

Математическая модель оптимизации системы топливоснабжения развивающейся ядерной энергетики

ВИРЦЕР А. Д., КОРЯКИН Ю. И., ЛОКШИН В. Л., ЧЕРНАВСКИЙ С. Я.

УДК 621.039.003:001.75

В последнее время большое развитие получили прогнозные исследования ядерной энергетики. Создан ряд математических моделей [1—5], и опубликованы некоторые результаты исследований [2, 6]. В этих работах система ядерной энергетики (ЯЭ) представляется в виде системы АЭС, а в числе прочих исходных данных используются величины топливной составляющей затрат на производство электроэнергии АЭС, которые принимались вариантно без предварительного исследования.

Несомненно, что топливная составляющая является отражением тех процессов, которые происходят в системе топливоснабжения ЯЭ, и определяется мощностью вводимых предприятий внешнего топливного цикла, их технико-экономическими показателями, динамикой вводов и степенью загрузки предприятий.

Таким образом, для оптимизации системы АЭС необходимо использовать такие значения топливной составляющей затрат на производство электроэнергии, которые отражали бы оптимальные условия развития системы топливоснабжения, либо вместо этого проводить совместную оптимизацию обеих систем.

В связи с этим возникла задача создания математической модели системы топливоснабжения, в дальнейшем именуемой ПВЦ (предприятия внешнего цикла).

Такая модель должна правильно отражать функционирование системы ПВЦ и динамику связанных с ней затрат, через топливную составляющую обеспечивать информацией систему АЭС.

Модель ПВЦ может быть блоком в единой модели ЯЭ, охватывающей системы АЭС и ПВЦ. Она может быть и одной из моделей взаимосвязанной иерархической системы. В этом случае в качестве входной информации модель системы ПВЦ использует информацию о масштабах потребности в ядерном горючем и масштабах перегрузок из ядерных реакторов. Эти данные формируются на верхнем иерархическом уровне — в системе АЭС. Другой массив входных данных — технико-экономические показатели отдельных предприятий, формируемые соответствующими моделями на уровне отдельных предприятий. Выходной информацией модели ПВЦ будут данные о масштабах и времени ввода совокупностей предприятий и оценки

различных видов ядерного горючего, перерабатываемого в системе ПВЦ. Эти оценки в дальнейшем используются на верхнем уровне — в модели АЭС при формировании топливной составляющей.

Следует исходить из следующих основных особенностей подсистемы ПВЦ.

1. Предприятия внешнего топливного цикла — это сложный комплекс взаимосвязанных предприятий, образующих систему, и решения о строительстве (или расширении) той или иной группы предприятий должны приниматься на основании результатов анализа системы ПВЦ, а не на основании изолированного рассмотрения отдельных звеньев или предприятий.

2. В отличие от АЭС в ПВЦ момент производства в любом звене не совпадает с моментом потребления этой продукции в следующем технологическом звене, т. е. все ПВЦ могут работать на соответствующие склады продукции. Возможность накопления материалов связана с необходимостью оптимизировать режим использования мощности предприятий, т. е. оптимизировать не только масштабы и последовательность ввода предприятий, но и степень их загрузки.

В представленной модели учитывается время длительной кампании, необходимое для переработки материала на различных участках внешнего топливного цикла, а также время выдержки облученного горючего на АЭС для снижения его активности и тепловыделения. Учитываются также (но не активизируются) затраты на хранение готовой продукции различных звеньев, в том числе затраты на хранение облученного горючего на АЭС.

Выполненная как одноузловая, модель не предусматривает учет и оптимизацию транспортных затрат.

Выбор места строительства ПВЦ, а также технологических схем предприятий в связи с оптимизацией их параметров является задачей другого иерархического уровня.

Структура системы ПВЦ

Система ПВЦ может быть представлена в виде следующих взаимосвязанных звеньев: горно-обогатительное производство; производство по изотопному, обогащению природного урана,

изготовлению твэлов и переработке отработанных твэлов.

Ядерное горючее, выделенное из отработанных твэлов, при необходимости остается в топливном цикле.

Готовая продукция каждого звена ПВЦ поступает на соответствующий склад, откуда потребляется по мере необходимости. На рис. 1 дан пример схемы ПВЦ, обслуживающих систему АЭС, развивающуюся на трех типах ядерных реакторов, два из которых используют в качестве горючего обогащенный уран, а третий — плутоний [7]. Это могут быть, в частности, тепловой конвертер-сжигатель, тепловой конвертер-наработчик и быстрый реактор-размножитель.

Схема рис. 1 представлена как замкнутая по урановому горючему, однако ее оптимизация позволяет выявить целесообразность применения разомкнутой или замкнутой схемы в различные временные интервалы, т. е. оптимальное время перехода на замкнутую схему.

Из схемы рис. 1 вытекает, что мощность вводимых предприятий может быть меньше потребной, если на складе готовой продукции имеется необходимый запас; но она может быть равна потребному приросту или даже больше. В последнем случае возможны два варианта: в первом — рабочая мощность увеличивается (вплоть до номинальной) в соответствии с ростом

потребности, во втором — вновь введенное предприятие работает с мощностью, превышающей потребность. В этом случае избыток продукции направляется на склад, и использование образующихся резервов может сделать излишним строительство новых предприятий в ряде последующих временных интервалов.

В данной модели оптимизация первого звена осуществляется в целях определения рациональных масштабов общей добычи уранового сырья, в связи с чем учитывается зависимость затрат на добычу от общего количества добываемого сырья. При этом горно-обогадательное производство интерпретируется как источник ядерного горючего, стоимость которого меняется в зависимости от масштабов его потребления.

Для предприятий остальных звеньев характерна тенденция снижения удельных экономических показателей при увеличении единичной мощности. Ее сочетание с возможностью складирования продукции может приводить к ситуациям, когда экономически выгоднее строить крупные предприятия, номинальная мощность которых превышает потребность в данном временном интервале. В таких условиях задача выбора единичной мощности тесно связана с необходимостью определения рационального ее использования в период дальнейшей эксплуатации.

Описание модели

Предлагаемая математическая модель позволяет решать следующие задачи.

1. Определение оптимальной последовательности вводов предприятий в систему ПВЦ в динамике ее развития.
2. Определение оптимальной загрузки введенных предприятий.
3. Определение рационального источника сырья для ядерного горючего.
4. Определение топливной составляющей затрат на ядерное горючее.

В соответствии с постановкой задачи ресурсы урана представлены в виде нескольких условных месторождений с ограниченными запасами, каждое из которых характеризуется различными затратами, связанными со строительством и эксплуатацией горно-обогадательных предприятий. Обозначим через x_l^t , r количество ядерного горючего (в долях изотопа), поступающего в r интервале из l месторождения на склад α^1 .

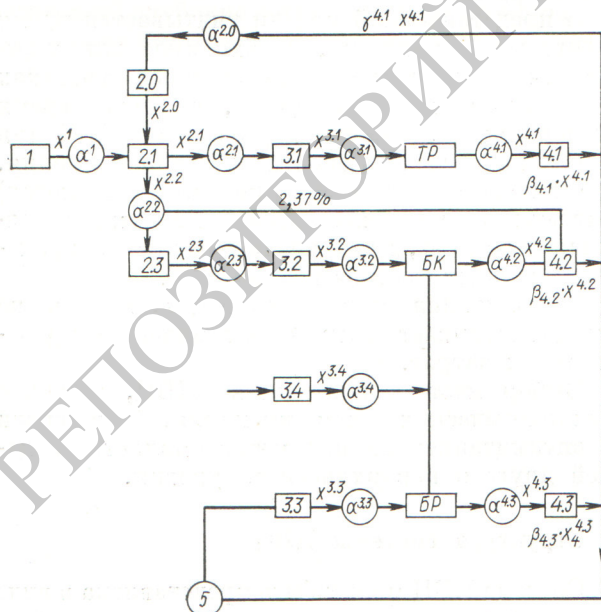


Рис. 1. Схема внешнего топливного цикла для трехкомпонентной структуры АЭС: тепловой реактор (ТР) + быстрый конвертер (БК) + быстрый размножитель (БР).

Для описания остальных звеньев введем следующие обозначения: $x_{\tau, r}^{i, j}$ — рабочая мощность во временном интервале r предприятия i -го звена j -й ступени, введенного в интервале τ .

Для второго и третьего звеньев производительность соответствует выходу готового продукта и выражается в делящихся изотопах.

Мощность предприятия четвертого звена выражается количеством отработавшего горючего, поступающего на переработку в интервале r .

Внутренние связи между отдельными звеньями системы, показанные на рис. 1, могут быть описаны балансовыми уравнениями, отражающими условие неотрицательности запаса материалов на всех промежуточных складах.

Пусть $\alpha_r^{i, j}$ — оставшийся в интервале r запас материалов на i, j -м складе, выраженный в делящихся изотопах. В соответствии со схемой рис. 1 запишем условие неотрицательности запаса на промежуточном складе в интервале r . Учтем также, что прохождение ядерного горючего в предприятиях любого звена связано с затратой времени на переработку.

Тогда для склада 1 можно записать:

$$\sum_{l=1}^L x_{l, r}^1 + \alpha_{r-1}^1 - \alpha_r^1 + \sum_{\tau=1}^r x_{\tau, r}^{2,0} = \sum_{\tau=1}^{r+r^{2,1}} \frac{1}{\omega_{\tau, 2,1}} x_{\tau, r+r^{2,1}}^{2,1} \quad (1)$$

где $r = 1, \dots, R$; L — число различных условных месторождений; $\omega_{\tau, 2,1}$ — коэффициент, учитывающий переработку горючего; $r^{2,1}$ — длительность прохождения материалов на предприятиях типа 2.1.

Аналогично могут быть записаны условия неотрицательности запасов на складах 2.1; 2.2; 2.3; 2.0.

В модели принято, что запасы отвалного урана не ограничены, поэтому условие неотрицательности его запасов на складе отсутствует.

Внешние связи системы ПВЦ определяются изменяющейся во времени потребностью в готовых твэлах (каналах), отпускаемых системе АЭС; количеством выгружаемого из реакторов отработавшего горючего; ресурсами природного урана и дефицитных материалов, потребляемых при переработке горючего.

Первая и вторая группы связей могут быть описаны условиями неотрицательности запасов на внешних складах материалов системы ПВЦ: 3.1; 3.2; 3.3; 3.4; 4.1; 4.2; 4.3.

Совокупность этих соотношений, линейных относительно искомых неизвестных, представляет собой собственно математическую модель изучаемой системы ПВЦ.

В качестве критерия выбраны суммарные приведенные затраты по системе ПВЦ.

Поскольку $x_{\tau, r}^{i, j}$ — мощность предприятия в интервале r , максимальное значение $(x_{\tau, r}^{i, j})_{\max}$, которое принимает эта величина за период от τ до T (т. е. за все время работы предприятия в рамках исследуемого периода), будет представлять собой номинальную мощность предприятия, полностью введенного в интервале τ . Именно на эту величину следует начислить капиталовложения, а также постоянную часть эксплуатационных издержек.

Переменная часть ежегодных издержек, напротив, должна начисляться не на номинальную, а на фактически используемую мощность предприятия $x_{\tau, r}^{i, j}$. В результате оказывается, что функционал (приведенные затраты) представляет собой нелинейную функцию, а поставленная задача сводится к отысканию вектора X с координатами $x_{\tau, r}^{i, j}$, где $\tau = 1, \dots, R$; $r = 1, \dots, R$; $i = 1, \dots, 4$, который минимизирует нелинейный функционал (приведенные затраты) при линейных ограничениях.

С большой степенью достоверности можно принять, что переменная часть ежегодных издержек не зависит от единичной мощности предприятия. Тогда функционал примет вид

$$\Phi = \sum_{i,j} \sum_{r=1}^R \{ [1 + \varepsilon] k_{\tau}^{i,j} (\max x_{\tau, r}^{i,j}) \max x_{\tau, r}^{i,j} + \sum_{r=\tau}^R u_{\tau}^{i,j} x_{\tau, r}^{i,j} \} \quad (2)$$

Функционал (2) является нелинейным относительно переменных $x_{\tau, r}^{i,j}$.

Пусть $y_{\tau}^{i,j} = \max_{\tau \leq r \leq R} x_{\tau, r}^{i,j}$ — полная установленная мощность предприятия, введенная в году τ . Тогда функционал (2) можно записать в следующем виде:

$$\Phi = \sum_{i,j} \sum_{\tau=1}^R \{ [1 + \varepsilon] k_{\tau}^{i,j} (y_{\tau}^{i,j}) y_{\tau}^{i,j} + \sum_{r=\tau}^R u_{\tau}^{i,j} x_{\tau, r}^{i,j} \} \quad (3)$$

Функционал (3) является возрастающей функцией от $y_{\tau}^{i,j}$ при фиксированных значениях $x_{\tau, r}^{i,j}$.

* Круглые скобки здесь и далее применяются для выделения аргумента функции.

Вводя дополнительные переменные $z_{\tau, r}^{i, j}$, которые отражают величину введенной в году τ , но не используемой в году r мощности предприятия i -го звена j -й ступени, и дополнительные ограничения типа

$$\left. \begin{aligned} x_{\tau, 1} + z_{\tau, 1} &= x_{\tau, 2} + z_{\tau, 2}; \\ x_{\tau, 1} + z_{\tau, 1} &= x_{\tau, 3} + z_{\tau, 3}; \\ &\dots \dots \dots \\ x_{\tau, 1} + z_{\tau, 1} &= x_{\tau, R} + z_{\tau, R} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

при $x_{\tau, r} \geq 0$ и $z_{\tau, r} \geq 0$, приходим к задаче, в которой функционал принимает вид

$$\Phi = \sum_{i, j} \sum_{\tau=1}^R \{ [1 + \varepsilon] k_{\tau, 0}^{i, j} (x_{\tau, r}^{i, j} + z_{\tau, r}^{i, j}) [x_{\tau, r}^{i, j} + z_{\tau, r}^{i, j}] + \sum_{r=\tau}^R u_{\tau}^{i, j} x_{\tau, r}^{i, j} \} \quad (5)$$

при линейных ограничениях (1) и дополнительных ограничениях (4).

Функционал (5) по-прежнему является нелинейным относительно переменных x и z . Функция $K(y_{\tau}^{i, j}) = k_{\tau, 0}^{i, j} (y_{\tau}^{i, j}) \cdot y_{\tau}^{i, j}$ представляет собой зависимость суммарных капиталовложений от установленной мощности предприятия. Известно, что $K(y)$ возрастает с ростом установленной мощности y , но скорость возрастания убывает с ростом y , т. е. $K(y)$ представляет собой вогнутую функцию от y . Следовательно [3], функционал (5) представляет собой вогнутую функцию переменных $x_{\tau, r}^{i, j}$ и $z_{\tau, r}^{i, j}$, определенную на выпуклом множестве, образованном системой линейных ограничений (1) и (4). Известно также [8], что минимум вогнутой функции на выпуклом множестве достигается в крайних точках этого множества. Таким образом, в процессе решения задачи будут интересоваться только крайние точки, в одной из которых и должен находиться минимум функционала. Можно показать, что решение задачи с функционалом (5) при ограничениях (1) и (4) (задача В) является одновременно решением для исходной задачи А с функционалом (2) при ограничениях (1). Однако для решения задачи В возможно применение метода линейного программирования. Ниже описываются два метода получения оптимального плана.

Следующая процедура позволяет организовать направленный поиск той вершины из множества вершин, в которой функционал принимает минимальное значение.

Опуская индексы для любых значений i, j, τ, r , заменим функцию $K(y)$ некоторой константой k . Тогда из (5) получим линейный

функционал

$$L_0 = \sum_{i, j} \sum_{\tau=1}^R \{ [1 + \varepsilon] k_{\tau, 0}^{i, j} [x_{\tau, r}^{i, j} + z_{\tau, r}^{i, j}] + \sum_{r=\tau}^R u_{\tau}^{i, j} x_{\tau, r}^{i, j} \}. \quad (6)$$

Решая эту линейную задачу при прежних ограничениях, получим оптимальный план X_0, Z_0 . На кривых $K(y)$ находим новые значения коэффициентов k_1 и, подставляя их в (6) вместо k_0 , получим функционал L_1 , оптимальный план для которого будет X_1, Z_1 . Снова по кривым $K(y)$ найдем новые значения коэффициентов k_2 и подставим их в L_1 вместо k_1 , а затем решим новую линейную задачу и т. д.

На n -м шаге получим функционал L_n и оптимальный план X_n, Z_n .

Алгоритм таков, что справедливо выражение

$$L_n(X_{n-1}, Z_{n-1}) = \Phi(X_{n-1}, Z_{n-1}),$$

где $\Phi(X_{n-1}, Z_{n-1})$ — функционал нелинейной задачи.

Как показали расчеты, для набора крайних точек X_n, Z_n выполняется следующее соотношение: $\Phi(X_1, Z_1) \geq \Phi(X_2, Z_2) \geq \dots \geq \Phi(X_s, Z_s)$, причем при некотором s : $X_s = X_{s+1}, Z_s = Z_{s+1}$ и соответственно $\Phi(X_s, Z_s) = \Phi(X_{s+1}, Z_{s+1})$.

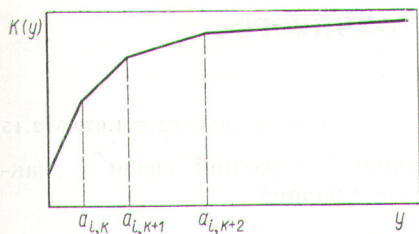
Поэтому план X_s является наилучшим из всех пройденных, начиная с X_0 . Изменив исходную точку k_0 , последовательно получим лучшие точки из всех пройденных.

Расчеты показали, что план, идентичный предыдущему, получается после 3–4 итераций.

Направленный поиск крайней точки из множества вершин, в которой функционал принимает минимальное значение, может быть также осуществлен с помощью другой процедуры, с известной точки зрения упрощающей технологию расчетов. Для реализации этой процедуры нелинейную зависимость суммарных капиталовложений в предприятие от его установленной мощности $K(y)$ аппроксимируем ломаной линией (рис. 2).

К принятым ранее ограничениям типа $AX = b$ и $X \geq 0$ добавим ограничения на переменные, например, типа $a_{i, k} \leq x_i \leq a_{i, k+1}$.

При этих ограничениях исходная задача сводится к линейной. Задавшись некоторым исходным планом $X^{(0)}, Z^{(0)}$, для которого каждый отрезок $[a_{i, k}, a_{i, k+1}]$ содержит соответствующую переменную $(X_0)_i$, и решив линейную задачу с учетом новых ограничений, получим



Р и с. 2. Зависимость полных капиталовложений в предприятия внешнего топливного цикла от их мощности.

некоторый оптимальный план

$$X^{(1)}, Z^{(1)}, \text{ где } X^{(1)} = \{x_i^{(1)}\}, Z^{(1)} = \{Z_i^{(1)}\}.$$

Если некоторые переменные нового плана выходят на границу своего отрезка $[a_{i,k}, a_{i,k+1}]$, например во вновь полученном плане некоторая переменная $x_i^1 = a_{i,k+1}$, в таком случае для этой переменной вводят новые ограничения $a_{i,k+1} \leq x_i \leq a_{i,k+2}$ и решают новую линейную задачу с учетом вновь принятых ограничений на переменные. Функционал Φ_2 , полученный в результате второй итерации, необходимо меньше функционала Φ_1 , соответствующего оптимальному плану X_1, X_2 первой итерации. Граничная точка a_{k+1} относится к первому и второму отрезкам. Следовательно, оптимальное решение, полученное во второй итерации, будет лучшим для обоих отрезков значений переменных.

Таким образом, поскольку каждое вновь получаемое решение является лучшим, в результате некоторого числа итераций может быть найдено решение, наилучшее из всех пройденных.

Ниже будет показано, что в тех случаях, когда по каким-либо практическим соображениям имеется возможность заранее задать принципиальный характер изменения загрузки предприятия, можно решать аналогичные задачи при существенно меньшем количестве переменных и ограничений. При этом о характере изменения загрузки введенного предприятия достаточно знать, работает ли оно в течение всей эксплуатации с неубывающей или невозрастающей производительностью.

Примем для определенности, что введенное в интервале τ предприятие работает в дальнейшем с неубывающей производительностью.

Обозначим приращение в интервале рабочей мощности предприятия i -го звена j -й ступени, введенного в интервал, через $v_{\tau, r}^{i, j}$.

Тогда рабочая мощность (производительность) предприятия в интервале τ запишется так:

$$x_{\tau, \tau}^{i, j} = v_{\tau, \tau}^{i, j}, \quad (7)$$

в интервале $\tau + 1$ она выразится $x_{\tau, \tau+1}^{i, j} = v_{\tau, \tau}^{i, j} + v_{\tau, \tau+1}^{i, j}$.

Рабочая мощность в интервале r предприятия, введенного в интервале τ , выразится следующим образом:

$$x_{\tau, r}^{i, j} = \sum_{s=\tau}^r v_{\tau, s}^{i, j}. \quad (8)$$

Из (8) следует, что

$$\max_{\tau \leq r \leq R} x_{\tau, r}^{i, j} = x_{\tau, R}^{i, j}. \quad (9)$$

Соотношения (8) и (9) после подстановки в ограничения задачи и функционал позволяют обойтись без ограничений (4), что существенно уменьшает размерность задачи без потери достаточно хороших планов.

Для опробования разработанной модели в 1971 г. проведена серия расчетов на БЭСМ-4, задачей которых являлась проверка работоспособности модели и ее отладка.

Расчеты подтвердили работоспособность модели, размерность которой для цели опробования ограничивалась 60 уравнениями и 136 неизвестными. Время счета составляло около 5 мин.

Таким образом, для прогнозирования развития ядерной энергетики разработана математическая модель системы предприятий внешнего топливного цикла, позволяющая осуществлять комплексную оптимизацию — развивающейся системы ядерной энергетики с учетом влияния подсистемы предприятий внешнего топливного цикла.

Поступила в Редакцию 14/I 1974 г.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Доллежал Н. А. и др. «Атомная энергия», 1974, т. 31, вып. 3, с. 187.
2. Деониги Д. «Атомная техника за рубежом», 1974, № 4, с. 3.
3. Франковский В. Доклад на совещании специалистов по прогнозированию развития ядерной энергетики стран — членов СЭВ. Варшава, 21—24 марта 1972 г.
4. Вирцер А. Д., Левенталь Г. Б., Чернавский С. Я. «Атомная энергия», 1972, т. 33, вып. 6, с. 955.
5. Браилов В. П. «Атомная энергия», 1972, т. 32, вып. 5, с. 401.
6. Боболович В. Н. и др. «Атомная энергия», 1974, т. 36, вып. 4, с. 251.
7. Батов В. В., Корякин Ю. И. Экономика ядерной энергетики. М., Атомиздат, 1969.
8. Хедли Дж. Нелинейное и динамическое программирование. Пер. с англ. М., «Мир», 1967.