

УДК 621.039.514

Кинетика системы связанных импульсных реакторов

КОЛЕСОВ В. Ф., ПЕТРОВ Ю. В., ШТАРЕВ С. К.

Кинетика связанных реакторов — объект исследования многих работ, главным образом зарубежных. При этом часто делается упор на обеспечение гарантий безопасности больших энергетических реакторов с расширенным воспроизводством горючего. Рассматривается реактор, в котором деления в активной зоне вызываются только быстрыми, а в отражателе, являющемся зоной воспроизводства, — и быстрыми, и тепловыми нейтронами. Получается как бы вдвоенная система быстрого и теплового реакторов. Она отличается выгодными с точки зрения безопасности свойствами.

Теория связанных реакторов была впервые разработана Р. Эйвери в Аргоннской национальной лаборатории США [1—3]. Кинетика связанных реакторов, в частности анализ устойчивости их работы, рассматривалась в работах [4—11]. Проблеме кинетики была посвящена даже специальная конференция в США [12]. Представляет интерес также исследование систем связанных импульсных реакторов, в частности их разновидности — связанных систем импульсного реактора и подкритической сборки, позволяющих существенно расширить возможности экспериментов на реакторах [13].

В настоящей работе исследуется кинетика системы двух связанных импульсных реакторов, у одного из которых по крайней мере коэффициент температурного гашения реактивности отличается от нуля. Предполагается, что система в целом работает в режиме мощных самогасящихся импульсов, т. е. в режиме, при котором переходные процессы определяются только внутренними связями и начальным значением реактивности реакторов.

Уравнения кинетики системы двух связанных импульсных реакторов. При рассмотрении баланса нейтронов в каждом реакторе по аналогии с выводом обычных уравнений кинетики получим следующие уравнения кинетики для двух связанных реакторов:

$$\frac{dN_1}{dt} = \frac{k_{11}(1-\beta)-1}{\tau_{11}} N_1 + \frac{k_{12}(1-\beta)}{\tau_{22}} N_2 [t - (\tau_{12} - \tau_{11})] +$$

$$\begin{aligned} & + \sum_{i=1}^D \lambda_i \{k_{11}C_{1i} + k_{12}C_{2i} \times \\ & \quad \times [t - (\tau_{12} - \tau_{11})]\} + S_1(t); \\ \frac{dN_2}{dt} = & \frac{k_{22}(1-\beta)-1}{\tau_{22}} N_2 + \\ & + \frac{k_{21}(1-\beta)}{\tau_{11}} N_1 [t - (\tau_{21} - \tau_{22})] + \\ & + \sum_{i=1}^D \lambda_i \{k_{22}C_{2i} + k_{21}C_{1i} \times \\ & \quad \times [t - (\tau_{21} - \tau_{22})]\} + S_2(t); \\ \frac{dC_{ji}}{dt} = & \frac{\beta_i}{\tau_{jj}} N_j - \lambda_i C_{ji}; \end{aligned} \quad (1)$$

где N_j и C_{ji} — число нейтронов и источников запаздывающих нейтронов группы i в j -м реакторе в момент времени t ; k_{jj} и τ_{jj} — коэффициент размножения (с учетом запаздывающих нейтронов) и среднее время жизни мгновенных нейтронов в j -м реакторе при отсутствии другого реактора; k_{jk} — коэффициент размножения нейтронов (с учетом запаздывающих нейтронов) в j -м реакторе, относящийся к нейтронам k -го реактора (коэффициенты связи двух реакторов); τ_{jk} — среднее время жизни мгновенного нейтрона, родившегося в реакторе k и вызвавшего

деление в реакторе j ; λ_i , β_i и $\beta = \sum_{i=1}^D \beta_i$ — параметры запаздывающих нейтронов (предполагаются одинаковыми для обоих реакторов); D — число групп запаздывающих нейтронов; S_j — внешний источник нейтронов в реакторе j (нейтр./с); сдвиг аргумента ($\tau_{jk} - \tau_{jj}$) — время от рождения нейтрона в реакторе k до прилета этого нейтрона в реактор j (имеются в виду нейтроны, вызывающие деления в реакторе j).

Можно показать, что система уравнений (1) с точностью до малых величин второго порядка идентична системе уравнений для связанных реакторов в формулировке Эйвери [1]. Система уравнений Эйвери отличается от (1) двумя дополнительными уравнениями для N_{12} , N_{21} и отсутствием членов с запаздывающим аргументом. Уравнения кинетики связанных реакторов, близкие по форме уравнениям (1), использовались и другими авторами (см., например, [4—7]).

Уравнения (1), на которых основывается анализ кинетики связанных реакторов в настоящей работе, проще по виду, ближе к привычным уравнениям кинетики автономного реактора; к тому же они позволяют наиболее наглядно проследить влияние различных упрощений на точность расчетов.

Связь (обратную) реактивности с N_1 , N_2 выразим коэффициентами k_{11} , k_{12} . Для удобства использования решений вместо N_1 и N_2 введем величины n_1 и n_2 — интенсивности делений соответственно в первом и втором реакторах в момент t [$n_j = (N_j/v\tau_{jj})$, где v — число нейтронов, возникающих в одном акте деления]. В этом случае

$$\left. \begin{aligned} k_{11}(t) &= k_{11}^0(t) - a_0^{(1)} \int_0^t n_1(t) dt - \sum_{m=1}^M a_m^{(1)} v_m^{(1)}(t); \\ k_{22}(t) &= k_{22}^0(t) - a_0^{(2)} \int_0^t n_2(t) dt - \sum_{m=1}^M a_m^{(2)} v_m^{(2)}(t); \\ \frac{1}{(\omega_m^{(1)})^2} \frac{d^2 v_m^{(1)}}{dt^2} &= \int_0^t n_1(t) dt - v_m^{(1)}(t); \\ \frac{1}{(\omega_m^{(2)})^2} \frac{d^2 v_m^{(2)}}{dt^2} &= \int_0^t n_2(t) dt - v_m^{(2)}(t); \\ m &= 1, 2, \dots, M. \end{aligned} \right\} (2)$$

Обратная связь в уравнениях (2) выражена в форме, характерной для быстрых импульсных реакторов [14]. При этом введены следующие обозначения: $k_{jj}^0(t)$ — значение $k_{jj}(t)$ без учета

влияния обратной связи; $a_0^{(j)} \int_0^t n_j(t) dt$ — вклад

в $k_{jj}(t)$ от безынерционного, не связанного с тепловым расширением активной зоны, температурного эффекта реактивности; $a_m^{(j)} v_m^{(j)}(t)$ — вклад в $k_{jj}(t)$ от m -й составляющей (или гармоники) смещений при тепловом расширении активной зоны, которому в общем случае присуще инерционное запаздывание; $v_m^{(j)}$ — условная амплитуда m -й составляющей смещений, определяемая как решение уравнения для колебательной системы с круговой частотой $\omega_m^{(j)}$. Параметры $a_m^{(j)}$ ($k = 0, 1, 2, \dots, M$) — парциальные квазистатические коэффициенты гашения реактивности. Полный квазистатический коэффициент гашения реактивности $a^{(j)}$ определяется соотношением $a^{(j)} = a_0^{(j)} + \sum_{m=1}^M a_m^{(j)}$.

Система уравнений (1) с учетом перехода от N_j к n_j и (2) при дополнении ее начальными значениями n_j , C_{ji} , $v_m^{(j)}$ и $dv_m^{(j)}/dt$ дает полное описание переходных процессов в двух связанных импульсных реакторах (в рамках точной для каждого из реакторов кинетики).

При анализе быстропеременных переходных процессов запаздывающие нейтроны можно не учитывать. Во многих случаях не обязательно учитывать запаздывание теплового расширения. При этом система уравнений (1), (2) значительно упрощается и принимает вид

$$\left. \begin{aligned} \tau_{11} \frac{dn_1}{dt} &= (k_{11} - 1)n_1 + k_{12}n_2 [t - (\tau_{12} - \tau_{11})]; \\ \tau_{22} \frac{dn_2}{dt} &= (k_{22} - 1)n_2 + k_{21}n_1 [t - (\tau_{21} - \tau_{22})]; \\ k_{11} &= k_{11}^0(t) - a^{(1)} \int_0^t n_1 dt; \\ k_{22} &= k_{22}^0(t) - a^{(2)} \int_0^t n_2 dt. \end{aligned} \right\} (3)$$

Здесь в отличие от (1), (2) k_{jk} — коэффициенты размножения с учетом лишь мгновенных нейтронов.

Как будет показано далее, в реальных комбинациях двух импульсных реакторов время запаздывания поступления нейтронов ($\tau_{jk} - \tau_{jj}$) из реактора k в реактор j также не играет заметной роли, и его в большинстве случаев можно принимать равным нулю. В настоящей работе анализ кинетики связанных импульсных реакторов часто проводится на основе аналитических и численных решений уравнений (3) с учетом и без учета времени запаздывания.

Начальный период разгона, реактивность и среднее время жизни нейтронов в системе связанных реакторов. С помощью уравнений (1) получено уравнение «обратных часов», близкое к аналогичному уравнению в формулировке Эйвери [1]:

$$\left[1 + \frac{\tau_{11}}{T} - k_{11} \left(1 - \sum_{i=1}^D \frac{\beta_i}{1 + \lambda_i T} \right) \right] \left[1 + \frac{\tau_{22}}{T} - k_{22} \left(1 - \sum_{i=1}^D \frac{\beta_i}{1 + \lambda_i T} \right) \right] = k_{12} k_{21} \left(1 - \frac{\tau_{12} - \tau_{11}}{T} \right) \left(1 - \frac{\tau_{21} - \tau_{22}}{T} \right) \times \left(1 - \sum_{i=1}^D \frac{\beta_i}{1 + \lambda_i T} \right)^2. \quad (4)$$

Согласно [1] эффективное время жизни нейтронов τ и коэффициент размножения нейтронов k в системе двух связанных реакторов определяются выражениями

$$\tau = \frac{\Delta k_2 (1 + \Delta k_1)}{\Delta k_1 + \Delta k_2} \times$$

$$\times \left[\tau_{11} + \frac{\Delta k_1 (1 + \Delta k_2)}{\Delta k_2 (1 + \Delta k_1)} \tau_{22} - \frac{\Delta k_1}{1 + \Delta k_1} (\tau_{12} + \tau_{21}) \right]; \quad (5)$$

$$\Delta k = \frac{\Delta k_1 + \Delta k_2}{2} \pm$$

$$\pm \sqrt{\frac{(\Delta k_1 + \Delta k_2)^2}{4} + k_{12} k_{21} - \Delta k_1 \Delta k_2},$$

где

$$\Delta k = k - 1; \quad \Delta k_1 = k_{11} - 1; \quad \Delta k_2 = k_{22} - 1. \quad (6)$$

При небольших отклонениях k, k_{11}, k_{22} от единицы значения $\Delta k, \Delta k_1, \Delta k_2$ можно считать равными реактивностям соответственно всей системы, первого и второго реакторов, рассматриваемых изолированно по отношению друг к другу. При фиксированных Δk и Δk_2 (или Δk_1) значение Δk_1 (или Δk_2) определяется из соотношения

$$\Delta k_1 = \Delta k + \frac{k_{12} k_{21}}{\Delta k_2 - \Delta k} \left(\Delta k_2 = \Delta k + \frac{k_{12} k_{21}}{\Delta k_1 - \Delta k} \right). \quad (7)$$

Для расчетов удобно также выражения, связывающие Δk_1 (или Δk_2) с фиксированными значениями периода разгона T и Δk_2 (или Δk_1):

$$\Delta k_1 = \sigma + \frac{k_{12} k_{21}}{\Delta k_2 - \sigma} \left(\Delta k_2 = \sigma + \frac{k_{12} k_{21}}{\Delta k_1 - \sigma} \right);$$

$$\sigma(T) = \left(1 - \sum_{i=1}^D \frac{\beta_i}{1 + \lambda_i T} \right)^{-1} - 1. \quad (8)$$

Эти выражения получены из уравнения (4) в приближении нулевого времени жизни мгновенных нейтронов.

Решения уравнений кинетики системы двух связанных импульсных реакторов. Даже упрощенные уравнения в форме (3) в общем виде нельзя решить аналитически. Такие решения удастся найти только для ряда частных случаев. Решения уравнений (3) можно найти при фиксированных значениях k_{11}^0, k_{22}^0 (скачкообразное введение начальной реактивности) и при $a^{(2)} = 0$. Последнее условие соответствует случаю, когда второй реактор или не имеет заметного температурного коэффициента реактивности, или находится в глубоко подкритическом состоянии, так что температурные изменения реактивности по существу не меняют его размножающих свойств. В этом случае уравне-

ния (3) после введения новых переменных $J_j(t) =$

$$= \int_0^t n_j(t) dt \quad (j = 1, 2) \text{ принимают вид}$$

$$\left. \begin{aligned} \tau_{11} \frac{d^2 J_1(t)}{dt^2} &= [\Delta k_1^0 - a^{(1)} J_1(t)] \frac{dJ_1(t)}{dt} + \\ &+ k_{12} J_2 [t - (\tau_{12} - \tau_{11})]; \\ \tau_{22} \frac{d^2 J_2(t)}{dt^2} &= \Delta k_2^0 \frac{dJ_2(t)}{dt} + \\ &+ k_{21} J_1 [t - (\tau_{21} - \tau_{22})]; \\ \frac{dJ_j(0)}{dt} &= n_j^0; \quad J_j(0) = 0 \quad (j = 1, 2). \end{aligned} \right\} (9)$$

Воспользуемся свойствами самогасящихся импульсных систем (при $t \rightarrow \infty$ значение $\frac{dJ_j}{dt} =$

$= n_j \rightarrow 0; J_j \rightarrow J_{j\infty}$) и проинтегрируем уравнения (9) по t . После ряда преобразований, считая n_j^0 малыми величинами, получим

$$J_{1\infty} = \frac{2\Delta k_1^0}{a^{(1)}} \left(1 - \frac{k_{12} k_{21}}{\Delta k_1^0 \Delta k_2^0} \right); \quad J_{2\infty} = \frac{-k_{21}}{\Delta k_2^0} J_{1\infty}. \quad (10)$$

Выражения (10) определяют одну из наиболее важных характеристик переходных процессов в связанных системах — полное число делений в реакторах за импульс. Точное выражение для другой столь же важной характеристики — ширины импульса на половине высоты — найти не удалось, она определена приближенно. С помощью уравнений (9) нашли ширину импульса на половине высоты $\theta_{\text{ромб}}$ для комбинации n_1 и n_2 , а именно для

$$\left[n_1 - \frac{k_{12} \tau_2 - k_{12} \Delta k_2^0 (\tau_{12} - \tau_{11})}{\Delta k_2^0 \tau_1 - k_{12} k_{21} (\tau_{21} - \tau_{22})} n_2 \right];$$

$$\theta_{\text{ромб}} = \frac{3,5255 \tau_{11}}{\Delta k_1^0} \times$$

$$\times \frac{1 + \frac{k_{12} k_{21}}{(\Delta k_2^0)^2 \tau_{11}} \{ \tau_{22} - \Delta k_2^0 [(\tau_{12} - \tau_{11}) + (\tau_{21} - \tau_{22})] \}}{1 - \frac{k_{12} k_{21}}{\Delta k_1^0 \Delta k_2^0}}. \quad (11)$$

При этом использовано разложение составляющих с запаздывающим аргументом в ряд Тейлора до членов первого порядка включительно. Указанная приближенная ширина импульса незначительно отличается от реальной ширины импульсов в реакторах, если различие в действительной ширине в них невелико и между импульсами мал сдвиг по времени. Показано, что в действительности эти условия в большинстве случаев выполняются. Таким образом, решения (10), (11) позволяют получать весьма полные представления о характеристиках импульсов в системе связанных реакторов. В частности, из этих решений следует, что учет запа-

здывания в поступлении нейтронов из одного реактора в другой не приводит к какому-либо изменению полного энерговыделения в импульсе или отношения энерговыделений в реакторах. Ширина импульса при этом несколько увеличивается.

Точные решения уравнений (3) без учета времени запаздывания получены с помощью ЭВМ. Путем введения безразмерных переменных

$$x = -\frac{\Delta k_2^0}{\tau_{22}} t; \quad y = -\frac{a^{(1)}\tau_{22}}{\Delta k_1^0 \Delta k_2^0} n_1; \quad z = \frac{a^{(1)}\tau_{22}}{k_{21}\Delta k_1^0} n_2$$

уравнения (3) приводились к параметрическому виду:

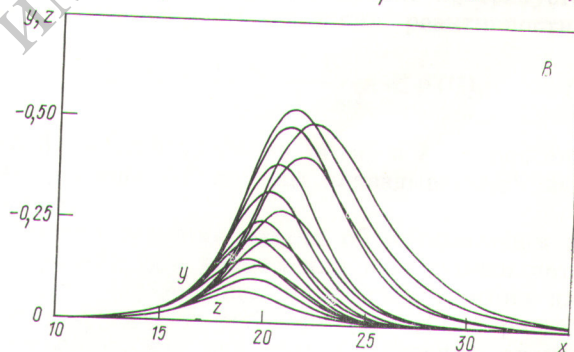
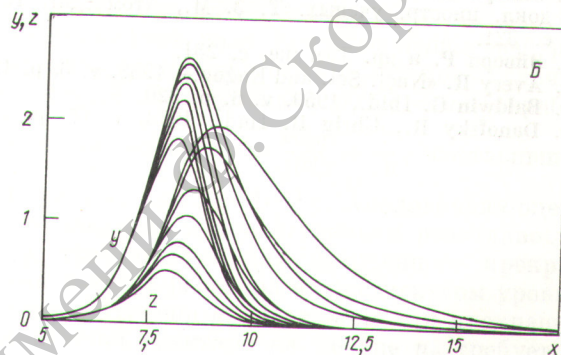
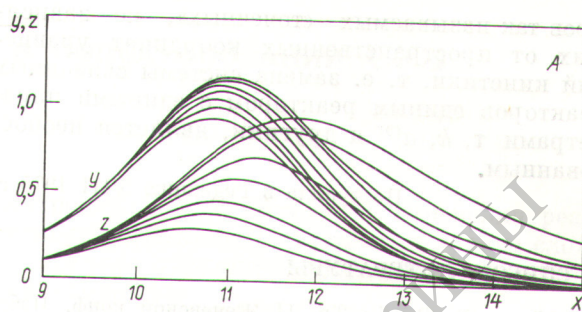
$$\left. \begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= a \left(1 - \int_0^x y dx \right) y + bz; \\ \frac{dz}{dx} &= y - \left(1 + c \int_0^x z dx \right) z; \\ y(0) &= y_0; \quad z(0) = 0; \end{aligned} \right\} (12)$$

где

$$a = \frac{-\Delta k_1^0 \tau_{22}}{\Delta k_2^0 \tau_{11}}; \quad b = \frac{k_{12} k_{21} \tau_{22}}{(\Delta k_2^0)^2 \tau_{11}}; \quad c = \frac{a^{(2)} \Delta k_1^0 k_{21}}{a^{(1)} (\Delta k_2^0)^2}.$$

В результате расчетов получены зависимости от параметров a, b, c максимальных значений y и z , предельных значений интегралов от y и z , ширины импульсов в реакторах на половине высоты θ_y и θ_z , «расстояние» Δx , на которое смещены относительно друг друга пики всплесков y и z . В качестве примера на рисунке представлены импульсы делений в обоих реакторах связанной системы при заданных значениях a и b в зависимости от параметра c . Расчеты показали, что ширина импульсов θ_y и θ_z отличается не более чем в 1,5 раза, за исключением случаев очень больших значений b . Аналитическое значение $\theta_{\text{номб}}$ находится между значениями θ_y и θ_z (примерно в середине), и, следовательно, относительное отклонение $\theta_{\text{номб}}$ от истинных значений ширины импульса не превышает 25% (за исключением случаев очень больших значений параметра b).

Сдвиг импульса во втором реакторе по отношению к импульсу в первом невелик: обычно не превышает 1/3 ширины импульса. Форма импульсов в каждом реакторе системы в отличие от симметричной формы импульса в автономном реакторе характеризуется несколько затянутым спадом импульса по сравнению с его подъемом. Наиболее четко эта особенность видна при $c = 0$ (при отсутствии гашения реактивности во втором реакторе). По мере увеличения c



Импульсы делений в реакторах связанной системы в зависимости от параметра c .

A: $a = 1; b = 1$; импульсы в порядке убывания соответствуют значениям $c = 0; 0,1; 0,5; 1; 2; 3; 5$
 B: $a = 1; b = 3$; импульсы в порядке убывания соответствуют значениям $c = 0; 0,1; 0,5; 1; 2; 3; 5$
 B: $a = -1; b = 3$; импульсы в порядке убывания соответствуют значениям $c = 0; -0,1; -0,5; -1; -2; -3; -5$

импульсы во втором реакторе уменьшаются. В первом реакторе они также уменьшаются, хотя и не столь существенно.

Отношение интенсивностей делений в связанных импульсных реакторах резко меняется за время переходных процессов (см. рисунок). Так, для системы, представленной на рисунке B, при $c = 0$ отношение y/z при $x = 7$ равно ~ 3 , а при $x = 12$ составляет $\sim 1/2$. Таким образом, отношение интенсивности делений в реакторах увеличивается в шесть раз. Применение к системам связанных импульсных реак-

торов так называемых «точечных», не зависящих от пространственных координат уравнений кинетики, т. е. замена системы связанных реакторов единым реактором с едиными параметрами τ , k , $a^{(0)}$ и другими, является необоснованным.

Поступила в Редакцию 3/III 1975 г.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Эйвери Р. В сб.: Тр. II Женевской конф. Избр. докл. иностр. ученых. Т. 3. М., Атомиздат, 1958, с. 321.
2. Эйвери Р. и др. Там же, с. 231.
3. Avery R. «Nucl. Sci. and Engng.», 1958, v. 3, p. 129.
4. Baldwin G. Ibid., 1959, v. 6, p. 320.
5. Danofsky R., Uhrig R. Ibid., 1963, v. 16, p. 131.

6. Belleni-Morante A. «Nukleonik», 1966, v. 8, N 5, p. 291.
7. Belleni-Morante A. «Nukleonik», 1967, v. 10, N 4, p. 217.
8. Ватулин В. В., Юферев В. И. «Атомная энергия», 1970, т. 29, вып. 2, с. 117.
9. Горяченко В. Д. «Атомная энергия», 1967, т. 23, вып. 6, с. 548.
10. Hafele W. Proc. of a Seminar Physics of fast and Intermediate Reactors. V.III. Vienna, IAEA, 1961, p. 19.
11. Stacey W. «Reactor Technology», 1971, v. 14, N 2, p. 169.
12. Coupled Reactor Kinetics. Proc. National Topical Meeting American Nuclear Society. Ed. C. Chezem, W. Kohler. Texas, 1967.
13. Дубовский Б. Г. «Атомная энергия», 1959, 7, вып. 5, с. 456.
14. Колосов В. Ф. «Атомная энергия», 1966, 20, вып. 3, с. 265.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ имени Ф. Стороженко