

Расчет гетерогенных ядерных реакторов методом вложенных элементов

СЛЕСАРЕВ И. С., СИРОТКИН А. М.

УДК 539.125.52:621.039.51.12

С появлением ЭВМ в расчетах реакторов широко применяются конечно-разностные схемы. Однако трудности их использования в расчетах сложных по композиции моделей ядерных реакторов привели к развитию вариационно-разностных методов, удобных для расчета более реальных моделей [1]. Ниже представлен общий подход к построению достаточно универсальной схемы расчета реакторов, удобный с точки зрения как задания композиции реактора, так и улучшения локальной аппроксимации и повышения асимптотической сходимости алгоритма. При использовании предлагаемого метода появляется возможность эффективного расчета реактора с практически произвольными расположением и геометрией его зон.

В большинстве случаев модель ядерного реактора можно представить в виде системы, состоящей из произвольно расположенных зон достаточно простой геометрической формы. Назовем элементом реактора фазовый объем пространственных переменных, ограниченный некоторой внешней поверхностью. В частности, границей элемента может быть граница зон. Зона — простейший элемент. Таким образом, реактор состоит из вложенных друг в друга элементов (см. рисунок). Будем считать внешний элемент главным по отношению ко всем вложенным в него элементам. Вложение элемента n в m эквивалентно подчинению первого элемента элементу m . Элементы, не имеющие общего объема, считаются независимыми. Пусть поле нейтронов Φ в реакторе описывается уравнением диффузии с нулевыми граничными условиями на внешней поверхности реактора. Для построения схемы расчета используем вариационную формулировку задачи [1], которая заключается в требовании экстремальных свойств функционала, полученного с учетом исходного уравнения. В задачах диффузии решение принадлежит классу непрерывных функций с непрерывным на внутренних границах

произведением $D \mathbf{r} \frac{d\Phi}{dn}$, где $D(\mathbf{r})$ — кусочно-непрерывный коэффициент диффузии.

Очевидно, решение задачи о квазикритическом распределении нейтронов в реакторе можно представить в виде суммы достаточно гладких функций, определенных внутри каждого из элементов и обращающихся в нуль на их границах. Представим приближенное решение задачи в виде набора полиномов. Примем, что во внешнем элементе $n = 0$ задан произвольный полином P_0 , удовлетворяющий нулевым граничным условиям на границе этого элемента, совпадающей с границей реактора. В каждом элементе $n = 1, 2, \dots$ определим дополнительный полином P_n , тождественно не равный

нулю только внутри этого элемента и обращающийся в нуль на его границе. Решение исходного уравнения внутри элемента n будем искать в виде $\Phi_n = P_0 + \dots + P_n$, причем в состав Φ_n кроме P_n включены полиномы тех элементов, которым подчинен элемент n . Такое построение, во-первых, оставляет решение непрерывным при любой степени аппроксимации и учитывает возможные разрывы производных; во-вторых, позволяет эффективно описывать локальные неоднородности в решении, возникающие из-за изменения свойств в гетерогенном реакторе; в-третьих, сохраняет общность построения схемы во всех практически важных случаях.

При построении полиномов P_n с указанными свойствами (а следовательно, и координатных функций [1]) рекомендуется следующий подход. В качестве координатных выбираются функции вида $W_n = \omega_n(x, y, \dots) x^\alpha y^\beta$, где ω_n — положительная, непрерывная внутри элемента n функция, имеющая ограниченные и непрерывные частные производные и удовлетворяющая условиям

$$\text{grad } \omega_n \neq 0; \omega(x, y, \dots) = 0 \text{ при } x, y, \dots \in \Gamma_n,$$

где Γ_n — граница элемента n . Существуют [2] простые общие правила построения функции ω для элементов разнообразной геометрической формы, что позволяет рассчитывать реактор сложной конструкции. Доказательство полноты выбранного типа координатных функций можно найти в работе [2].

Асимптотическая сходимость вариационных методов обсуждаемого типа в сильной степени зависит от гладкости решения. Традиционные прямые методы в этих условиях обладают медленной сходимостью. Специальный способ построения координатных функций в методе вложенных элементов позволяет расширять класс функций лишь путем подбора варьируемых коэффициентов. Отсюда следует более высокая асимптотическая скорость сходимости, присущая данному методу.

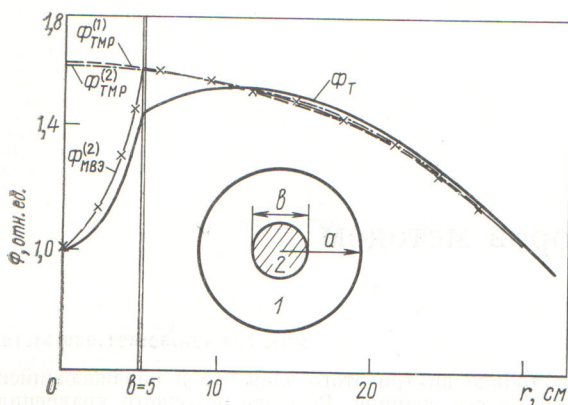
Рассмотрим структуру матричных операторов, возникающих при расчете реактора. Систему уравнений для неизвестных коэффициентов A при координатных

функциях W в полиномах $P_n = \sum_{j=1}^{K_n} A_j W_j$ можно полу-

чить, используя экстремальные свойства функционала и выбранные координатные функции (K_n — число неизвестных параметров A_j в элементе n). Она будет иметь вид

$$\hat{R}A = \frac{1}{k_{\text{эф}}} \hat{B}.$$

Независимость части элементов приводит к разрядке матрицы нулями и, как следствие, к лучшей ее обуслов-



Квазикритическое распределение нейтронов в реакторе, состоящем из двух элементов:

1 — главный элемент (активная зона, $a = 50$ см); 2 — подчиненный элемент (стержень, $b = 5$ см); Φ_T — точное решение задачи

ленности. Особенности структуры матрицы позволяют упростить проблему ее обращения при решении задачи.

При аппроксимации решения степенными рядами величины, представляющие собой интегралы от координатных функций с операторами уравнения и формирующие матрицы $\hat{R}$ и $\hat{B}$, могут быть рассчитаны заранее и включены в состав некоторой библиотеки, если известны геометрия элементов и их нейтронно-физические свойства. Возможность создания библиотеки дает ощутимые преимущества при решении задач на ЭВМ: освобождает от необходимости проведения большого объема вычислений при интегрировании координатных функций.

Для метода вложенных элементов характерна естественная форма задания композиции реактора. Процедура задания может быть формализована по аналогии с блочной структурой, используемой в машинных языках типа АЛГОЛ.

Предлагаемый метод, основанный на специальной структуре используемых координатных функций, позволяет локально увеличить точность расчета распределения нейтронов в любой части реактора (в соответствии

с точной геометрической формой элементов) без необходимости повышения точности (а значит, и трудоемкости расчета) во всем реакторе, что присуще комбинированным методам.

Для иллюстрации возможностей метода рассмотрим простейшую задачу расчета одномерного реактора с цилиндрической активной зоной (а. з.), в центр которой помещен поглощающий стержень (ст) (см. рисунок). Характеристики зон в одногрупповом приближении: коэффициенты диффузии $D_{a.z.} = 2$ см; $D_{ст} = 0,5$ см; сечения поглощения $\Sigma_{a.z.} = 0,005$ см $^{-1}$; $\Sigma_{ст} = 0,03$ см $^{-1}$; сечение генерации вторичных нейтронов $\nu \Sigma_f, a.z. = 0,01$ см $^{-1}$. Точная величина коэффициента размножения нейтронов (со стержнем) $k_{эф} = 0,95$, а эффективность стержня $\Delta k_{эф} = 8,65\%$. Эти же характеристики были рассчитаны с помощью алгоритмов традиционного метода Ритца (ТМР) и метода вложенных элементов (МВЭ). В ТМР-методе распределение нейтронов искалось в виде $\Phi_{ТМР} = (a^2 - z^2)(A_0 + A_1 r + \dots)$.

При этом решены задачи в двух простейших приближениях с одним ($\Phi_{ТМР}^{(1)}$) и двумя ($\Phi_{ТМР}^{(2)}$) неизвестными коэффициентами A_0 и A_1 . Погрешность оценки $\Delta k_{эф}$ изменялась от 33% для $\Phi_{ТМР}^{(1)}$ до 30% для $\Phi_{ТМР}^{(2)}$. В МВЭ-методе решение задачи искалось в виде

$$\Phi_{МВЭ}^{(1)} = (a^2 - r^2) \tilde{A}_0 \text{ во всем реакторе;}$$

$$\Phi_{МВЭ}^{(2)} = \begin{cases} (a^2 - r^2) \tilde{A}_0 & \text{в активной зоне,} \\ (a^2 - r^2) (\tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 r) & \text{в стержне.} \end{cases}$$

Решения $\Phi_{МВЭ}^{(1)}$ и $\Phi_{ТМР}^{(1)}$ по определению совпали. Погрешность оценки $\Delta k_{эф}$ в МВЭ-методе изменялась от 33% для $\Phi_{МВЭ}^{(1)}$ до 16% для $\Phi_{МВЭ}^{(2)}$. Решение задачи было проще в случае $\Phi_{МВЭ}^{(2)}$, чем в $\Phi_{ТМР}^{(2)}$ из-за специальных свойств матричного оператора.

Поступило в Редакцию 22/IV 1974 г.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Михлин С. Г. Вариационные методы в математической физике. М., «Наука», 1970.
2. Канторович Л. В., Крылов В. И. Приближенные методы высшего анализа. М., Физматгиз, 1962.

Переходные изменения термоэлектрических характеристик термопар под воздействием реакторного облучения

КОРНИЛОВ В. П., ПЕРЕСЛАВЦЕВ Э. Б.

УДК 621.039.531

Переходные изменения термо-э. д. с. проявляются при действии реакторного облучения, зависят от его интенсивности и исчезают с прекращением облучения. Известные эксперименты дают различные результаты определения этих изменений: менее 1% от измеряемой температуры [1—3] и 3—5% [4, 5]. Как правило, методика определения переходных эффектов изменения термо-э. д. с. термопар под воздействием реакторного облучения основана на градуировке термопар по реперным точкам — температурам плавления (затвердевания) чистых металлов и эвтектических сплавов непосредственно в активной зоне реактора. Например, в работе

[3] измерены переходные изменения термо-э. д. с. на хромель-алюмелевых и железо-константановых термопарах при следующих условиях облучения: плотность потока нейтронного излучения $\phi = 10^{16}$ нейтр/(см 2 ·с) (быстрые нейтроны); $\Delta t = 11$ мкс; мощность дозы γ -излучения $P = 10^{10}$ Р/ч. Изменения термо-э. д. с. составили 2—4° С при температуре плавления (затвердевания) олова [3]. Авторы [3] объясняют эти изменения локальным γ -нагревом рабочих спаев термопар.

Эксперименты, проведенные на реакторе СМ-2 в НИИАР при $\Phi_{тепл} = 3,3 \cdot 10^{14}$ нейтр/(см 2 ·с), $\Phi_{быстр} = 3,7 \cdot 10^{14}$ нейтр./(см 2 ·с) для $E_n \geq 0,75$ МэВ и $P =$