

ИНФОРМАТИКА

УДК 539.4:621.6

К вопросу о методике расчета напряженно-деформированного состояния слоистой трубы

В.В. МОЖАРОВСКИЙ, Д.С. КУЗЬМЕНКОВ

Рассматривается задача определения напряжений и перемещений в неоднородной слоистой цилиндрической трубе. В статье рассматривается расчет напряжений в трубе с податливой оболочкой и полиуретановой теплоизоляцией, описывается разработанный алгоритм решения задачи, приводится пример расчета.

Ключевые слова: напряжения и перемещения в неоднородной слоистой цилиндрической трубе, метод конечных элементов, труба с податливой оболочкой и полиуретановой теплоизоляцией.

The problem of determination of stresses and displacements in the inhomogeneous layered cylindrical pipe is considered. In article the calculation of stresses in the pipe with a supple casing and polyurethane insulation is considered, the algorithm developed for solving the problem is described, an example of the calculation is provided.

Keywords: stresses and displacements in the inhomogeneous layered cylindrical pipe, tube shell and a pliable polyurethane insulation.

Введение. В проблеме исследования напряженно-деформированного состояния (НДС) цилиндрических тел и расчета слоистых конструкций из новых армированных полимеров можно выделить несколько важных аспектов:

- оценка влияния внешних воздействий (силовых, механических, воздействия температурных полей и т. д.) при производстве и эксплуатации трубопроводных систем слоистой структуры;
- использование в современных конструкциях новых композитов и армированных полимеров с учетом физико-механических характеристик материала, эксплуатационных условий функционирования исследуемых объектов;
- разработка современных систем оценки и диагностирования, прогнозирования состояния систем трубопроводов на базе новых компьютерных технологий.

Проведем краткий анализ современных исследований в области расчета цилиндрических труб слоистой структуры. Детальная разработка схем и расчетов для композитов слоистых систем на основании теории анизотропной упругости дана в [1]–[3] и на основании теории слоистых систем – например, в [4], [5]. Пагано в [5] представил общее решение для анизотропного цилиндра в виде рядов Фурье. Расчет оболочки, нагруженной внутренним давлением и образованной намоткой полимерных пленок, рассматривается в [6]. Расчеты выполнены с использованием пакета MathCad. Группой авторов в [7]–[9] проводился анализ расчета упругих напряжений в слоистых трубах. Результаты расчетно-экспериментального исследования гидроупругого процесса в образце полиамидного трубопровода, заполненного жидкостью, представлены в работах [10], [11]. Упругая задача решается методом конечных элементов. Напряженно-деформированное состояние определяется суперпозицией быстрых стержневых и медленных оболочечных форм движения. Получено удовлетворительное соответствие расчетных и опытных данных. Моделирование термомеханических воздействий на системы стальных трубопроводов рассматривалось в работе [12]. Проверка полученных результатов производилась с использованием коммерческих программ, реализующих МКЭ. Конечно-элементная программа ABAQUS использовалась в работах [8], [13]. В [8] представлены алгоритм и исследования распределения напряжений в трубах из слоистого композиционного материала, поведение волокнистого композиционного материала определялось на основе новых информационных технологий. В расчетных примерах рассматривались цилиндрические

дры, сосуды и резервуары цилиндрической формы [14]. В настоящее время актуально решение определенного класса контактных задач о контакте слоистой трубы с упругим основанием. При этом требуется сделать постановку задачи и построить математическую модель, разработать численные методы расчета напряженно деформированного состояния слоистой конструкции.

Для численного решения этой задачи рассмотрим существующие модели расчета.

Для разработки математических моделей используем математическую теорию упругости анизотропной среды, применяя концепцию макромеханики. При этом нужно, при определении параметров трибоконтакта, использовать характеристики материалов – объемное содержание волокна в матрице, модули упругости, коэффициент Пуассона и пределы прочности в разных направлениях.

Для определения характеристик в телах сопряжения из волокнистых композиционных материалов применяется теория как изотропного и трансверсально-изотропного, так и ортотропного тела. Теорию трансверсально-изотропного тела в случае плоской деформации можно применить, например, для расчета слоистого композита с армирующими волокнами, расположенными хаотически в плоскости xu , для которой имеет место изотропия. В данном случае различие упругих свойств проявляется при переходе от слоя к слою, т. е. можно сказать, что упругие свойства меняются в направлении наслаивания. Упругие свойства такого композита характеризуют четыре независимые постоянные, а через них достаточно просто могут быть вычислены остальные постоянные. Для приближенного анализа теории контакта, например слоистой трубы и упругого основания, используется теория, представленная в работах [15], [16] применительно к анизотропным материалам, базирующаяся на статическом решении контактной задачи взаимодействия упругого индентора с ортотропным слоистым основанием.

Расчет напряжений в трубе с податливой оболочкой и полиуретановой теплоизоляцией. На современном этапе развития техники все чаще в системе теплоснабжения (рисунок 1) стали появляться трехслойные полимерные и композитные трубы, которые необходимо рассчитывать на НДС с учетом силовых, температурных, реологических и других факторов. В связи с этим, рассмотрим задачу о бесконечно длинном упругом цилиндре, заключенном в податливую оболочку с полиуретановой теплоизоляцией, нагруженном внутренним давлением (здесь и далее температурные факторы не учитываем, постараемся их учесть в следующих статьях), модель для расчета представлена на рисунке 2. Аналогично [17] строим решение для трехслойной трубы.

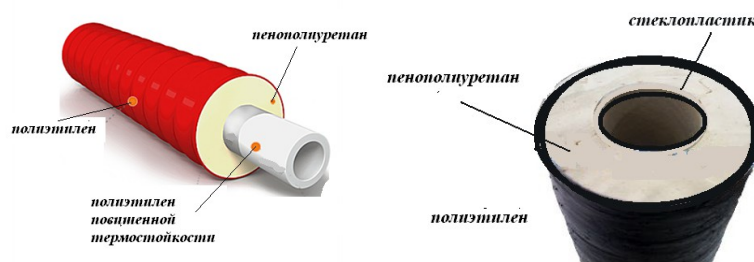


Рисунок 1 – Пример слоистых труб из полимеров для теплоснабжения (фото с сайта www.zpt.by)

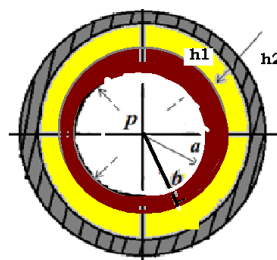


Рисунок 2 – Модель для расчета цилиндра в податливой оболочке под действием внутреннего давления

Примем, что поведение оболочки и наполнителя описывается уравнениями теории упругости и $\varepsilon_z^* = \varepsilon_z = 0$. Для рассматриваемой задачи имеем уравнение равновесия в напряжениях

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0,$$

геометрические зависимости для перемещений и деформаций

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{u_r}{r}, \quad \varepsilon_z = 0,$$

и физические зависимости

$$\begin{aligned} \sigma_r &= 2G_1 \varepsilon_r + \lambda(\varepsilon_r + \varepsilon_\theta), \\ \sigma_\theta &= 2G \varepsilon_\theta + \lambda(\varepsilon_r + \varepsilon_\theta). \end{aligned}$$

Коэффициент λ для случая плоского напряженного состояния (ПНС) имеет вид $\lambda = 2G\nu/(1-\nu)$, а для плоского деформированного состояния (ПДС) $\lambda = 2G\nu/(1+2\nu)$. В дальнейшем будем иметь в виду, что модуль сдвига G_1 , коэффициент Ламе λ_1 и коэффициент Пуассона ν относятся к материалу цилиндра, а G_2 и λ_2 – к материалу наполнителя и коэффициент Ламе λ_1 и коэффициент Пуассона ν относятся к материалу цилиндра, а G_3 и λ_3 – к материалу оболочки, модуль сдвига и модуль Юнга для изотропных материалов связаны зависимостью $G = E/(2(1+\nu))$. На основании вышеприведенных уравнений, получим уравнение равновесия в перемещениях

$$\frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r^2} = 0.$$

Из решения этого уравнения найдем перемещение, а затем и напряжения. Таким образом, имеем:

$$u_r^i = A_i r + B_i \frac{1}{r}, \quad \sigma_r^i = 2G_i \left[(1 + 2\lambda_i) A_i - B_i \frac{1}{r^2} \right], \quad \sigma_\theta^i = 2G_i \left[(1 + 2\lambda_i) A_i + B_i \frac{1}{r^2} \right], \quad (1)$$

соответственно для трубы, наполнителя, оболочки принимаем $i = 1, 2, 3$. Постоянные A_i, B_i определяются из граничных условий:

$$\begin{aligned} u_{r/r=b}^1 &= u_{r/r=b}^2, & u_{r/r=b+h1}^2 &= u_{r/r=b+h1}^3, \\ \sigma_{r/r=b+h1}^2 &= \sigma_{r/r=b+h1}^3, & \sigma_{r/r=a}^1 &= -p, \\ \sigma_{r/r=b+h2}^3 &= 0, & \sigma_{r/r=b}^1 &= \sigma_{r/r=b}^2. \end{aligned} \quad (2)$$

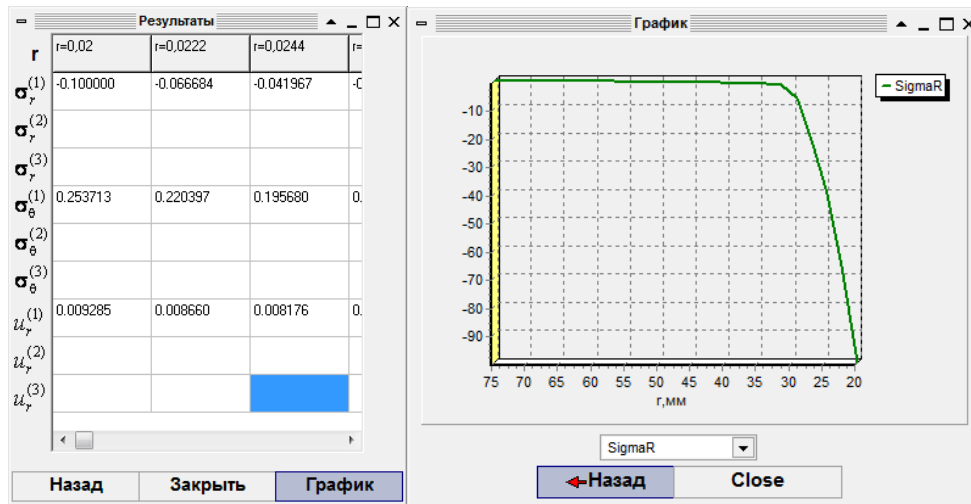
Из граничных условий (2) составляем систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) 6×6 для нахождения неизвестных коэффициентов $A_i, B_i, i = \overline{1,3}$. Матричным методом решаем полученную СЛАУ. Определенные коэффициенты подставляем в уравнения (1) для нахождения напряжений и перемещений в трубе.

Программная реализация. Был разработан алгоритм и создана программа, реализующая расчет напряжений и перемещений для трубы в податливой оболочке с полиуретановой теплоизоляцией. На рисунке 3 изображено окно ввода исходных данных (материал 1 – полиэтилен повышенной термостойкости, материал 2 – пенополиуретан, материал 3 – полиэтилен).

| СЛАУ | | | | |
|-----------------|------------|-----------------------|------------------------|---------|
| Материал 1 | Материал 2 | Материал 3 | | |
| E | 0,62 | 0,01 | 0,15 | P 0,1 |
| ν | 0,38 | 0,42 | 0,4 | |
| a | 0,02 | b 0,03 | h1 0,05 | |
| h2 | 0,055 | r _{нач} 0,02 | r _{кон} 0,075 | |
| Кол-во разб. 25 | | | | |
| Вычислить | | Повторить | | Закреть |
| Чтение из файла | | | Запись в файл | |

Рисунок 3 – Главное окно программы

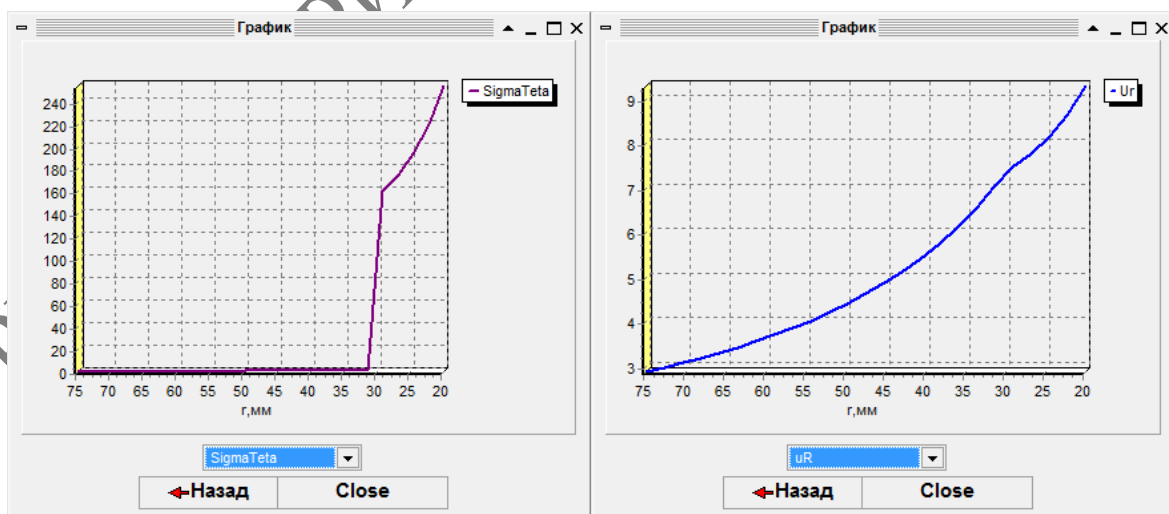
После нажатия клавиши «Вычислить» программа, по заранее определенному алгоритму, строит матрицу и вектор свободных членов системы линейных алгебраических уравнений, решает ее, по формулам (1) определяет напряжения и перемещения и выводит результаты в виде таблицы (рисунок 4), по нажатию на клавиши «график» будут построены графики зависимости σ_r^i , σ_θ^i , u_r^i от r (рисунки 4,5). Для граничных значений r (на границе двух слоев) выводятся искомые характеристики для двух материалов.

Рисунок 4 – Результаты расчетов, график зависимости σ_r^i от r

Из результатов расчетов, представленных на рисунках 4, 5 можно сделать следующие выводы:

- 1) Напряжение σ_r^i практически линейно изменяется по толщине, затем незначительно изменяется по всей толщине двух последних слоев изоляции;
- 2) Основные напряжения σ_θ^i сконцентрированы в нижнем слое трубы;
- 3) Начиная с середины изоляции, перемещения u_r^i резко затухают.

Для полной картины исследования напряженно-деформируемого состояния конструкции трубы необходимо рассчитать τ_{\max} и эквивалентные напряжения.

Рисунок 5 – Графики зависимости σ_θ^i и u_r^i от r

Заключение. В статье рассмотрена реализация методики расчета напряженно-деформируемого состояния неоднородной слоистой цилиндрической трубы. Описывается алгоритм решения поставленной задачи. Реализация алгоритма расчета осуществлялась на задаче определе-

ния напряжений в трубе с податливой оболочкой и полиуретановой теплоизоляцией, описывается разработанный алгоритм решения задачи, приводится пример расчёта. Предлагаемый подход дает возможность оптимального выбора материала для трубы и геометрических характеристик, учитывая условия эксплуатации. Разработанную методику можно легко обобщить на другие задачи расчета напряженно-деформированного состояния слоистых труб.

Литература

1. Hyer, M.W. Hydrostatic Response of Thick Laminated Composite Cylinders / M.W. Hyer // *Jnl. Reinforced Plastics and Composites*. – 1988. – Vol. 7. – P. 321–330.
2. Победря, Б.Е. Механика композиционных материалов / Б.Е. Победря. – М. : Изд-во Моск. ун-та, 1984. – 336 с.
3. Можаровский, В.В. Напряженно-деформированное состояние слоистых цилиндрических труб / В.В. Можаровский, С.А. Марьин, Н.А. Марьина // *ВЕСТНИК ХНТУ*. – 2008. – № 2. – С. 31.
4. Pagano, N.J. Geometric Design of Composite Cylindrical Characterization Specimens / N.J. Pagano // *Journal of Composite Materials*. – 1970. – Vol. 4. – P. 360–378.
5. Андреев, В.И. Некоторые задачи и методы механики неоднородных тел / В.И. Андреев. – М. : Изд-во Ассоциации строительных вузов, 2002. – 288 с.
6. Shim, D.-J. Failure strength assessment of pipes with local wall thinning under combined loading based on finite element analyses / D.-J. Shim, J.-B. Choi, Y.-J. Kim // *ASME J. Pressure Vessel Technol.* – 2004. – Vol. 126, Issue 2. – P. 179–183.
7. Bhaskar, K. Three-dimensional analysis of a cross-ply cylindrical shell subjected to a localized circumferential shear force / K. Bhaskar, N. Ganapathysaran // *International Journal of Pressure Vessels and Piping*. – 2002. – [Vol. 79, Issue 7](#). – P. 519–524.
8. Можаровский, В.В. Реалізація розрахунку напружень багатосарових труб / В.В. Можаровский, Д.С. Кузьменков. // *Вісник Київського національного університету ім. Т. Шевченка. Серія фізико-математичних наук*. – 2015. – № 5. – С. 173–178.
9. Можаровский, В.В. Влияние дефекта (трещины) на напряженно-деформированное состояние цилиндрической трубы из композита / В.В. Можаровский, С.А. Марьин // *Материалы. Технологии. Инструменты*. – 2015. – № 2. – С. 19–25.
10. Kim, Y.-J. Reference stress based approach to predict failure strength of pipes with local wall thinning under single loading / Y.-J. Kim, D.-J. Shim, H. Lim // *ASME J. Pressure Vessel Technol.* – 2004. – Vol. 126, Issue 2. – P. 194–201.
11. Mohareb, M. Plastic interaction relations for pipe sections / M. Mohareb // *J. Eng. Mech. ASCE*. – 2002. – Vol. 128, Issue 1. – P. 112–120.
12. Mohareb, M. Plastic resistance of pipe sections – an upper bound solution / M. Mohareb // *J. Struct. Eng. ASCE*. – 2003. – Vol. 129, Iss 1. – P. 41–48.
13. Можаровский, В.В. Создание и работа программного комплекса контроля и диагностики сосудов и трубопроводов / В.В. Можаровский, С.А. Марьин, Н.А. Марьина // *Информационно-компьютерные технологии 2010: материалы V Международной научной конференции, Житомир 20–22 мая 2010 г.* / Изд-во Житомирского гос. ун-та. – Житомир, 2010. – С. 5–7.
14. Gao, X.-L. Elasto-plastic analysis of an internally pressurized thick-walled cylinder using a strain gradient plasticity theory / X.-L. Gao // [International Journal of Solids and Structures](#). – 2003. – [Vol. 40, Issue 23](#). – P. 6445–6455.
15. Лехницкий, С.Г. Теория упругости анизотропного тела / С.Г. Лехницкий. – М. : Наука, 1977. – 416 с.
16. Можаровский, В.В. Прикладная механика слоистых тел из композитов / В.В. Можаровский, В.Е. Старжинский. – Минск : Наука и техника, 1988. – 280 с.
17. Кузнецов, Г.Б. Упругость, вязкоупругость и длительная прочность цилиндрических тел / Г.Б. Кузнецов. – М. : Изд-во Наука, 1979. – 112 с.