

Численные методы решения кинетического уравнения в задачах физики защиты от излучений реактора

ГЕРМОГЕНОВА Т. А.

УДК 621.039.51.12:621.039.538

В последние годы в решении задач физики защиты наряду с инженерными расчетами все большее применение находят вычислительные методы теории переноса. Они позволяют получить подробную и точную информацию о пространственном, угловом и энергетическом распределениях радиационных полей в реакторе и защите. За основу математического описания процесса переноса излучения в защите принимают либо численное моделирование распространения излучения с использованием методов статистической выборки (метод Монте-Карло), либо решение многогрупповых систем, аппроксимирующих кинетические уравнения теории переноса излучения. К настоящему времени развито большое число методов численного решения таких систем. Обзору этих методов и посвящена настоящая работа.

1. Как правило, требуется различная степень точности и детализации описания радиационных полей в различных зонах защиты и реактора. Если для реактора существенны в основном интегральные характеристики типа $K_{эф}$, коэффициент воспроизводства, спектральных распределений потоков и т. п., то для защиты, кроме этого, часто необходимо знать угловые распределения потоков излучения.

Используя теорему об эквивалентности решения краевой задачи для многогрупповых уравнений переноса в полной системе «реактор с защитой» ее решению для отдельных областей этой системы с соответствующими граничными условиями [1], можно свести исходную задачу для системы больших размеров и сложной структуры к нескольким более простым. Для отдельных областей защиты такая краевая задача имеет вид

$$\frac{\partial \mathbf{F}_n}{\partial \Omega} \hat{\Sigma}_n \mathbf{F}_n = \hat{\Sigma}_{n \rightarrow n} \mathbf{F}_n + \mathbf{q}_n; \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{F}_\gamma}{\partial \Omega} + \Sigma_\gamma \mathbf{F}_\gamma = \hat{\Sigma}_{\gamma \rightarrow \gamma} \mathbf{F}_\gamma + \Sigma_{n \rightarrow \gamma} \mathbf{F}_n + \bar{\mathbf{q}}_\gamma; \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_n|_{\text{вход}} &= \tilde{R}_n [\mathbf{F}_n|_{\text{вых}}] + \Phi_n, \quad \mathbf{F}_\gamma|_{\text{вход}} = \\ &= \tilde{R}_\gamma [\mathbf{F}_\gamma|_{\text{вых}}] + \tilde{R}_{n\gamma} [\mathbf{F}_n|_{\text{вых}}] + \Phi_\gamma. \end{aligned}$$

Здесь \mathbf{F}_n и \mathbf{F}_γ — векторы-функции, компоненты которых описывают пространственное и угловое распределения потоков в соответствующих группах; $\hat{\Sigma}_n$ и $\hat{\Sigma}_\gamma$ — диагональные матрицы с элемен-

тами $\Sigma_i(\mathbf{r})$, соответствующими полным сечениям взаимодействия излучения с веществом; $\hat{\Sigma}_{n \rightarrow n}$, $\hat{\Sigma}_{n \rightarrow \gamma}$, $\hat{\Sigma}_{\gamma \rightarrow \gamma}$ — треугольные матрицы с элементами, соответствующими интегральным операторам рассеяния:

$$(\hat{\Sigma} \mathbf{F})_i = \sum_{j=1}^Q \int \Sigma_{ij}(\mathbf{r}, \mu_s) \mathbf{F}(\mathbf{r}, \Omega') d\Omega', \quad \mu_s = \Omega \Omega'.$$

Функции $\Sigma_i(\mathbf{r})$ и $\Sigma_{ij}(\mathbf{r}, \mu_s)$ — кусочно-постоянные функции \mathbf{r} . Элементами матриц \mathbf{R} в (2) являются интегральные коэффициенты отражения (альbedo), а функции Φ_n , Φ_γ описывают излучение, падающее на внешнюю поверхность рассматриваемого объема.

В настоящее время в качестве основных объектов численного решения рассматриваются геометрически одномерные и двумерные задачи, прямые и сопряженные к ним. Успешное развитие алгоритмов и программ решения таких задач и комбинация их с методами Монте-Карло и теорией возмущений для учета трехмерных эффектов позволяют охватить широкий круг практических задач физики защиты.

2. Всякий численный метод решения многогрупповой системы уравнений (1) характеризуется двумя моментами: способом аппроксимации задачи и способом решения возникающей при аппроксимации линейной алгебраической системы высокого порядка.

Успешная аппроксимация может быть осуществлена лишь при понимании и правильном учете качественного поведения и особенностей решения, связанных с разрывами коэффициентов системы (1), и функций, описывающих источники излучения. Именно особенности решения являются причиной осцилляционных эффектов в конечно-разностных методах.

В том случае, когда функции Φ и \mathbf{q} имеют разрывы, они сохраняются лишь в распределении нерассеянной части излучения, а интенсивность рассеянного излучения оказывается гладкой функцией. Особенности интенсивности рассеянного излучения нескольких первых порядков в задачах с сосредоточенными источниками [2] приведены в таблице. По-видимому, наиболее эффективно в таких задачах аналитическое выделение наиболее существенных особенностей.

Особенности первых итераций в задачах с сосредоточенными источниками

| Итерация | Источник | | | | | |
|----------|--|---|--|--|--|--|
| | точный мононаправленный, $\delta(\Omega - \Omega_0) \delta(r - r_0)$ | точный распределенный, $\delta(r - r_0)$ | линейный мононаправленный, $\delta(\Omega - \Omega) \delta(x) \delta(y)$ | линейный распределенный, $\delta(x) \delta(y)$ | плоский мононаправленный, $\delta(\Omega - \Omega) \delta(z)$ | плоский распределенный, $\delta(z)$ |
| 0 | $\delta(\Omega - \Omega_0) \times \delta\left(\frac{r - r_0}{ r - r_0 } - \Omega_0\right)$ | $\delta\left(\frac{r - r_0}{ r - r_0 } - \Omega\right)$ | $\frac{\delta(\varphi - \varphi_0) \delta(\Omega - \Omega_0)}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ | $\frac{\delta(\varphi - \varphi_0)}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ | $e^{-\frac{z}{\Omega e_z}} \delta(\Omega - \Omega_0)$ | $e^{-\frac{z}{\Omega e_z}}$ |
| 1 | $\frac{\delta(\varphi - \varphi_0)}{\sqrt{ r - r_0 ^2 - (r - r_0, \Omega_0)^2}}$ | $\frac{1}{[r - r_0 ^2 - (r - r_0, \Omega)^2]^{-1/2}}$ | $\frac{1}{(\varphi - \varphi_0) \sqrt{x^2 + y^2}}$ | $\ln[(\varphi - \varphi_0) \sqrt{x^2 + y^2}]$ | — | — |
| 2 | $\ln \frac{\varphi - \varphi_0}{\sqrt{ r - r_0 ^2 - (r - r_0, \Omega_0)^2}}$ | $\ln[r - r_0 ^2 - (r - r_0, \Omega)^2]$ | $\ln[(\varphi - \varphi_0) \sqrt{x^2 + y^2}]$ | — | — | — |

Более сложный характер у разрывов производных и самого решения, возникающих вследствие разрывов коэффициентов многогрупповой системы (1). На поверхностях раздела различных материалов эти разрывы сохраняются в рассеянном излучении всех порядков. Вдоль прямых, касательных к поверхностям раздела, пространственные и угловые производные решения имеют особенности. Если кривизна поверхности равна нулю, то вдоль соответствующих касательных возникают разрывы и в самом решении [3].

Существенную роль в развитии вычислительных методов теории переноса играют аналитические результаты, которые удается получить при асимптотическом исследовании ряда модельных задач. Хотя такие задачи и далеки от реальных, исследование их, с одной стороны, дает качественные представления о решении, а с другой, — позволяет построить тесты для оценки вычислительных алгоритмов и проверки программ, что в реальных задачах — дело весьма сложное. В этих целях широко используются решения задач для бесконечной и полубесконечной сред [4—6]. В последние годы достигнуты определенные успехи в построении асимптотических формул в одногрупповых задачах, одномерных и двумерных для ограниченных сред.

В задачах о прохождении излучения через плоские однородные и неоднородные слои конечной толщины найдены формулы для отраженного и пропущенного излучений и режима внутри слоя (вдали от границ), содержащие ряд одномерных функций и параметров, определяемых индикатрисой рассеяния и величиной

$\lambda = \Sigma_s / \Sigma_t$ [7—9]. Эти функции и параметры находятся численным решением одномерных интегральных уравнений. Точность асимптотических формул оказывается удовлетворительной для широкого круга задач уже при толщинах слоя h , равных нескольким свободным пробегам, и быстро возрастает с увеличением h .

Некоторые аналитические результаты получены недавно при исследовании двумерных одногрупповых задач. Так, в задаче о точечном источнике в плоском слое достаточно большой толщины удалось оценить «эффект смещения» в угловых распределениях, возникающий вследствие многократного рассеяния. Этот эффект проявляется, в частности, в том, что детектор, движущийся вдоль поверхности слоя, фиксирует максимум интенсивности излучения в направлении, не совпадающем с направлением на источник. Возникает своеобразное «преломление» излучения из-за многократного рассеяния. Теоретические оценки подтверждены серией численных расчетов (Л. П. Басс и др.).

Исследованиями некоторых свойств радиационных полей в неоднородных моделях посвящена также работа [10], где подробно анализируется решение уравнения переноса в окрестности граничной поверхности сложной формы на основе проблемы Милна для «четверть пространства».

3. В одномерных задачах, особенно в задачах с плоской геометрией, качественные представления о локальных свойствах решения и его асимптотическом поведении широко используются при алгебраической аппроксимации задачи как в конечно-разностных методах, так и в многообразных полуаналитических подходах. В последних вспомогательные функ-

ции и параметры определяются обычно с помощью вариационных функционалов задачи или различных усреднений. Наиболее употребительные методы (дискретных ординат, сферических гармоник, Карлсона, синтетические и др.) описаны в известных монографиях и обзорах [10, 11]. Однако чем сложнее поставленная задача, т. е. чем более точная и подробная информация о распределении потоков требуется, тем сложнее геометрические и физические модели и соответственно более простые способы аппроксимации приходится использовать. Так, при определении дифференциальных распределений нейтронного и γ -излучений в плоских гетерогенных защитах наиболее надежным оказывается метод дискретных ординат, а в криволинейных одно- и двумерных геометриях — метод характеристик с линейной интерполяцией, в котором особенности решения учитываются естественным образом [12—14]. Метод характеристик устойчив при любом соотношении шагов, однако из-за линейной интерполяции он имеет лишь первый порядок точности.

Методы S_N и DS_N , основанные на использовании балансных соотношений в ячейках сети, имеющие второй порядок точности на гладких решениях и более простые в реализации, как правило, приводят к неустойчивости в счете — возникновению осцилляций, особенно часто в угловых распределениях [15—17]. Рядом автором предложены различные способы устранения осцилляций в величинах, интегральных по угловой переменной. Среди таких способов отметим введение в DS_N -уравнений, аппроксимирующие задачи (1), (2), фиктивных источников, обеспечивающих эквивалентность этих уравнений уравнениям метода сферических гармоник (DOP_L-метод [18, 19]), и использование вариационных принципов для составления разностных схем, в частности метода конечных элементов [20].

Наиболее целесообразным в сложных задачах нам представляется предварительное исключение особенностей решения, выбор формы аппроксимации, в частности формы и величины ячеек разностной сети, в соответствии с поведением решения, и затем применение комбинаций схем первого порядка точности (типа используемых в методе характеристик) вдоль «особых» прямых с балансными методами в областях гладкости решений. Примерами такой комбинации являются VOX-метод [21], методы, предложенные в работе [22], комбинация «ромбической» схемы (второго порядка) с «шаговой» (первого порядка) [23].

В то время как теория метода характеристик достаточно проста, оценки устойчивости и сходимости балансных методов и тем более комбинаций различных методов находятся лишь в начальной стадии. Авторы работ, как правило, принимают весьма жесткие предположения о дифференциальных свойствах решений. Эти предположения не выполняются в реальных задачах теории переноса. Однако к настоящему времени у нас накоплен значительный опыт численных решений различных краевых задач типа (1), (2).

4. В результате аппроксимации исходные задачи (1), (2) сводятся к неоднородным линейным системам обычно весьма высокого порядка p . Так, в пространственно-одномерных задачах для одной группы $p \approx 10^3 \div 10^4$, в двумерных $p \approx 10^5 \div 10^7$. Для решения таких систем сейчас в основном используется итерационный метод. Этот метод, в первоначальном виде отвечавший последовательному учету потоков нерассеянного, однократно-, двукратно- и т. д. рассеянного излучений, в последние годы значительно усовершенствован введением различных приемов ускорения сходимости. Такие приемы особенно существенны для сред больших размеров, где простой итерационный метод сходится очень медленно. Наиболее эффективными оказались методы, основанные на чередовании простой итерации и решений уравнений меньшей размерности для средних величин, выступающих как поправочные множители (методы квазидиффузии и средних потоков [7]) или слагаемые (КР-методы [11]). Уравнения для этих величин получают усреднением по угловым переменным задачи (1), (2) или обращением к соответствующим вариационным функционалам.

При решении практических задач первостепенную роль играет правильный выбор параметров, определяющих расчетные разностные сети и длительность итерационного процесса. В задачах физики защиты эти параметры существенно зависят от класса задач, т. е. от физических и геометрических моделей и от требуемой степени точности в дифференциальных распределениях. Как правило, выбор параметров опирается на интуитивные соображения. Однако в последнее время появились работы, в которых делаются попытки перейти от интуиции к количественным закономерностям. Так, В. А. Уткин рассмотрел класс железобетонных плоских защит и подробно исследовал для него характер сходимости методов типа метода дискретных ординат. В работах [24] рассматри-

ваются вопросы точности $2P_N$ -приближений в односкоростных задачах с различными индикатрисами.

5. Для решения многогрупповых систем (1), (2) на ЭВМ у нас созданы два комплекса программ: РОЗ (расчет одномерных задач теории переноса) и РАДУГА (решение двумерного уравнения переноса в системах с осевой симметрией). В разработке этих комплексов участвовал большой коллектив.

Исходными требованиями при выборе методов решения являлись требования высокой точности и детализации информации по пространственному, энергетическому и угловому распределениям излучений. В основу используемых алгоритмов положены метод дискретных ординат в плоской геометрии и метод характеристик с интерполяцией в криволинейных геометриях. Конечно-разностные уравнения решались итерационным методом с использованием ускорения сходимости в одномерных задачах по методу средних потоков и в двумерных — по квазидиффузионной методике.

Среди одномерных программ наиболее широкими возможностями обладает программа РОЗ-6. Она позволяет проводить разнообразную обработку решений прямой и сопряженной задачи, рассчитывать различные функционалы, градиенты решений по параметрам и т. д.

Аппарат сопряженных решений может быть использован для снижения геометрической размерности задачи до размерности, определяемой свойствами среды и характером искомого функционалов независимо от вида источника. Так, двумерная задача по определению чувствительности сферического детектора эквивалентна одномерной сопряженной задаче о точечном изотропном источнике, находящемся в центре шара.

Эта задача решена с помощью сферического варианта программы РОЗ-1 [25].

В противоположность программе РОЗ-6, которая создавалась как универсальная, пригодная для решения весьма широкого круга задач физики защиты, программы РОЗ-7 и РОЗ-8 предназначены для решения специальных задач. В РОЗ-7 (М. В. Вырский) реализован алгоритм расчета плоских многослойных защит в диффузионно-возрастном приближении при весьма большом числе узлов по энергетической переменной. По РОЗ-8 (Н. В. Коновалов) рассчитываются асимптотические параметры и функции и определяемые ими распределения излучения в многослойных плоских защитах большой толщины в односкоростном прибли-

жении при весьма широких предположениях о характеристиках рассеяния и поглощения.

Комплекс программ РАДУГА создан как модульная система, генерирующая программы, которые на БЭСМ-6 реализуют алгоритмы решения осесимметричных задач типа (1), (2) в гетерогенных цилиндрических областях при произвольных условиях облучения и распределениях внутренних источников. Многообразие геометрических моделей, видов источников, типов краевых условий, разнообразие характера элементарных актов взаимодействия излучения — все это обуславливает чрезвычайную сложность и разнообразие алгоритмов расчета полей излучения в таких системах. В основу положено представление алгоритмов в виде объединения независимых элементарных частей — базисных элементов. Фиксированный набор базисных элементов определяет содержание алгоритма, а выбранные параметры памяти — его масштаб. Важными моментами, обеспечивающими высокую эффективность конкретных программ, являются иерархия управления, позволяющая на разных уровнях учитывать различные качественные свойства решения, и алгоритм распределения памяти через параметры, создающий возможность широко варьировать размеры разностной сети.

В системе РАДУГА используются библиотека базисных элементов, библиотека модулей загрузки и средства математического обеспечения БЭСМ-6 [26]. Комплексы РОЗ и РАДУГА применялись в решении многих задач физики защиты. Результаты расчетов ряда задач нашли отражение в литературе. Существенный момент в подготовке к расчетам — задание групповых констант, определяющих коэффициенты задачи (1), (2). Сейчас к комплексам РОЗ и РАДУГА добавляются известные программы расчета констант АРАМАКО [27] и ОБРАЗ [28].

Поступил в Редакцию 8/1 1975 г.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гермогорова Т. А. и др. Альbedo нейтронов. М., Атомиздат, 1973.
2. Гермогорова Т. А. Препринт № 23 Института прикладной математики АН СССР, 1971.
3. Гермогорова Т. А. «Докл. АН СССР», 1969, т. 187, № 5, с. 18.
4. Maslennikov M. «Atomic Energy Rev.», 1967, v. 5, N 2, p. 59.
5. Кэйз К., Цвейфель П. Линейная теория переноса. М., «Мир», 1972.
6. Соболев В. В. Рассеяние света в атмосферах планет. М., «Наука», 1972.
7. Гермогорова Т. А. и др. Перенос быстрых нейтронов в плоских защитах. М., Атомиздат, 1971.

8. Гермогенова Т. А., Коновалов Н. В. «Журн. вычисл. мат. и мат. физ.», 1974, т. 14, № 4, с. 928.
9. Коновалов Н. В. Препринт № 65 Института прикладной математики АН СССР, 1974.
10. Lam S., Leonard A. «Transport Theory and Statistical Phys.», 1973, v. 3, N 1.
11. Марчук Г. И., Лебедев В. И. Численные методы в теории переноса нейтронов. М., Атомиздат, 1972.
12. Руководство по радиационной защите для инженеров. Т. 1. М., Атомиздат, 1972, с. 84.
13. Гермогенова Т. А., Басс Л. П. В сб.: Вопросы физики защиты реакторов. Вып. 3, М., Атомиздат, 1969, с. 69.
14. Takenchi K., Jamaji A. In: Proc. of the 4th Intern. Conf. on Reactor Shielding. V. 2. Paris, 1972, p. 339.
15. Hankin B. e. a. «J. Quant. Spectroscop. Radiat. Transfer», 1971, v. 11, p. 949.
16. Lathrop K. «Nucl. Sci. Engng», 1971, v. 45, N 3.
17. Reed W. Ibid., 1971, v. 46, p. 309.
18. Jung J. e. a. Ibid., 1972, v. 49, p. 1.
19. Jung J. e. a. Ibid., 1974, v. 53, N 4m, p. 355.
20. Miller W. e. a. Ibid., 1973, v. 52, N 1, p. 12.
21. Arkuszewski J. e. a. Ibid., 1972, v. 49, p. 20.
22. Гольдин В. Я. и др. «Журн. вычисл. мат. и мат. физ.», 1965, т. 5, № 5.
23. Lathrop K. «J. Comput. Phys.», 1969, v. 4, N 4, p. 475.
24. Николайшвили Ш. С., Поливанский В. П. В сб.: Вопросы физики защиты реакторов. Вып. 5. М., Атомиздат, с. 47; Щекин Ю. К. «Изв. АН ВССР. Сер. физ. и энергет.», 1971, № 2.
25. Уткин В. А. В сб.: Вопросы физики защиты реакторов. Вып. 6. М., Атомиздат, 1974, с. 150.
26. Басс Л. П. и др. Препринт № 11 Института прикладной математики АН СССР, 1973.
27. Хохлов В. Ф. и др. В сб.: Ядерные константы. Вып. 8. Ч. 3. М., ЦНИИАтоминформ, 1972, с. 3.
28. Хохлов В. Ф. и др. Там же. Ч. 4. с. 154.

Рецензии

Вопросы физики защиты реакторов. Сб. статей. Вып. 6. Под ред. Ю. А. Егорова и др. М., Атомиздат, 1974, 20 л., 2р. 20 к.

Более десяти лет выходит в свет сборник «Вопросы физики защиты реакторов». В нем отражены вопросы, касающиеся проблемы защиты от радиоактивных излучений ядерно-технических установок. Материалы, содержащиеся в шести выпусках сборника, представляют несомненный интерес для инженеров и научных сотрудников, работающих в самых различных отраслях науки и техники. В четырех разделах шестого выпуска собрано более 30 работ.

В первом разделе, посвященном теории переноса излучений и методам расчета защиты, традиционно представлены работы коллектива сотрудников, плодотворно работающих под руководством Т. А. Гермогеновой. Среди них наибольший интерес представляет работа, в которой рассматриваются преимущества метода подгрупп для учета резонансной структуры нейтронных сечений. В двух работах В. Г. Золотухина и др. показаны возможности метода Монте-Карло при расчетах поля излучения на больших расстояниях от источника и при прохождении γ -излучения через изогнутые каналы. Практическим методом расчета и вопросам оптимизации защиты посвящены две работы. Нестандартный подход к проблеме продемонстрирован в статье Э. Е. Петрова и Б. Л. Шеметко, в которой авторы использовали аппарат теории малых возмущений для определения излучения, рассеянного экранами небольшой толщины.

Во втором разделе излагаются результаты экспериментального исследования различных защит, в третьем — работы с методологическим уклоном. Среди этих работ можно отметить статью А. Л. Баринава и др. о результатах детального измерения абсолютных потоков и спектров быстрых нейтронов перед и за корпусом реактора ВВЭР-440 и статью В. И. Аваева и Е. П. Ефимова,

посвященную недостаточно разработанной проблеме определения радиационных энерговыделений в металлических конструкциях в тех случаях, когда спектр γ -излучения формируется окружающей легкой средой. Представляет интерес работа В. В. Болятко и др., в которой исследуется прохождение нейтронов промежуточных энергий через защиту с неоднородностями.

В четвертом разделе сборника представлены три работы, посвященные исследованию бетонов в качестве материалов для биологической защиты реакторов.

Обычно в экспериментальных работах, посвященных измерению спектра излучения, прошедшего через защитные экраны, не сообщаются полностью условия эксперимента: геометрия, характеристики источников и детекторов. Это затрудняет или даже делает невозможным использование результатов эксперимента широким кругом читателей для решения других задач и проверки расчетных программ.

Такие публикации часто оказываются полезными в основном лишь для узкого круга работников. В этом смысле некоторые экспериментальные работы, описанные в данном сборнике, не являются исключением.

На состоявшейся недавно Всесоюзной конференции по защите от ионизирующих излучений многие участники говорили о необходимости проведения так называемых тестовых экспериментов, по результатам которых могли бы проводиться сравнения многочисленных расчетных программ. Можно надеяться, что в ближайшее время такие эксперименты будут проведены и их результаты с детальным описанием условий эксперимента будут опубликованы в следующих выпусках сборника.

В заключение можно пожелать редколлегии сборника при подготовке к изданию новых выпусков привлечь более широкий круг авторов, оповещая заранее о готовящемся издании.

БЕРГЕЛЬСОН Б. Р.