

## Замедление и диффузия нейтронов на основе $P_2$ -приближения

КОЗАЧОК И. А., КУЛИК В. В., ПИРОГОВ В. И.

УДК 539.125.523.34

В работе [1] было показано, что использование  $P_2$ -приближения метода сферических гармоник в задачах о замедлении нейтронов приводит к существенному улучшению результатов по сравнению с  $P_1$ -приближением. В работе [2] путем численных расчетов для постоянных сечений установлено, что так называемое  $P_2^{\bar{\xi}^2}$ -приближение является большим шагом вперед по сравнению с возрастным приближением. В работах [3, 4] получено уравнение замедления нейтронов на основе  $P_2$ -приближения с учетом переменных сечений. Это уравнение хорошо описывает распределение замедленных нейтронов в среде произвольного состава, в том числе и водородсодержащей среде [4]. Например, для плоского моноэнергетического источника единичной мощности уравнение имеет вид

$$\frac{\partial \chi_0}{\partial \tau} - \lambda_s^2 \frac{\partial^2 \chi_0}{\partial \tau^2} - \frac{\partial^2 \chi_0}{\partial z^2} = \delta(z) \delta(\tau). \quad (1)$$

Его решением для бесконечной однородной среды является функция

$$\chi_0(z, u) = \frac{1}{2\pi\lambda_s} e^{\frac{\tau}{2\lambda_s^2}} K_0 \left( \frac{1}{2\lambda_s} \sqrt{z^2 + \frac{\tau^2}{\lambda_s^2}} \right). \quad (2)$$

Здесь  $\chi_0(z, u) = \xi(u) \psi_0(z, u)$ , где  $\psi_0(z, u)$  — плотность столкновений замедленных до летаргии  $u$  нейтронов на расстоянии  $z$  от источника;  $K_0(x)$  — функция Бесселя мнимого аргумента;  $\tau = \theta(u) - \theta_0$ ;  $\theta(u)$  — фермиевский возраст нейтронов;  $\theta_0 = \langle \theta' (2\alpha + \beta) \rangle$ ;  $\lambda_s^2 = \langle \theta' (\alpha + \beta + \gamma) \rangle$ ;

$$\theta^1 = \frac{l_s^2}{3\xi(1-\mu)}; \quad \alpha = \frac{4}{5} \frac{\xi}{1-f_0^{(0)}}; \quad \beta = -\frac{f_1^{(1)}}{1-\mu}; \quad \gamma = \frac{\bar{\xi}^2}{2\xi};$$

(символ  $\langle \rangle$  означает усреднение на интервале замедления);  $l_s(u)$  — свободный пробег нейтронов;  $f_n^k(u) = \sum_M f_{nM}^k l_s^k(u) / l_{sM}(u)$  —  $k$ -й момент относительно летаргии  $n$ -й гармоники функции рассеяния, причем  $f_0^{(0)} = 1$ ,  $f_0^{(1)} = \mu$  — средний косинус угла рассеяния;  $f_0^{(1)} = \xi$  — средняя логарифмическая потеря энергии;  $f_0^{(2)} = \bar{\xi}^2$  — средний квадрат логарифмической потери энергии.

Рассмотрим диффузию тепловых нейтронов, возникающих в результате замедления быстрых нейтронов, на основе хорошо разработанной в  $P_2$ -приближении [5—7] односкоростной теории переноса. Это позволит уточнить известное диффузионно-возрастное приближение [7], результаты которого неудовлетворительны для водородсодержащих сред.

Функцией источника тепловых нейтронов служит дифференциальная плотность замедления, которую

в  $P_2$ -приближении можно представить в виде ряда по полиномам Лежандра:

$$q(z, \omega, u, t_h) = \sum_{n=0}^2 \frac{2n+1}{2} P_n(\omega) q_n'(z, u, t_h), \quad (3)$$

где  $\omega$  — косинус угла между направлением движения нейтрона и осью  $z$ . В энергетической асимптотике

$$q_0 = \chi_0 - \gamma \frac{\partial \chi_0}{\partial u}; \quad (4)$$

$$q_1 = -D \frac{f_1^{(1)}}{\xi} \frac{\partial}{\partial z} \left( \chi_0 + \varepsilon \frac{\partial \chi_0}{\partial u} \right); \quad q_2 = 0,$$

где  $D = \frac{l_s}{3(1-\mu)}$ ;  $\varepsilon = \alpha + \beta$ .

Уравнение диффузии тепловых нейтронов в  $P_2$ -приближении имеет вид [6, 7]

$$\frac{d^2 \Phi(z)}{dz^2} - \frac{\Phi(z)}{L^2} = -\frac{f(z)}{\Sigma_a L^2}, \quad (5)$$

где в соответствии с формулами работы [4]

$$f = \chi_0 - \gamma \frac{\partial \chi_0}{\partial u} + c \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left( \chi_0 + \varepsilon \frac{\partial \chi_0}{\partial u} \right); \quad (6)$$

$$c = D \frac{f_1^{(1)}}{\xi} \left[ \frac{1}{\Sigma_{tr}} \left( 1 + \frac{4\Sigma_a}{5\Sigma} \right) \right].$$

Функция  $\Phi(z)$  связана с потоком тепловых нейтронов  $\Phi_0(z)$  соотношением

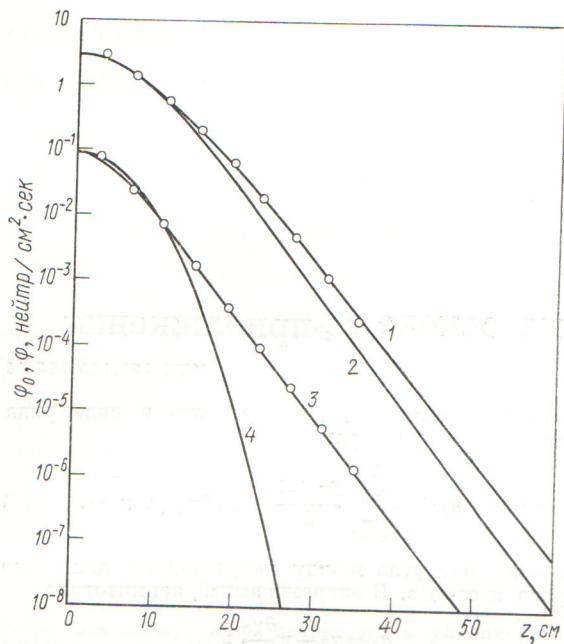
$$\Phi(z) = \left( 1 + \frac{4\Sigma_a}{5\Sigma} \Phi_0 - \frac{4}{5\Sigma} \left( \chi_0 - \gamma \frac{\partial \chi_0}{\partial u} \right) \right). \quad (7)$$

Параметры  $L$ ,  $\Sigma_a$ ,  $\Sigma$  и  $\Sigma_{tr}$  обозначают длину диффузии, сечение поглощения, полное и транспортное сечение соответственно.

Решение уравнения (5) получено в следующем виде:

$$\Phi(z) = \frac{1}{2\Sigma_a L} \left\{ \left( 1 + e^{-\frac{2z}{L}} \int_0^\infty e^{-\frac{z'}{L}} [\chi_0(z'+z, \tau_{th} + F(z'+z, \tau_{th}, \gamma))] dz' + \right. \right.$$

$$\left. + e^{-\frac{2z}{L}} \int_0^{2z} e^{\frac{z}{L}} [\chi_0(z'-z, \tau_{th}) + F(z'-z, \tau_{th}, \gamma)] dz' \right\} -$$



Сравнение вычисленных и экспериментальных значений потока тепловых и надтепловых нейтронов.

○ — эксперимент [9].

$$-\frac{1}{\Sigma_a} F(z, \tau_{th}, 0), \quad (8)$$

где

$$F(z, \tau_{th}, \gamma) = \left[ \frac{c}{L^2} \left( 1 + \frac{\varepsilon \theta'}{2\lambda_s^2} \right) - \frac{\gamma \theta'}{2\lambda_s^2} \right] \chi_0(z, \tau_{th} + \frac{\tau_{th} \theta'}{4\pi \lambda_s^4} \left( \gamma - \frac{\varepsilon c}{L^2} \right) e^{\frac{\tau_{th}}{2\lambda_s^2} \left( z^2 + \frac{\tau_{th}^2}{\lambda_s^2} \right)} \frac{1}{2} \times K_1 \left( \frac{1}{2\lambda_s} \sqrt{z^2 + \frac{\tau_{th}^2}{\lambda_s^2}} \right). \quad (9)$$

Численные расчеты потока тепловых нейтронов  $\varphi_0(z)$  выполнены для источника с начальной энергией  $E_0 = 1 \text{ Мэв}$ , расположенного в воде. Параметры замедления  $\lambda_s^2$  и  $\theta_0$  усреднены по фермиевскому возрасту и равны соответственно 1,796 и 1,468 см<sup>2</sup>; параметры

$l_s, \xi, \bar{\xi}^2, \mu, f_1^{(1)}$  вычислены при энергии 0,025 эв (сечения рассеяния в работе [8]). Для параметров диффузии тепловых нейтронов взяты экспериментальные значения:  $L = 2,714 \text{ см}$ ;  $\Sigma_a = 0,0221 \text{ см}^{-1}$ ;  $\Sigma = 2,690 \text{ см}^{-1}$ ;  $\Sigma_{tr} = 2,049 \text{ см}^{-1}$  [8].

Результаты численных расчетов величины  $\varphi_0(z)$  по формулам (7, 8) приведены на рисунке (кривая 1). Для сравнения приводятся также результаты расчета по диффузионно-возрастной модели (кривая 2). Там же показана зависимость потока  $\varphi(z) = \chi_0(z, u) l_s(u)/\xi(u)$  для нейтронов, замедленных до энергии индиевого резонанса (кривая 3), и соответствующие результаты возрастной теории (кривая 4). Экспериментальные распределения тепловых и «индиевых» нейтронов взяты из работы [9]. Как видно из рисунка, кривые 1 и 3, полученные на основе  $P_2$ -приближения, хорошо соответствуют экспериментальным данным на всех расстояниях от источника.

Отметим, что для сильно замедленных нейтронов функция  $F(z, \tau_{th}, \gamma)$  имеет смысл поправки к основным членам в выражении (8). Так, учет анизотропии функции источника в данном случае слабо отражается на величине потока тепловых нейтронов. Если анизотропию не учитывать [формально  $c = 0$  в формуле (9)], то для  $z = 0$ , например, результат увеличивается на ~0,3%, а для  $z = 60 \text{ см}$  уменьшается на ~1%. Кроме того, в соответствии с соотношением (4) члены в выражении (9), пропорциональные  $\gamma$  и  $\varepsilon$ , тоже слабо влияют на величину потока. Поэтому для упрощения расчетов в формуле (8) можно положить  $F = 0$ . Ошибка в данном случае составляет  $\leq 4\%$ .

Поступило в Редакцию 15/III 1974 г.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Marshak R. «Rev. Mod. Phys.», 1947, v. 19, p. 185.
2. Веселов М. В. В сб.: Вопросы физики защиты реакторов. М., Атомиздат, 1963, с. 89.
3. Козачок И. А. «Доп. АН УРСР», сер. Б, 1968, № 4, с. 328.
4. Козачок И. А., Кулик В. В. «Атомная энергия», 1972, т. 32, вып. 4, с. 307.
5. Румянцев Г. Я. «Атомная энергия», 1961, т. 10, вып. 1, с. 26.
6. Марчук Г. И. и др. В сб.: Теория и методы расчета ядерных реакторов. М., Госатомиздат, 1962, с. 25.
7. Галанин А. Д. Теория гетерогенного реактора. М., Атомиздат, 1971.
8. Гордеев И. В., Кардашев Д. А., Малышев А. В. Ядерно-физические константы. М., Атомиздат, 1963.
9. Кухтевич В. И., Синицын Б. И. «Атомная энергия», 1961, т. 10, вып. 5, с. 521.

## Расчет эффективности сегментных регуляторов и его экспериментальное обоснование

БОЛОВОВ П. А., ОРЛОВА Е. М., РОМОДАНОВ В. Л., ТОПИЛЬСКИЙ Л. Н., ШИШКОВ Л. К.

УДК 621.039.562.24

Одна из актуальных задач расчета реактора — определение эффективности регулирующих элементов сложной формы. Возможно рассмотрение конкретной геометрии, однако разнообразие реальных ситуаций требует создания различных приближенных методов.

В ряде случаев удовлетворительных результатов можно достигнуть с помощью теории возмущений или ее модификаций. Большой интерес представляет возможность экспериментальной проверки того или иного приближения.