

Аналоговое моделирование пространственной кинетики реактора

СЕЛИВЕРСТОВ Б. Н., РУДОВ Н. П., ВОСКРЕСЕНСКИЙ Ф. Ф., ГАВРИЛОВ П. А., ФОМИН А. М.

Точное решение дифференциальных уравнений нестационарной диффузии нейтронов для простой (но не точечной) модели реактора связано с большими вычислительными трудностями. Поэтому появляется необходимость использовать для решения подобных задач различные приближения. Наиболее удобным является так называемый узловый метод решения уравнений пространственно-зависимой кинетики с использованием аналоговой техники.

Узловой метод предполагает разбиение реактора на зоны или «узлы» и вывод системы нестационарных уравнений, включающих средние потоки нейтронов или мощность каждого узла. Пространственная часть задачи состоит в определении параметров, от которых зависит перетечка нейтронов от узла к узлу. Когда узлы малы и находятся на близком расстоянии, узловой анализ можно рассматривать как метод конечных разностей.

Аналоговый способ решения задачи в указанном выше приближении в сопоставлении с цифровым позволяет более оперативно проводить варианты расчеты кинетики реакторов со сложной геометрией и произвольно заданными граничными условиями, исследовать динамику полей энерговыделения с реальной аппаратурой регулирования.

В настоящее время имеются работы, посвященные построению пространственно-временных моделей реактора [1—5], однако вопросы методики расчета и построения этих моделей освещены в них недостаточно полно.

В статье рассматривается методика выбора дискретной математической модели пространственно-зависимой кинетики реактора и особенности ее отладки.

Для простоты рассуждений рассмотрим уравнения диффузии в однокрупном модифицированном приближении с одной группой запаздывающих нейтронов, записанные в отклонениях:

$$M^2 \nabla^2 \delta\Phi + (K_{\infty 0} - 1 - \beta K_{\infty 0}) \delta\Phi + (1 - \beta) \times \\ \times \Delta K_{\infty} \Phi + (1 - \beta) \Delta K_{\infty} \delta\Phi + \lambda \delta C = l \frac{\partial \delta\Phi}{\partial \tau}; \quad (1)$$

$$\frac{\beta}{l} (K_{\infty 0} \delta\Phi + \Delta K_{\infty} \Phi_0 + \Delta K_{\infty} \delta\Phi) - \\ - \lambda \delta C = \frac{\partial \delta C}{\partial \tau}, \quad (2)$$

где $\delta\Phi$, δC — относительное изменение нейтронного потока и концентрации источников запаздывающих нейтронов соответственно (индекс «0» присваивается стационарным значениям, остальные обозначения общеприняты).

Ввиду малого влияния запаздывающих нейтронов на диффузию нейтронов в уравнениях (1) и (2) членом $\beta \Delta K_{\infty} \delta\Phi$ можно пренебречь. Если ширина спектра возмущений не превышает значения β/l , в уравнении (1) можно положить $\frac{\partial \delta\Phi}{\partial \tau} = 0$, что также упрощает систему уравнений.

Решая систему уравнений (1), (2), преобразованную по Лапласу относительно $\delta\Phi$, и полагая, что $1 - \frac{\beta S}{S + \lambda} \approx 1$, получаем

$$M^2 \nabla^2 \delta\Phi + \delta\Phi \left(K_{\infty 0} - 1 - \frac{\beta K_{\infty 0} S}{S + \lambda} \right) + \\ + \Delta K_{\infty} \Phi_0 + \Delta K_{\infty} \delta\Phi = 0. \quad (3)$$

Моделью диффузии нейтронов при аналоговом моделировании может служить картина распределения электрического тока через набор омических сопротивлений, соединенных между собой в цепочку, плоскую или многомерную сетку. Если сетка выполнена упорядоченной, то уравнения Кирхгофа, описывающие процессы в такой сетке, должны совпадать с конечно-разностными аппроксимациями дифференциального уравнения диффузии в той же системе координат. Такая аппроксимация основана на применении ряда Тейлора.

Пренебрегая членами разложения порядка квадрата шага разбиения, получаем разностную форму лапласиана для ортогональной решетки

$$\Delta \Phi = \Phi''_{xx} + \Phi''_{yy} \approx \\ \approx \frac{\Phi_1 - 2\Phi_0 + \Phi_3}{h_x^2} + \frac{\Phi_2 - 2\Phi_0 + \Phi_4}{h_y^2}$$

при равномерном шаге $h_x = h_y$. Разбиение области на прямоугольники не является единственно возможным. Можно представить рассматриваемую область системой правильных шестиугольников и треугольников. Для сетки, образованной из шестиугольников, с помощью ряда Тейлора можно выразить функции потока в трех периферийных точках через значения функции и ее производных в центральной узло-

вой точке. Отбрасывая члены порядка h , получаем

$$\Delta\Phi = \frac{4}{3} \frac{\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 - 3\Phi_0}{h^2}$$

Более высокую точность дает сетка, составленная из правильных треугольников при погрешности порядка h^4 :

$$\Delta\Phi = \frac{2}{3} \frac{\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4 + \Phi_5 + \Phi_6 - 6\Phi_0}{h^2}$$

Таким образом, для сеток с равным шагом приведенные разностные формулы дают погрешность порядка h^{n-2} , где n — число лучей, сходящихся в узловой точке.

Из условия подобия физического уравнения и уравнения для токов, записанного по закону Кирхгофа для i -го узла модели, аналог уравнения (3) примет вид (приборная реализация уравнения динамики для элементарного узла сеточной модели приведена на рис. 1):

$$\frac{R^*}{R_c} \nabla^2 \bar{u}_i - \frac{\bar{u}_i R^*}{R_y} + \frac{\bar{u}_i R_2 R^*}{R_{12} R_{23}} + \frac{\bar{u}_i R_2 R^*}{R_{23} Z_{12}} - \frac{\bar{u}_i R^*}{R_{23}} - \frac{\bar{u}_i R^*}{R_{31}} + \frac{R_2 R^*}{R_h R_{23}} \Delta \bar{u}_h + \frac{\bar{u}_i R_2 R^*}{R_b R_{23}} \cdot \frac{\Delta \bar{u}_h}{100} = 0;$$

где $\nabla^2 \bar{u}_i = (\sum_{k=1}^n \bar{u}_{i+h} + n\bar{u}_i) \alpha$; $\bar{u}_i = \frac{u_i}{u^*}$; $\Delta \bar{u}_h =$

$= \mu_k \Delta K_{\infty}$; μ_k — масштабный множитель. Параметры элементов модели определяются по следующим соотношениям:

$$R_h = \alpha \frac{R^* R_2}{\Delta K_{\infty \text{ макс}} R_{23}} \cdot \frac{M^{2*}}{h^2}; \quad R_c = \frac{R^* M^{2*}}{M^2};$$

$$R_y = \alpha \frac{M^{2*} R^* R_{31}}{h^2 R_{31} - 2M^{2*} R^*}; \quad R_{23} =$$

$$= \alpha \frac{R^* (R_2 - R_{12}) M^{2*}}{h^2 (1 - \beta) K_{\infty 0i} R_{12}};$$

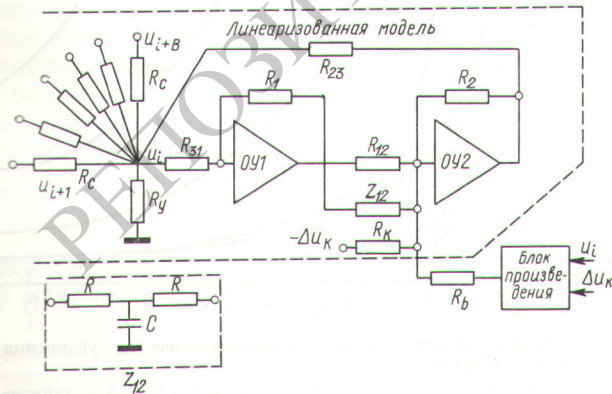


Рис. 1. Приборная реализация уравнения динамики для элементарного узла сеточной модели

$$R = \frac{R_2 R_{12}}{\beta (R_2 - R_{12}) 2}; \quad C = \frac{4\beta (R_2 - R_{12})}{\lambda R_2 R_{12}};$$

$$R_b = \alpha \frac{R_2 R^* M^{2*}}{R_{23} \Delta K_{\infty \text{ макс}} h^2}; \quad Z_{12} = \frac{(S + \lambda) R_2 R_{12}}{\lambda \beta (R_2 - R_{12})}.$$

Значения параметра α , выбираемые в зависимости от геометрии элементарной ячейки, определяются следующим образом: одномерная модель — 1, двумерная модель — 1, 4/3 и 2/3 соответственно для прямоугольной, треугольной и шестиугольной сеток. Физическое значение потока нейтронов выражается через напряжение соотношением

$$\Phi_i = u_i \frac{\Phi^*}{u^*},$$

где $u^* = 100 \frac{R_{12}}{R_2}$; Φ^* — максимальное значение потока, ожидаемое в расчетах; * — символ нормированного множителя.

Входящие в формулы величины R^* , M^{2*} , R_{31} , R_2 и R_{12} могут до некоторой степени выбираться произвольно, однако необходимо учитывать следующее. Во-первых, сопротивление R_2 должно быть больше R_{12} , т. е. коэффициент передачи второго усилителя постоянного тока должен быть больше 1. Это требование вытекает из выражения для R_{23} , так как $R_2 - R_{12}$ должно быть больше 0. Коэффициент второго усилителя желательно иметь не более 2—3, так как увеличение чувствительности сетки значительно усложняет ее наладку. Во-вторых, сумма сопротивлений $R_{23} + R_y$ должна быть не меньше допустимой нагрузки для используемых в сетке усилителей. В-третьих, сопротивление R_{31} желательно брать на порядок больше сеточных сопротивлений R_c , чтобы исключить его влияние на токи перетечки.

Следует отметить, что в общем случае множительные устройства необходимы в тех ячейках модели, где по каким-либо причинам изменяется K_{∞} . При небольших отклонениях нейтронного потока (10—20%) в точках, где происходит изменение K_{∞} , множительные устройства не нужны.

Моделирование пространственно-зависимой кинетики в зоне плато (зоне выровненного потока нейтронов) позволяет сэкономить определенное количество операционных усилителей. Исходные уравнения для моделирования ячеек в зоне плато при отсутствии возмущения получают из уравнения (3) в предположении, что $\Delta K_{\infty} = 0$, $K_{\infty 0} = 1$. Это значительно упрощает реализацию структурной ячейки. На рис. 2, а показана принципиальная электрическая схема такой ячейки, параметры которой

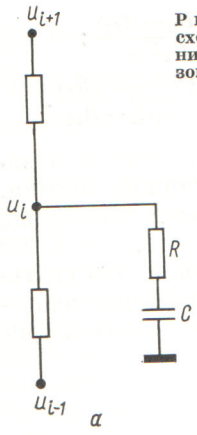
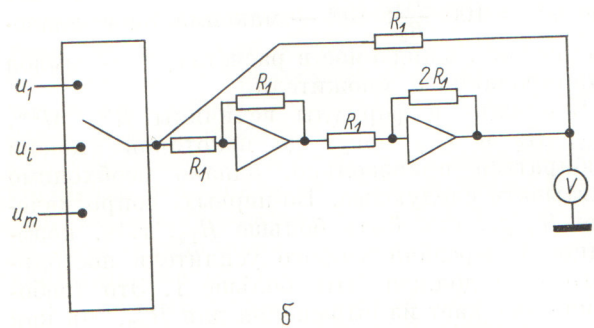


Рис. 2. Принципиальная электрическая схема ячейки модели (а) и схема измерения потенциалов в ячейках модели для зоны плато б



находятся из соотношений

$$\frac{1}{CR} = \lambda; \quad \frac{h^2}{M^2} \frac{1}{R_c} = \frac{1}{R\beta}.$$

Потенциалы в ячейках зоны плато можно измерить с помощью схемы, изображенной на рис. 2, б. Электрические схемы элементарных ячеек в периферийной зоне и ячеек зоны плато, где вносится возмущение ΔK_∞ , аналогичны схеме, изображенной на рис. 1.

Для получения правильных количественных результатов на сеточной модели весьма важное значение имеет настройка модели реактора на «критичность». Рассмотрим этот вопрос более детально.

Известно [1], что передаточная функция от узла к узлу рассматриваемой сеточной модели для элементарной ячейки произвольной геометрии имеет вид

$$W(S) = \frac{\left(\frac{1}{\lambda} S + 1\right) K_1}{T \frac{1}{\lambda} S^2 + \left(T + \frac{1}{\lambda^*}\right) S + 1},$$

где $T = \frac{hK_1}{N^2} \xi$; $\frac{1}{\lambda^*} = \frac{1}{\lambda} \left(1 + \frac{K_{\infty 0} \beta K_1}{N^2} \xi\right)$; $\xi = \left(\frac{Z}{M}\right)^2$. Здесь Z — эквивалентный диаметр ак-

тивной зоны реактора. K_1 по выводу определяется как

$$K_1 = \frac{1}{n - h^2 \frac{K_\infty - 1}{M^2} \frac{1}{\alpha}}. \quad (4)$$

Число n определяется видом выбранной сетки с шагом h , зависит от выбранной геометрии элементарной ячейки и равно числу лучей сетки, сходящихся в узловой точке.

Выражение для K_1 формально справедливо для гомогенного реактора при бесконечно большом числе разбиений, т. е. $h \rightarrow 0$.

При ограниченном числе разбиений модель реактора, представленная совокупностью передаточных функций $W(S)$, в которых K_1 подсчитывается по формуле (4), не отвечает критическому состоянию. На рис. 3 приведена зависимость K_1 от числа разбиений активной зоны одномерного критического реактора. Для такого реактора без отражателя справедливо равенство

$$\frac{K_{\infty 0}}{M^2} = \frac{\pi^2}{Z^2}.$$

Подставив это выражение в (4), получим $K^*(N) = \frac{1}{2 - \frac{\pi^2}{N^2}}$, где N — число разбиений активной

зоны. Кривая $K_1(N)$ соответствует минимальным корням $\lambda_1(N)$ характеристического уравнения при $S = 0$ в функции числа разбиений.

Как видно из рис. 3, асимптотическое пересечение кривых $K_1^*(N)$ и $K_1(N)$ происходит при $N \rightarrow \infty$, т. е. физические свойства дискрет-

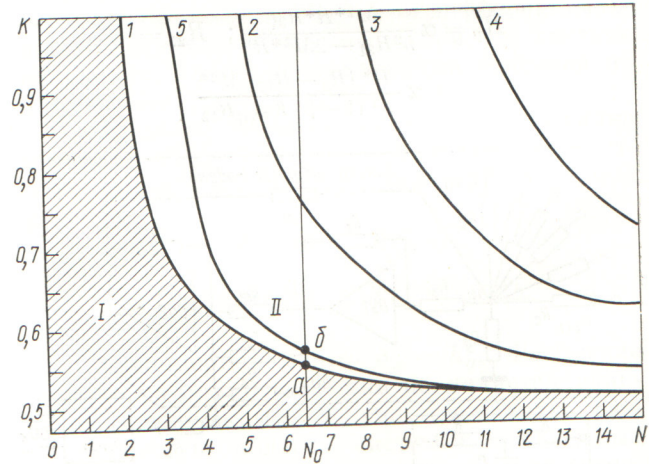


Рис. 3. Зависимость корней характеристического уравнения от числа разбиений N :

1 — $\lambda_1(N)$; 2 — $\lambda_2(N)$; 3 — $\lambda_3(N)$; 4 — $\lambda_4(N)$; 5 — зависимость K_1^* от числа разбиений N ; I и II — подкритическая и надкритическая области

ного критического реактора будут строго соответствовать заданным только при $N \rightarrow \infty$. Иначе говоря, если критический реактор представлен дискретной моделью с конечным числом разбиений N_0 и заданными значениями $K_{\infty 0}$ и M^2 , то согласно приведенной схеме «модельный» реактор будет находиться в «надкритическом» состоянии.

Если обеспечить «критичность» дискретной модели, переместившись из точки b в точку a (см. рис. 3), то физические параметры дискретной системы с определенной погрешностью будут отличаться от заданных, и эта погрешность тем меньше, чем больше N_0 . Эта иллюстрация на одномерном варианте отражает главную особенность аналогового метода решения, сопряженного с крупношаговым представлением активной зоны реактора, которая требует соблюдения корректности при расчетах коэффициентов передачи элементарных узлов сетки.

Таким образом, при любом конечном разбиении активной зоны реактора его дискретная модель будет находиться в «надкритическом» состоянии, если модель настраивать по значениям K_{∞} , полученным из физического расчета критического реактора. Если значения K_1 не определены как корни характеристического уравнения N -го порядка, где N — число элементарных ячеек активной зоны, что чрезвычайно сложно для двумерной геометрии, то настройка такой сеточной модели представляет определенные трудности. При этом для сетки, моделирующей гомогенную активную зону, необходима многократная вариация значений сопротивления R_{23} во всех ячейках активной зоны на одну и ту же величину. Критерием «критичности» сеточной модели является линейный закон изменения мощности после скачка на мгновенных нейтронах при скачкообразном возмущении по реактивности (для линейной модели); при этом ее разгонные или амплитудно-фазо-частотные характеристики средней мощности должны совпадать с подобными характеристиками точечной линейной модели реактора по крайней мере до частоты $\omega = \frac{\beta}{l}$.

Задача настройки модели значительно упрощается, если исследуется кинетика реактора с ярко выраженной зоной плато.

В этом случае число варьируемых сопротивлений R_{23} уменьшается до $N - P$, где P — число элементарных узлов зоны плато, а N — полное число узлов. Если к тому же периферия активной зоны представляет собой кольцо шири-

ной в одну элементарную ячейку (независимо от числа ячеек в зоне плато), то коэффициент передачи передаточной функции (4) периферийной зоны определяется из соотношения $K_1 = 2 \frac{1}{n}$, где n характеризует геометрию элементарной ячейки. В этом случае из выражения (4) определяется значение K_{∞} для периферийной зоны, в то время как K_{∞} для зоны плато равно единице. Значения K_{∞} для зоны плато и периферийной зоны позволяют вычислить соответствующие значения R_{23} .

Иногда при моделировании пространственно-зависимой кинетики реактора, когда по ряду причин нельзя смоделировать структурную ячейку исследуемого реактора элементарным узлом сетки, возникают сложности определения соответствия реально вносимого возмущения в реактор и его математического аналога.

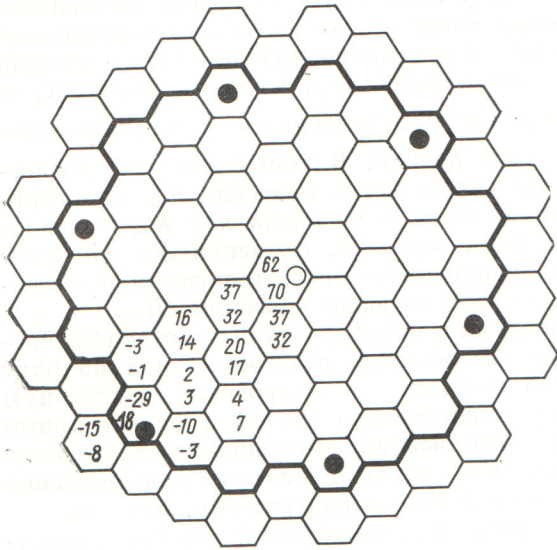
Как видно из уравнения (3), внешним возмущением является изменение локального значения K_{∞} . Исходные же данные по «весу» возмущений, вызванных извлечением твэла стержней регулирования или температурными и плотностными эффектами, обычно выражаются в $K_{эф}$. Однако из-за ограниченных технических возможностей реализация на сетке всех структурных ячеек энергетических реакторов (а их бывает больше тысячи) не представляется возможной. При геометрическом подобии элементарного узла пространственной модели и структурной ячейки задача значительно упрощается.

Можно предусмотреть два способа тарирования возмущений для линейной модели, т. е. когда отклонения нейтронного потока можно считать малыми (не более 20% номинального значения): по периоду разгона средней мощности реактора T_p и с помощью теории возмущений.

Первый способ аналогичен методу взвешивания стержней, применяемому при экспериментах на сборках. Известно, что для точечной кинетики в линейном приближении имеет место соотношение

$$\delta K_{эф} = \frac{\beta}{T_p \lambda}, \quad (5)$$

связывающее изменение эффективного коэффициента размножения нейтронов с периодом разгона реактора. Таким образом, если замерить период усредненного по всем ячейкам сетки потока нейтронов, то по формуле (5) можно протарировать возмущение в единицах реактивности. Следует отметить, что по мере уменьшения возмущения, т. е. с ростом периода, точность тарирования падает. Существует зависящее от выбранного масштаба «пороговое»



Р и с. 4. Возмущенные распределения энерговыделения, полученные из физического расчета и на аналоговой пространственной модели реактора (верхние и нижние цифры соответственно), в % от некоторого исходного:
 ○ — вводимое возмущение; ● — компенсация возмущения;
 — — отделение зоны плато от зоны периферий

значение возмущения, когда из-за присущего электронной модели дрейфа период реактора невозможно зарегистрировать с требуемой точностью.

Второй способ использует соотношение теории возмущения

$$\rho = \frac{\int \Delta K_{\infty} \Phi_0^2 dV}{\int K_{\infty} \Phi_0^2 dV}, \quad (6)$$

где dV — объем ячейки, по которой равномерно распределяется возмущение, а интегрирование ведется по всей активной зоне. Для дискретной пространственно-временной модели реактора выражение (6) можно преобразовать к следующему виду:

$$\Delta K_{\infty} = \rho \frac{\sum_1^N K_{\infty} (\Phi_{i0})^2}{(\Phi_{i0})^2},$$

где ρ — изменение реактивности, вызванное данным возмущением, а суммирование ведется по всем ячейкам сеточной модели. Таким образом, при известных физических характеристиках активной зоны и известной реактивности ρ , вводимой в реактор, можно определить воз-

мущения в единицах ΔK_{∞} на элементарную ячейку сеточной модели.

После того как сеточная модель пространственно-зависимой кинетики реактора настроена на критичность, протарированы характерные возмущения и средства компенсации внешних возмущений, для значительных температурных или плотностных эффектов реактивности по элементарным ячейкам вводятся инерционные обратные связи, причем знак и глубина обратной связи определяются соответственно знаком и величиной температурных и плотностных коэффициентов реактивности, а инерционность — теплоемкостью и термическим сопротивлением горючего и замедлителя.

Поскольку механизм инерционного действия обратных связей определяется сложным процессом теплообмена и, строго говоря, описывается системой дифференциальных уравнений высокого порядка, в задачах сеточного моделирования целесообразнее пользоваться аппроксимациями первого или второго порядка в зависимости от соотношения постоянных времени горючего и замедлителя.

Точность решения на сеточных моделях характеризуется рис. 4, где сопоставляется возмущенное стационарное распределение энерговыделения, полученное на сеточной крупношаговой модели, с результатами расчета на ЭВМ такого поля для реактора с отражателем. Элементарная ячейка сеточной модели включала семь элементарных ячеек цифровой модели. Как видно из рис. 4, удовлетворительное совпадение результатов наблюдается в зоне плато, в то время как в периферийной зоне результаты заметно отличаются. Это объясняется главным образом тем, что моделирование проводилось в одnogрупповом приближении, вследствие чего влияние отражателя на распределение нейтронного потока в периферийной зоне не учитывалось.

Поступила в Редакцию 13/ХІІ 1974 г.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Селиверстов Б. Н., Белоусов В. В., Ефанов А. И. В сб.: Управление ядерными энергетическими установками. Вып. 4. М., Атомиздат, 1970, с. 13.
2. Потапенко П. Т., Найдин Ю. И. Там же, с. 22.
3. Потапенко П. Т. В сб.: Аналоговая и аналогово-цифровая вычислительная техника. Вып. 6. М., «Советское радио», 1973.
4. Proctor W. e. a. «Nuclear Power», 1963, № 82, p. 49.
5. Murray R., Bingham C., Mavtin C. «Nucl. Sci. Engng», 1964 v. 18, p. 481.