

УДК 57.045:631.559:581.526.45(282.247.321.7)

Математическая модель влияния метеорологических условий на урожайность луговых экосистем поймы р. Сож

Н.М. ДАЙНЕКО, В.И. МИРОНЕНКО, В.В. МИРОНЕНКО

На основании многолетних данных урожайности луговых экосистем *Poo-Festucetum pratensis*, представленных первым автором, и метеоданных Гомельского областного метеоцентра построена математическая модель определения урожайности по метеоданным за май–июнь текущего года.

Ключевые слова: урожайность, экосистема, математическая модель, условия.

Based on the amount of precipitation on the long-term data on the productivity of meadow ecosystems *Poo-Festucetum pratensis* given by the first author and the data of meteorological service of Gomel region the mathematical model was built for determining the productivity of this system by meteorological data for may–june of the current year.

Keywords: yield, ecosystem, mathematical model, conditions.

Введение. Современные научные исследования невозможно представить без использования математического аппарата и компьютерной техники. В предлагаемой статье авторы применили математический аппарат для разработки моделей функционирования луговых экосистем.

Луга в Республике Беларусь занимают 3289,1 тыс. га или 15,8 % ее территории. Площадь материковых лугов составляет 3116,4 тыс. га или 94,8 %, пойменных – 169,7 тыс. га или 5,2 % [1].

Пойменные луга являются наиболее ценными кормовыми угодьями, растительность которых используется для заготовки сена, сенажа, травяной муки, а также для выпаса сельскохозяйственных животных. Кроме этого, луговая растительность является источником лекарственных, эфиромасличных, пищевых, медоносных и декоративных растений. Луга имеют также важное эстетическое и рекреационное значение, являются прекрасным местом отдыха для человека. Наиболее ценными в поймах рек являются луговые экосистемы центральной поймы среднего уровня. В этих условиях наиболее часто на больших площадях представлены луговые сообщества, относящиеся к ассоциации *Poo-Festucetum pratensis*, союза *Festucion pratensis*, порядка *Arrhenatheretalia*, класса *Molinio-Arrhenatheiretea*. Они распространены в поймах рек юго-востока Беларуси [2]–[6], северо-востока Украины [7], [8] и Центральной России [9], [10].

Изменение растительных сообществ климатических факторов происходит очень быстро. Поэтому они являются надежными индикаторами нарушения окружающей природной среды. При этом изменение растительных сообществ идет гораздо быстрее, чем отдельных видов.

Устойчивое использование и сохранение видового, ценопопуляционного, фитоценотического и синтаксономического разнообразия луговых экосистем пойм, их продуктивности и качества как кормовых угодий возможно только на основе анализа результатов многолетних стационарных исследований.

Построение математических моделей функционирования луговых экосистем, учитывающих тип ЭФС, является одним из наиболее перспективных методов их исследования. Без построения динамических математических моделей практически невозможен качественный анализ процессов развития фитопопуляций. Математические модели реальных систем позволяют дать экспериментатором теоретическую «путеводную нить», не позволяют «утонуть» в море биологических разрозненных фактов.

При исследовании фитопопуляций наибольшее распространение получили математические методы, основанные на моделях в виде дифференциальных и разностных уравнений. Такие математические модели позволяют наиболее точно и адекватно описывать реальную динамику фитопопуляций. Развитие биологии связано с ее превращением из описательной

науки в науку точную, стоящую на прочном теоретическом фундаменте общих законов, выраженной в количественной форме. В связи с этим актуальность математического моделирования динамики луговых экосистем очевидна.

Материалы и методика исследований. Анализ литературных данных [2]–[8] показал, что в условиях юго-востока Республики Беларусь в поймах рек наиболее часто встречаются и занимают большие площади луговые экосистемы ассоциации *Poo-Festucetum pratensis* союза *Festucion pratensis*, порядка *Arrhenatheretalia*, класса *Molinio-Arrhenatheretea* системы синтаксонов Браун-Бланке.

Предметом наших многолетних стационарных исследований в пойме р. Сож были луговые экосистемы, относящиеся к ассоциации *Poo-Festucetum pratensis* Sapegin 1987 [11].

Луговая экосистема на повышенной равнине правобережной центральной поймы р. Сож в районе д. Поколюбичи Гомельского района характеризуется аллювиально-луговой связносупесчаной почвой с невысоким содержанием гумуса (2,4 %), сильнокислой (рН 4,1), бедной подвижными формами фосфора и калия (0,8 и 1,9 мг на 100 г почвы соответственно) почвой. Она изучалась нами на протяжении 1987–2000 гг.

Травостой луговой экосистемы пепельно-зеленый от вегетативных органов растений и соцветий злаков с желтыми вкраплениями соцветий лядвенца рогатого (*Lotus corniculatus*), лютика едкого (*Ranunculus acris*), белыми – подмаренника мареновидного (*Galium rubioides*). Проективное покрытие травостоя колебалось от 70 до 80 %, высота – от 30 (70) до 50 (90) см. Основу травостоя составляли содоминанты: овсяница луговая (*Festuca pratensis*) и мятлик луговой (*Poa pratensis*), а также постоянные виды – кострец безостый (*Bromopsis inermis*), тимopheевка луговая (*Phleum pratense*), лядвенец рогатый (*Lotus corniculatus*), одуванчик лекарственный (*Taraxacum officinale*), шавель пирамидальный (*Rumex thyrsoiflorus*) и др.

Результаты исследований и их обсуждение. Будем рассматривать устойчивую экосистему *Poo-Festucetum pratensis* в пойме реки Сож, на которую человек воздействует только регулярными сенокосениями. Поставим задачу построить модель, которая позволила бы определить урожайность этой системы в данном n-ом году. При построении этой модели будем использовать многолетние данные полученные на кафедре ботаники и физиологии растений, и метеоданные, представленные метеослужбой Гомельской области.

По данным, представленным Гомельским областным центром, строим таблицу 1.

Таблица 1 – Среднемесячная температура воздуха и сумма осадков по данным Гомельского областного центра по гидрометеорологии и мониторингу окружающей среды, Гомель

Годы	Температура						Осадки					
	апрель	май	июнь	июль	август	сентябрь	апрель	май	июнь	июль	август	сентябрь
2006	8,4	13,6	18,2	20,4	19,0	14,7	32,0	86,0	136,0	44,0	173,0	45,0
2008	10,4	13,8	17,6	20,4	20,2	13,0	60,0	52,0	24,0	76,0	72,0	47,0
2009	9,3	14,0	18,5	20,3	17,3	15,6	6,0	80,0	132,0	233,0	50,0	19,0
2010	9,8	17,5	21,1	24,5	23,5	13,6	14,7	90,3	35,9	125,3	24,0	60,0
2011	9,1	15,4	20,2	21,9	18,8	13,8	22,6	60,8	86,3	98,6	64,4	22,7
2012	10,0	16,9	17,6	22,2	19,1	14,4	35,1	57,9	114,7	111,7	82,7	40,2
2013	8,9	18,1	20,7	19,6	19,1	12,1	37,0	34,0	76,0	35,0	37,0	77,0
2014	10,2	16,1	17,0	21,7	19,9	14,4	16,0	116,0	74,0	65,0	89,0	14,0
2015	8,4	14,9	19,4	20,0	21,1	16,1	13,2	76,4	71,5	69,3	6,4	48,6
2016	10,0	15,4	19,4	21,2	19,8	14,0	53,3	88,2	46,2	54,6	73,6	18,4
2017	8,1	13,4	17,7	18,5	20,3	14,8	16,9	31,2	43,5	115,2	57,9	28,9
2018	11,0	18,4	19,2	20,3	20,9	16,5	19,1	20,6	67,6	186,0	67,7	68,5
2019	10,1	16,4	23,0	18,1	18,5	13,8	15,7	35,2	44,3	118,6	35,4	52,6

Эта таблица позволяет нам построить следующую таблицу отклонений температуры и осадков от их среднемесячных значений.

Таблица 2 – Отклонения температуры и осадков от среднемесячных значений

Годы	Δt_a , апрель	Δt_m , май	Δt_i , июнь	Δh_a , апрель	Δh_m , май	Δh_i , июнь
2006	-0,9	-2,2	-1,0	6,0	22,4	64,2
2007	-2,1	1,2	0,5	-4,0	-1,6	-18,8
2008	1,1	-2,0	-1,6	34,0	-11,6	-47,8
2009	0,0	-1,8	-0,7	-20,0	16,4	60,2
2010	0,5	1,7	1,9	-11,3	26,7	-35,9
2011	-0,2	-0,4	1,0	-3,4	-2,8	14,5
2012	0,7	1,1	-1,6	9,1	-5,7	42,9
2013	-0,4	2,3	1,5	11,0	-29,6	4,2
2014	0,9	0,3	-2,2	-10,0	52,4	2,2
2015	-0,9	-0,9	0,2	-12,8	12,8	-0,3
2016	0,7	-0,4	0,2	27,3	24,6	-25,6
2017	-1,2	-2,7	-1,5	-9,1	-32,4	-28,3
2018	1,7	2,6	0,0	-6,9	-43,0	-4,2
2019	0,8	0,6	3,8	10,3	-28,4	-27,5
Средние за месяц	9,35	15,78	19,24	25,58	13,61	71,79

Многолетние данные, представленные Н.М. Дайнеко, содержатся в таблице 3.

Таблица 3 – Динамика урожайности луговой экосистемы ассоциации Poо-Festucetum pratensis поймы р. Сож за 2006–2019 гг.

Виды растений	Годы													
	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Овсяница луговая a_n	17,7	11,4	12,3	17,4	13,3	12,8	16,9	10,4	12,1	8,4	10,4	9,1	13,4	9,5
Мятлик луговой m_n	12,9	8,8	9,9	14,1	10,6	9,1	13,2	7,9	8,6	5,3	6,5	6,5	9,6	6,8
Прочие виды p_n	6,4	5,3	6,0	7,0	5,2	4,8	6,7	9,4	10,5	8,8	9,5	8,7	9,8	9,3
Всего	37,0	25,5	28,2	38,5	29,1	26,7	36,8	27,7	31,2	22,5	26,4	24,3	32,8	25,6

По данным таблицы 3 строим следующие таблицы.

Таблица 4 – Овсяница луговая (средняя урожайность 12.5)

	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Урожай a_n	17,7	11,4	12,3	17,4	13,3	12,8	16,9	10,4	12,1	8,4	10,4	9,1	13,4	9,5
Отклонение Δa_n	5,2	-1,1	-0,2	4,9	0,8	0,3	4,4	-2,1	-0,4	-4,1	-2,1	-3,4	0,9	-3,0
b_n		-0,06	-0,02	-0,4	0,05	0,02	0,34	-0,12	-0,12	-0,34	-0,25	-0,33	0,1	-0,02

Таблица 5 – Мятлик луговой (средняя урожайность 9.5)

	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Урожай m_n	12,9	8,8	9,9	14,1	10,6	9,1	13,2	7,9	8,6	5,3	6,5	6,5	9,6	6,8
Отклонение Δm_n	3,4	-0,7	0,4	4,6	1,1	-0,4	3,7	-1,6	-0,9	-4,2	-3,0	-3,0	0,1	-2,7
b_n		0,05	0,05	0,46	0,08	-0,04	0,41	-0,12	-0,11	-0,46	-0,57	-0,46	0,02	-0,28

Таблица 6 – Прочие виды (средняя урожайность 7.7)

	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Урожай P_n	6,4	5,3	6,0	7,0	5,2	4,8	6,7	9,4	10,5	8,8	9,5	8,7	9,8	9,9
Отклонение Δp_n	-1,3	-2,4	-1,7	-0,7	-2,5	-2,9	-1,0	1,7	2,8	1,1	1,8	1,0	2,1	1,6
b_n		-0,37	-0,32	-1,17	3,57	-0,56	-0,02	0,03	0,03	0,01	0,02	0,01	0,03	0,02

Данные, содержащиеся в указанных таблицах, позволят решить поставленную задачу. Мы сознательно не учитываем метеоданных за июль–август–сентябрь, так как при построении прогнозируемых урожайностей не будем ими располагать.

Будем также считать, что отклонения по урожайности видов вызваны в основном отклонениями в метеоданных от многолетних средних значений. Многолетние средние для каждого вида указаны в соответствующих подписях к таблицам 4, 5, 6. Так, например, для овсяницы луговой это среднее $a = 9,5$.

Отклонение в урожайности овсяницы луговой Δa_n за n -ый год определяется формулой

$$\Delta a_n = (\Delta t_a x_1 + \Delta t_m x_2 + \Delta t_u x_3 + \Delta h_a x_4 + \Delta h_m x_5 + \Delta h_u x_6) a_{n-1},$$

где a_n – средняя урожайность рассматриваемой культуры за n -ый год, a – многолетняя средняя урожайность, $\Delta a_n = a_n - a$ – отклонение урожайности от средней в n -ый год.

Числа x_1, x_2, \dots, x_6 представляют собой веса, приписываемые каждому отклонению от средних метеоданных. Так, например, x_1 – вес отклонения температуры в апреле месяце от многолетней средней температуры, которая известна по данным метеослужб.

Для подсчета отклонения урожайности $\Delta a_n = a_n - a$ в n -ый год будем умножать выражение $(\Delta t_a x_1 + \Delta t_m x_2 + \Delta t_u x_3 + \Delta h_a x_4 + \Delta h_m x_5 + \Delta h_u x_6)$ на урожайность предыдущего года с учётом того, что урожайность a_{n-1} характеризует сохранившуюся корневую систему овсяницы луговой в предыдущий год.

Таким образом, веса x_1, x_2, \dots, x_6 будут определяться из уравнений вида

$$\Delta t_a x_1 + \Delta t_m x_2 + \Delta t_u x_3 + \Delta h_a x_4 + \Delta h_m x_5 + \Delta h_u x_6 = \frac{\Delta a_n}{a_{n-1}} = \frac{a_n - a}{a_{n-1}} =: b_n.$$

Построим таблицу для столбцов b , где $b^T = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ – столбец, записанный в строку.

В матричном виде, при условии, что данные берутся за какие-либо шесть лет, уравнение $Ax = b$ позволяет определить веса x , если, конечно, матрица A не вырождена, т. е., если ее определитель не равен нулю. При этом столбец b записан в таблицах 4–6 в виде строки. Каждая строка в соотношении $Ax = b$ соответствует одному году.

При практическом осуществлении процедуры вычислений на компьютере разумно предварительно сформировать следующую таблицу (таблица 7).

Таблица 7 – Для расчётов

Годы	Температура			Осадки			b_n овсяницы	b_n мятлика	b_n прочих
	Δt_a , апрель	Δt_m , май	Δt_u , июнь	Δh_a , апрель	Δh_m , май	Δh_u , июнь			
2006	-0,9	-2,2	-1,0	6,0	22,4	64,2	–	–	–
2007	-2,1	1,2	0,5	-4,0	-1,6	-18,8	-0,06	0,05	-0,37
2008	1,1	-2,0	-1,6	34,0	-11,6	-47,8	-0,02	0,05	-0,32
2009	0,0	-1,8	-0,7	-20,0	16,4	60,2	-0,4	0,46	-1,17
2010	0,5	1,7	1,9	-11,3	26,7	-35,9	0,05	0,08	3,57
2011	-0,2	-0,4	1,0	-3,4	-2,8	14,5	0,02	-0,04	-0,56

Окончание таблицы 7

2012	0,7	1,1	-1,6	9,1	-5,7	42,9	0,34	0,41	-0,02
2013	-0,4	2,3	1,5	11,0	-29,6	4,2	-0,12	-0,12	0,03
2014	0,9	0,3	-2,2	-10,0	52,4	2,2	-0,12	-0,11	0,03
2015	-0,9	-0,9	0,2	-12,8	12,8	-0,3	-0,34	-0,46	0,01
2016	0,7	-0,4	0,2	27,3	24,6	-25,6	-0,25	-0,57	0,02
2017	-1,2	-2,7	-1,5	-9,1	-32,4	-28,3	-0,33	-0,46	0,01
2018	1,7	2,6	0,0	-6,9	-43,0	-4,2	0,1	0,02	0,03
2019	0,8	0,6	3,8	10,3	-28,4	-27,5	-0,02	-0,28	0,02
Средние за месяц	9,35	15,78	19,24	25,58	13,61	71,79	–	–	–

Используя строки, соответствующие годам 2008–2013, получим серию $x_{11}, x_{21}, \dots, x_{61}$. Строки, соответствующие годам 2014–2019, позволяют определить вторую серию $x_{12}, x_{22}, \dots, x_{62}$.

Усреднив их, получим

$$x_1 = \frac{x_{11} + x_{12}}{2} = -1.15; x_2 = \frac{x_{21} + x_{22}}{2} = -0.14; x_3 = \frac{x_{31} + x_{32}}{2} = 0.18;$$

$$x_4 = \frac{x_{41} + x_{42}}{2} = 0.12; x_5 = \frac{x_{51} + x_{52}}{2} = 0.08; x_6 = \frac{x_{61} + x_{62}}{2} = 0.03.$$

Таким образом, установлена формула для определения урожайности овсянки в виде:

$$a_n = 12.5 + (-1.15\Delta t_a - 0.14\Delta t_m + 0.18\Delta t_u + 0.12\Delta h_a + 0.08\Delta h_m + 0.03\Delta h_u)a_{n-1}. \quad (1)$$

Аналогично получаем формулы для вычисления урожайности мятлика лугового:

$$m_n = 9.5 + (1.27\Delta t_a - 0.47\Delta t_m + 0.01\Delta t_u - 0.04\Delta h_a - 0.03\Delta h_m + 0.03\Delta h_u)m_{n-1}, \quad (2)$$

и прочих культур:

$$p_n = 7.7 + (-1.22\Delta t_a + 0.26\Delta t_m - 0.46\Delta t_u - 0.29\Delta h_a - 0.02\Delta h_m - 0.03\Delta h_u)p_{n-1}. \quad (3)$$

Формулы (1), (2), (3) не могут быть использованы непосредственно при построении прогнозов урожайности в июне текущего n -го года, поскольку метеоданные по Δt_u и Δh_u за июнь ещё не будут известны. Поэтому мы заменим в этих формулах Δt_u и Δh_u средними $\overline{\Delta t_u}$ и $\overline{\Delta h_u}$ соответственно за предыдущие пять лет. Мы рассматриваем пятилетний, а не больший, период, так как в последние годы климат сильно менялся. Получаем следующие формулы для построения прогноза урожайностей.

– овсянка: $a_n = 12.5 + (-1.15\Delta t_a - 0.14\Delta t_m + 0.18\overline{\Delta t_u} + 0.12\Delta h_a + 0.08\Delta h_m + 0.03\overline{\Delta h_u})a_{n-1};$

– мятлик луговой: $m_n = 9.5 + (1.27\Delta t_a - 0.47\Delta t_m + 0.01\overline{\Delta t_u} - 0.04\Delta h_a - 0.03\Delta h_m + 0.03\overline{\Delta h_u})m_{n-1};$

– прочие культуры: $p_n = 7.7 + (-1.22\Delta t_a + 0.26\Delta t_m - 0.46\overline{\Delta t_u} - 0.29\Delta h_a - 0.02\Delta h_m - 0.03\overline{\Delta h_u})p_{n-1}.$

Здесь Δt_a , Δt_m и Δh_a , Δh_m – среднемесячные данные за апрель и май текущего года, а $\overline{\Delta t_u}$ и $\overline{\Delta h_u}$ – средние данные по июню за предыдущие пять лет.

Заключение. Результаты исследований могут быть применены при решении задач прогнозирования продуктивности рассмотренных луговых экосистем, при разработке математических моделей, учитывающих влияние природных и антропогенных факторов на долгосрочное функционирование луговых экосистем. Предложенные математические модели могут быть использованы в учебном процессе вузов по дисциплинам математического и биологического профилей.

Литература

1. Нацыянальны атлас Беларусі. – Мінск : Белкартаграфія, 2002. – 292 с.
2. Сапегин, Л. М. Пойменные луга р. Птичи / Л. М. Сапегин // Ботаника : сб. науч. ст. – Минск : Наука и техника, 1969. – Вып. 11. – С. 18–27.

3. Сапегин, Л. М. Пойменные луга юго-востока БССР, их рациональное использование, улучшение и охрана / Л. М. Сапегин. – Минск : Университетское, 1985. – 100 с.
4. Юркевич, И. Д. Геоботаническая структура и биологическая продуктивность пойменных лугов : по исследованиям поймы р. Березины / И. Д. Юркевич, Н. А. Буртыс, С. Р. Бусько. – Минск : Наука и техника, 1981. – 230 с.
5. Юркевич, И. Д. Эколого-фитоценотический анализ луговой растительности поймы Днепра / Е. А. Круганова, Н. А. Буртыс // Ботаника. – Минск : Наука и техника, 1969. – Вып. 11. – С. 3–18.
6. Юркевич, И. Д. Луга правобережной поймы р. Припяти (Дерновичский участок) / Е. А. Круганова, Н. И. Петручук // Ботаника. – Минск : Наука и техника, 1971. – Вып. 13. – С. 3–14.
7. Афанасьев, Д. Я. Заплавні луки поліського Дніпра, їх поліпшення і раціональне використання / Д. Я. Афанасьев. – Київ : Вид-во АН УРСР, 1959. – 272 с.
8. Афанасьев, Д. Я. Природні луки УРСР / Д. Я. Афанасьев. – Київ : Наукова думка, 1968. – 255 с.
9. Природные сенокосы и пастбища / В. А. Бориневич [и др.] ; под ред. И. В. Ларина. – М.–Л., 1963. – 549 с.
10. Работнов, Т. А. Влияние минеральных удобрений на луговые растения и луговые фитоценозы / Т. А. Работнов. – М. : Наука, 1973. – 179 с.
11. Сапегин, Л. М. Структура и функционирование луговых экосистем (экологический мониторинг) / Л. М. Сапегин, Н. М. Дайнеко. – Гомель : УО «ГГУ им. Ф.Скорины», 2002. – 201 с.

Гомельский государственный
университет им. Ф. Скорины

Поступила в редакцию 16.09.2020