлений и объектов позволяет с единых позиций строить общую методику исследования указанных систем и процессов независимо от их природы. Эта методика, как и любая другая, содержит определенные этапы.

Математическое моделирование основывается на известном факте: различные изучаемые процессы могут иметь одинаковое математическое описание. Следовательно, если система определена, и ее функция может быть описана с помощью математических предложений, то исследование системы возможно математическими средствами и средствами вычислительной техники [1], [2].

Математическая модель концентрирует в себе записанную в форме математических предложений совокупность наших знаний и гипотез о соответствующем объекте, процессе, явлении или системе. Поскольку эти знания никогда не бывают абсолютными, то можно утверждать, что математическая модель только с определенной достоверностью описывает поведение реальной системы.

В настоящей работе в основу концептуальной модели системы основания и фундамента положены следующие критерии:

1. Основание, фундамент и здание рассматриваются как единая система.

2. Основание по своей структуре, геологическим напластованием и их физико-механическим свойствам может быть произвольным, вплоть до учета линз, включений и вклиниваний. Все элементы структуры основания должны быть геометрически и физически описаны.

3. В целом, в общем случае, основание считается неравномерно сжимаемым и нелинейно-деформируемым.

4. Форма, размеры и жесткость фундамента могут быть произвольными.

Таким образом, концептуальная модель системы представляется как конечная совокупность механико-математических моделей элементов системы.

Учитывая произвольность постановки задачи решать ее лучше методом математического моделирования на основе метода конечных элементов и методов численного решения нелинейных краевых задач. Это сразу накладывает свои требования на структуру ядра математической модели. Будем строить его на основе одного из энергетических принципов: *на основе принципа минимума полной энергии системы*. Математическая модель системы оснований и фундаментов в этом случае будет иметь следующее содержание [1]:

1. Геометрическая модель геологического разреза основания.

2. Механико-математическая модель элементов системы

– при линейно-упругом деформировании: $\sigma_i = E\varepsilon_i$,

– при нелинейно-упругом деформировании: $\sigma_i = f(\varepsilon_i)$, в частности

$$\sigma_i = A\varepsilon_i^m,\ A > 0,\quad 0 < m < 1,$$

где σ_i, ε_i – интенсивности напряжений и деформаций, E – модуль деформации, A, m – параметры закона нелинейного деформирования.

3. Система краевых условий задаётся в соответствии с классификацией поставленной задачи как краевой задачи математической физики.

4. Условия равновесия системы (ядро математической модели):

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \{U\}} = 0,$$

где $\Pi = \frac{1}{2}\int_V \{\varepsilon\}^T \{\sigma\} dV - \{U\}^T \{P\}$ – полная энергия деформируемой системы; $\{P\}$ – вектор внешних сил; $\{\sigma\}$,$\{\varepsilon\}$,$\{U\}$ – векторы напряжений, деформаций и перемещений; V – объём области существования исследуемой системы.

5. Математическая модель искомого решения: $\varphi = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 y + \alpha_3 z$.

Данная структурная схема является общим эффективным алгоритмом построения математических моделей систем или объектов.

2. Энергия деформирования элементов горизонтального армирующего пакета

2.1 Основные положения методики моделирования деформируемого состояния системы. По своей структуре горизонтальный армирующий пакет состоит из ряда элементов: армирующего материала различной геометрической формы и размеров, грунтов различных физико-механических характеристик и различной степени уплотнения. Рассматривая задачу управления несущей способностью указанного пакета, в физической постановке мы имеем многокритериальную задачу нелинейной математической физики [3]. Поэтому естественно возникает вопрос минимизации количества оптимизируемых параметров. Это приводит к задаче сравнения энергий деформирования каждого элемента армирующего пакета.

Для исследования выделяется структурный элемент – пакет, состоящий из n армирующих пленок и грунтового основания, расположенный в одной вертикальной плоскости на некотором расстоянии от подошвы фундамента и имеющий полное сцепление с грунтовой средой по всей контактной поверхности.

Полная энергия деформируемой системы имеет вид:

$$\Pi = Э - W, \tag{1}$$

где $Э$ – потенциальная энергия деформаций, W – работа внешних сил.

Для рассматриваемой задачи

$$Э = Э_{гр} + n(Э_{аи} + Э_{ар} + Э_{тр}), \tag{2}$$

$$W = \{U\}^T \{P\},$$

где $Э_{гр}, Э_{аи}, Э_{ар}, Э_{тр}$ – потенциальная энергия деформации грунта, армирующей пленки при изгибе, растяжении и трении пленки о грунт, n – количество армирующих пленок в пакете, $\{U\} = \{u, v, w\}$ – вектор перемещений, $\{P\}$ – вектор внешних сил.

Заметим, что отношение потенциальных энергий деформаций в армирующем пакете без уплотнения и с уплотнением больше единицы, а значит, несущая способность грунта, армированного уплотненным пакетом, возрастает.

На основании принципа стационарности полной энергии деформируемой системы

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \{U\}} = 0,$$

или, учитывая (2)

$$\frac{\partial Э_{гр}}{\partial \{U\}} + n\left(\frac{\partial Э_{аи}}{\partial \{U\}} + \frac{\partial Э_{ар}}{\partial \{U\}} + \frac{\partial Э_{тр}}{\partial \{U\}}\right) = \{P\}.$$

Энергия деформации выделенного объёма упругого тела будет равна

$$Э = \frac{1}{2}\int_V \{\varepsilon\}^T \{\sigma\} dV. \tag{3}$$

В соответствии с законом Гука

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\}, \tag{4}$$

где $[D]$ – матрица упругих констант материала, $\{\varepsilon\}, \{\sigma\}$ – векторы деформаций и напряжений. Содержание $\{\varepsilon\}, \{\sigma\}$ и $[D]$ зависит от вида решаемой задачи. Например, для случая плоской деформации

$$\{\varepsilon\}^T = \{\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_{xy}\} = \{\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\}, \{\sigma\}^T = \{\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}\},$$

$$[D] = \frac{E}{(1-\mu)(1-2\mu)} \begin{bmatrix} 1-\mu & \mu & 0 \\ \mu & 1-\mu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\mu}{2} \end{bmatrix}$$

2.2 Энергия деформирования армирующих элементов пакета. Методику и алгоритм этой задачи покажем для случая, когда армирующим элементом является стержень из материала, отвечающего указанным требованиям.

Энергия прогиба элемента армирующего пакета. Для того чтобы из (3) получить выражение для энергии прогиба и других видов деформаций армирующих элементов в пакете, необходимо деформации выразить через прогиб. Тогда горизонтальная составляющая вектора перемещения будет равна [2], [3], [4]:

$$u=-z\frac{\partial w}{\partial x}.$$

В случае армирующего пакета

$$\{\varepsilon\}=n\varepsilon_x=n\frac{\partial u}{\partial x}=-nz\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \tag{5}$$

и

$$\{\sigma\}=\sigma_x=nE_c\varepsilon_x=-zn^2E_c\,\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \tag{6}$$

где w – прогиб, E_c – модуль упругости материала элементов пакета, n – количество армирующих элементов пакета.

Подставив (5) и (6) в (3), при этом учтём, что $[D]=E$, получим:

$$Э_{аи}=n^3\frac{E_c}{2}\int_V\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^T\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}z^2dxdydz=n^3\frac{E_cJ}{2}\int_0^a\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^T\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}dx, \tag{7}$$

т.к. $\iint z^2\,dy\,dz=J_x\equiv J$ – осевой момент инерции сечения.

Для армирующих элементов с плоским поперечным сечением $J=\frac{F\,h^2}{12}$, h – толщина элементов.

Очевидно, что функция прогиба $w=f(x)$, должна быть непрерывна в подобласти (в конечном элементе) и, по крайней мере, дважды дифференцируема. Примем

$$w=\alpha_1+\alpha_2x+\alpha_3x^2+\alpha_4x^3. \tag{8}$$

Длина элементов равна $\underline{a}$. Коэффициенты α_1, α_2, α_3, α_4 определим из граничных условий:

$$W|_{x=0}=\alpha_1=W_i,\ W|_{x=a}=\alpha_1+\alpha_2\cdot a+\alpha_3\cdot a^2+\alpha_4\cdot a^3=W_j,$$

$$\theta_i=-\frac{\partial w}{\partial x}|_{x=0}=-\alpha_2=\frac{W_i-W_j}{a}\text{, т.к. угол поворота элемента стержня }\Theta=-\frac{\partial w}{\partial x};$$

$$\theta_j=-\frac{\partial w}{\partial x}|_{x=a}=-(\alpha_2+2\alpha_3\cdot a+3\alpha_4\cdot a^2)=-\frac{W_i-W_j}{a}.$$

Рассматривая граничные условия как систему уравнений, получим

$$\alpha_1=W_i,\ \alpha_2=\frac{W_j-W_i}{a},\alpha_3=\frac{2(W_j-W)_i}{a^2},\ \alpha_4=\frac{2(W_i-W_j)}{a^3}.$$

Подставив полученные значения коэффициентов в (8) и после несложных преобразований будем иметь:

$$W(x)=(1-\frac{x}{a}-\frac{2x^2}{a^2}+\frac{2x^3}{a^3})W_i+(\frac{x}{a}+\frac{2x^2}{a^2}-\frac{2x^3}{a^3})W_j, \tag{9}$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}=-\frac{4}{a^2}(1-\frac{3x}{a})W_i+\frac{4}{a^2}(1-\frac{3x}{a})W_j=\frac{4}{a^2}(1-\frac{3x}{a})[-1,1]\{W\}=\frac{4}{a^2}[B]\{W\}, \tag{10}$$

$\{W\}=\begin{Bmatrix}W_i\\W_j\end{Bmatrix}$ – вектор узловых значений прогиба.

Подставим (10) в (7) и после ряда преобразований получим:

$$Э_{аи} = n^3 \frac{16E_c J}{2a^4} \int_0^a \{W\}^T [B]^T [B] \{W\} dx, \qquad (11)$$

$$\frac{\partial Э_{аи}}{\partial \{W\}} = n^3 \frac{16E_c J}{a^3} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \{W\}. \qquad (12)$$

Выражение $n^3 \frac{16EJ}{a^3} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = [K_{аи}]$ (13)

является матрицей жёсткости элементов армирующего пакета при изгибе.

Энергия растяжения элемента армирующего пакета. Потенциальная энергия растяжения элемента армирующего пакета при его прогибе в одной плоскости может быть получена из (3) и будет иметь следующий вид [4]:

$$Э_{ар} = n\frac{1}{2}\int_V \varepsilon_x^T \, \sigma_x \, dV = n\frac{E}{2}\int_V \varepsilon_x^T \, \varepsilon_x \, dV = n\frac{EF}{2} t \int_0^a \varepsilon_x^T \, \varepsilon_x \, dx \ , \qquad (14)$$

F – площадь поперечного сечения армирующих элементов, t – коэффициент вида деформации, n – количество армирующих элементов в пакете.

При плоской деформации

$$t = \frac{1-\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)}.$$

Для рассматриваемого случая

$$\{\varepsilon\} = n\varepsilon_x = n\frac{\partial u}{\partial x} = -zn\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, , \qquad (15)$$

Подставим в (14) (15) и после ряда несложных преобразований будем иметь

$$\frac{\partial Э_{ар}}{\partial \{W\}} = n\frac{tFE}{a}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}\{U\} = n\frac{tFE}{a}\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix}\{U\},$$

Здесь матрица жёсткости будет равна

$$[K_{ар}] = n\frac{tFE}{a}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = n\frac{tFE}{a}\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix}.$$

Матрица жёсткости деформации элемента армирующего пакета будет равна сумме матриц жёсткости при растяжении и прогибе и будет иметь следующий вид

$$[K] = n\frac{E}{a}\begin{bmatrix} tF & 0 & -tF & 0 \\ 0 & \frac{16Jn^2}{a^2} & 0 & -\frac{16Jn^2}{a^2} \\ -tF & 0 & tF & 0 \\ 0 & -\frac{16Jn^2}{a^2} & 0 & \frac{16Jn^2}{a^2} \end{bmatrix}, \quad \{W\} = \begin{Bmatrix} U_i \\ W_i \\ U_j \\ W_j \end{Bmatrix}$$ – вектор перемещений.

Соотношение энергий деформирования при растяжении и прогибе определится отношением соответствующих коэффициентов матрицы жёсткости [K]

$$k = \frac{16Jn^2}{a^2} : tF = \frac{16Jn^2}{tFa^2} = \frac{4h^2n^2}{3ta^2}.$$

Как правило, $h << a, \; n << a, \; t \approx 1,$ следовательно, $k << 1,$ т.е. энергией изгиба можно пренебречь при компьютерном моделировании системы армирования грунтовых оснований.

Энергия трения армирующего элемента с грунтом. Вычислим энергию трения армирующего пакета с грунтом в соответствии с законом Кулона, который для несвязных и связных грунтов имеет вид (16) и (17) [5]:

$$\tau = \sigma \cdot tg\varphi, . \qquad (16)$$

$$\tau = c + \sigma \cdot tg\varphi, . \qquad (17)$$

где τ – напряжение сдвига, σ – нормальное напряжение, φ – угол внутреннего трения грунта, c – сцепление грунта.

Для рассматриваемой задачи при выбранной ориентации системы координат $\sigma = \sigma_z$ и, согласно [6], можно принять

$$c = \sigma_z / 2. \tag{18}$$

Для рассматриваемого случая на контактной поверхности $\varepsilon_y = \varepsilon_z = 0$. При этом условии из физических уравнений следует

$$\sigma_x = n\frac{E_{гр}}{1-\mu^2}\varepsilon_x, \tag{19}$$

$$\sigma_z = n\frac{\mu E_{гр}}{1-\mu^2}\varepsilon_x, \tag{20}$$

где $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ – нормальные составляющие вектора напряжений, $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ – нормальные составляющие вектора деформаций, $E_{гр}$ и μ – модуль деформации грунта и коэффициент Пуассона. Подставив соотношения (18 – 20) в (16) и (17), получим:

$$\tau = \sigma \cdot tg\varphi = n\frac{\mu\ tg\,\varphi\ E_{гр}}{1-\mu^2}\ \varepsilon_x, \tag{21}$$

$$\tau = c + \sigma \cdot tg\varphi = n\frac{(1+2\mu\ tg\,\varphi)\,E_{гр}}{2\,(1-\mu^2)}\ \varepsilon_x. \tag{22}$$

Выражения (21) и (22) можно объединить следующим образом:

$$\tau = n\frac{(ks+2\mu\ tg\,\varphi)\,E_{гр}}{2\,(1-\mu^2)}\ \varepsilon_x, \tag{23}$$

где *ks* – коэффициент связности, *ks*=0 – несвязный грунт, *ks*=1 – связный грунт.
Сила трения равна

$$F = n\int_S \tau\, d\, s = nL\int_0^a \tau\, d\, x, \tag{24}$$

где *L* – периметр поперечного сечения элементов пакета.

Энергия трения определится выражением

$$Э_{тр} = n\frac{1}{2}\int_0^a F^{\,T}\varepsilon_x\, dx = n\frac{L}{2}\iint_s \tau^T\ \varepsilon_x\, dx\ dx. \tag{25}$$

Подставим в (25) выражение (23)

$$Э_{тр} = n\frac{L}{2}\frac{ks+2\mu\ tg\varphi}{2(1-\mu^2)}\ E_{гр}\iint_s \varepsilon^T\ \varepsilon_x\, dx\ dx. \tag{26}$$

Для линейно-упругих стержней их растяжение может быть представлено линейной функцией

$$U = \alpha_1 + \alpha_2\, x. \tag{27}$$

Рассматривая элементы дискретизации стержней с двумя узлами i, j на их концах, значения коэффициентов в (27) определим через узловые перемещения U_i, U_j, в итоге получим

$$U = \frac{1}{a}\left[(x_j - x)U_i + (x - x_i)U_j\right], \tag{28}$$

где *a* – длина стержней.

Для рассматриваемого случая

$$\varepsilon_x = n\frac{\partial u}{\partial x} = n\frac{1}{a}(-U_i + U_j) = n\frac{1}{a}[-1\ 1]\begin{Bmatrix} U_i \\ U_j \end{Bmatrix}. \qquad (29)$$

В (26) подставим (29), проинтегрируем полученное выражение по *{U}* и получим

$$\frac{\partial Э_{тр}}{\partial\{U\}} = n\frac{(ks + 4\mu\, tg\,\varphi)\, S\, E_{гр}}{2\,(1-\mu^2)\,a}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}\{U\}\ .$$

где S – площадь боковой поверхности стержней.

Следовательно, матрица жёсткости при трении будет равна

$$[K_{тр}] = n\frac{(ks + 2\mu tg\varphi)SE_{гр}}{2(1-\mu^2)a}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}. \qquad (30)$$

Сравнение энергий деформирования элементов пакета. Заметим, что энергия растяжения элемента армирующего пакета значительно превосходит его энергию прогиба. Сравним энергию растяжения элемента армирующего пакета с энергией его трения с грунтом. Матрица жёсткости деформации элемента армирующего пакета имеет следующий вид:

$$[K] = n\frac{E}{a}\begin{bmatrix} tF & 0 & -tF & 0 \\ 0 & \frac{16Jn^2}{a^2} & 0 & -\frac{16Jn^2}{a^2} \\ -tF & 0 & tF & 0 \\ 0 & -\frac{16Jn^2}{a^2} & 0 & \frac{16Jn^2}{a^2} \end{bmatrix},$$

матрица жёсткости при трении равна

$$\left[K_{тр}\right] = n\frac{(ks + 2\mu\, tg\,\varphi)\, S\, E_{гр}}{2\,(1-\mu^2)\,a}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}\ .$$

Полученные выражения матриц жёсткости позволяют сравнить энергоёмкость каждого из деформационных процессов. Отношение этих матриц равно

$$m = \frac{(ks + 2\mu tg\varphi)SE_{гр}}{2t(1-\mu^2)FE_c}. \qquad (31)$$

Из выражения (31) видно, что энергия трения примерно в десять раз превосходит энергию растяжения, которая значительно превосходят энергию изгиба. Следовательно, энергия трения, или сила сцепления армирующего материала с грунтом, имеет определяющее значение при расчёте и устройстве армированных грунтовых оснований фундаментов. А значит, в качестве армирующего материала может быть использован нежёсткий материал, имеющий хорошее сцепление с грунтом и с физико-механическими характеристиками в несколько раз превосходящими соответствующие характеристики армируемого грунта.

3. Аналитический метод определения параметров элементов горизонтального армирующего пакета грунтовых оснований фундаментов. При компьютерном объектно-ориентированном моделировании задач указанного класса в каждом частном случае выделяется структурный элемент – пакет, состоящий из нескольких армирующих пленок и грунтового основания. Пакет сверху и снизу ограничен армирующим материалом. Армирующие элементы могут быть и внутри пакета. Грунт между армирующими элементами может быть уплотнен. Количество горизонтальных армирующих элементов, их геометрические и физическо-механические характеристики, а также степень уплотнения грунта внутри армирующего пакета подлежат определению. Необходимые значения этих характеристик всегда превышают соответствующие характеристики грунта в пакете и определяются таким образом, чтобы применение горизонтального пакетного армирования повысило общую несущую способность до необходимого уровня.

Дискретизация всей области существования системы может быть своя, способ задания граничных условий и физико-механические характеристики элементов дискретизованной области определяются на основании экспериментальных данных. А значит, дискретизованная область по своей структуре и свойствам будет неоднородная и нелинейно-деформируемая. В такой постановке решение этой задачи возможно только посредством компьютерного моделирования. Разработан подход для получения приближённого аналитического решения поставленной задачи, сущность которого заключается в построении некоторого условного однородного грунтового основания, по своей несущей способности эквивалентного исходному реальному армированному грунтовому основанию. Такое основание будем называть эквивалентным однородным грунтовым основанием. При заданной внешней нагрузке осадка фундамента на эквивалентном грунтовом основании должна быть равна осадке этого фундамента на исходном армированном грунтовом основании. Следовательно, для обеих систем грунтовых оснований должно выполняться энергетическое условие равновесия системы. Одной из возникающих задач является оценка деформируемости каждого элемента грунтового основания.

На основе результатов компьютерного моделирования реальных задач об осадке плитных фундаментов на однородных грунтовых основаниях были определены необходимые данные для их горизонтального пакетного армирования и построены аналитические соотношения для определения количества горизонтальных армирующих элементов, их геометрических и физическо-механических характеристик, а также степени уплотнения грунта внутри армирующего пакета.

В общем случае рассматривается выделенный объём армированного грунта *V*, для которого при условии эквивалентности его по несущей способности реальному армированному грунтовому основанию плитного фундамента будет иметь место следующее соотношение:

$$(V - nV_{пл})k_{упл}E_{сл} + nV_{пл}E_{пл} = E_{гр}V, \qquad (32)$$

где n – количество армирующих пленок в горизонтальном армирующем пакете, $V_{пл}$ и $E_{пл}$ – объём и модуль упругости армирующей пленки, $k_{упл}$ – коэффициент уплотнения грунта внутри горизонтального армирующего пакета, $E_{сл}$ – модуль деформации малопрочного слоя грунта, $E_{гр}$ – модуль деформации грунтового основания плитного фундамента.

Из (32) следует

$$k_{упл} = \frac{E_{гр}V - nV_{пл}E_{пл}}{(V - nV_{пл})E_{сл}} \text{ или } V_{пл} = \frac{V(E_{гр} - k_{упл}E_{сл})}{n(E_{пл} - k_{упл}E_{сл})}.$$

Полученные формулы были верифицированы методом компьютерного моделирования, и таким образом была показана их практическая приемлемость для оценки способа армирования грунтового основания плитного фундамента горизонтальным армирующим пакетом. Наиболее точное решение поставленной задачи может быть получено методом компьютерного объектно-ориентированного моделирования неоднородных и нелинейных систем деформируемых твёрдых тел.

Заключение. Как показали результаты компьютерного моделирования и соответствующие экспериментальные исследования, несущая способность армированных грунтовых оснований значительно возрастает [7]. Таким образом, использование горизонтально армирующего пакета с уплотненным внутри грунтом определенных размеров позволит иметь существенный экономический эффект и снизить стоимость возводимых зданий и сооружений.

Литература

1. Быховцев, В.Е. Компьютерное объектно-ориентированное моделирование нелинейных систем деформируемых твёрдых тел / В.Е. Быховцев. – Гомель: УО «ГГУ им. Ф. Скорины», 2007. – 219 с.
2. Зенкевич, О. Метод конечных элементов в технике / О. Зенкевич. – М. : Мир, 1975. – 540 с.
3. Партон, В.З. Методы математической теории упругости / В.З. Партон, П.И. Перлин. – М.: Наука, 1981. – 688 с.
4. Цурганова, Л.А. Математическое моделирование деформаций элемента армирования грунтового основания / Л.А. Цурганова // Известия ГГУ им. Ф. Скорины. – 2004. – № 4 (25), С. 69–72.
5. Быховцев, В.Е. Математическое моделирование влияния трения на несущую способность армированного грунта / В.Е. Быховцев // Известия ГГУ им. Ф. Скорины. – 2004. – № 4 (25). – С. 3–6.
6. Цытович, Н.А. Механика грунтов / Н.А. Цытович. – М. : Стройиздат, 1963. – 542 с.

7. Сеськов, В.Е. Рекомендации по армированию песчаных намывных и насыпных оснований / В.Е. Сеськов, В.Е. Быховцев, Ю.В. Феофилов // Минск : ИСиА Госстроя БССР. – 1984. – 12 с.

Гомельский государственный
университет им. Ф. Скорины

Поступила в редакцию 30.05.2013