МАТЕМАТИКА

Н. М. Адарченко
г. Гомель, ГГУ имени Ф. Скорины

О КОНЕЧНЫХ ГРУППАХ, В КОТОРЫХ НИЛЬПОТЕНТНЫЙ КОРАДИКАЛ ЯВЛЯЕТСЯ ХОЛЛОВОЙ ПОДГРУППОЙ

Все рассматриваемые в данной работе группы конечны, и G всегда обозначает конечную группу. В дальнейшем σ является некоторым разбиением множества всех простых чисел $\mathbb{P}$, то есть $\sigma = \{\sigma_i | i \in I\}$, где $\mathbb{P} = \bigcup_{i \in I} \sigma_i$ и $\sigma_i \cap \sigma_j = \emptyset$ для всех $i \neq j$. Символ $\sigma(n)$ обозначает [1, 2] набор$\{\sigma_i | \sigma_i \cap \pi(n) \neq \emptyset\}$; $\sigma(G) = \sigma(|G|)$.

Группа G называется [3]: *σ-примарной*, если G является σ_i-группой для некоторого $i \in I$; *σ-нильпотентой*, если $G = G_1 \times \ldots \times G_n$ для некоторых σ-прмарных групп $G_1, \ldots, G_n$; *σ-разрешимой*, если каждый главный фактор G является σ-примарным.

Множество $\mathbf{H}$ подгрупп в G является *полный холловский σ-множеством* в G [1, 2], если каждый член $\neq 1$ в $\mathbf{H}$ является холловой σ_i-подгруппой в G для некоторого $\sigma_i \in \sigma$ и $\mathbf{H}$ содержит в точности одну холлову σ_i-подгруппу группы G для каждого $\sigma_i \in \sigma(G)$.

Пусть $\tau_H(A) = \{\sigma_i \in \sigma(G) \backslash \sigma(A) | \sigma(A) \cap \sigma(H^G) \neq \emptyset$ для холловой σ_i-подгрупы H $\in \mathbf{H}\}$.

Тогда мы говорим, следуя Бейдлеману и Скибе [4], что подгруппа A группы G является: (i)τ_σ *-перестановочный в G относительно* $\mathbf{H}$, если $AH^x = H^xA$ для всех $x \in G$ и всех H $\in \mathbf{H}$ таких, что $\sigma(H) \subseteq \tau_H(A)$; (ii) τ_σ*-перестановочный* в G, если A является τ_σ-*перестановочной* в G относительно некоторого полного холлова σ-множества $\mathbf{H}$ из G.

Наша главная цель – доказать следующий результат.

Теорема 1.1. *Пусть $D = G^{\mathfrak{N}_\sigma}$ и $\pi = \pi(D)$. Предположим, что G обладает полным холловым σ-множеством* $\mathbf{H}$, *все члены которого π-сверхразрешимы. Если максимальные подгруппы каждой нециклической силовской p-подгруппы группы G являются τ_σ-перестановочными в G для всех $p \in \pi$, то D – нильпотентная холлова подгруппа в G, наименьший простой делитель числа $|G|$ делит $|G{:}\,D|$ и каждый главный фактор группы G ниже D является циклическим.*

В этой теореме символ $G^{\mathfrak{N}_\sigma}$ обозначает σ-нильпотентный корадикал группы G, то есть пересечение всех нормальных подгрупп N группы G с σ-нильпотентной фактор-группой G/N; $G^{\mathfrak{N}}$ – нильпотентный корадикал группы G.

Следствие 1.2 (см. теорему 10.3 в [5, VI]). *Если каждая силовская подгруппа группы G является циклической, то G сверхразрешима.*

Следствие 1.3 (Сринивасан [6]). *Если каждая максимальная подгруппа каждой силовской подгруппы группы G S-перестановочна в G, то G сверхразрешима.*

Список использованных источников

1 Skiba, A. N. Some characterizations of finite σ-soluble $P\sigma T$-groups / A. N. Skiba // J. Algebra. – 2018. – 495(1), – P. 114–129.

2 Skiba, A. N. On sublattices of the subgroup lattice defined by formation / A. N. Skiba // Fitting sets, J. Algebra. – 2020. – 550 – P. 69–85.

3 Skiba, A. N. On σ-subnormal and σ-permutable subgroups of finite groups / A. N. Skiba // J. Algebra. – 2015. – 436 – P. 1–16.

4 Beidleman, J. C. On τ_σ-quasinormal subgroups of finite groups / J. C. Beidleman, A. N. Skiba J. // Group Theory. – 2017. – 20(5) – P. 955–964.

5 Huppert, B. Endliche Gruppen I / B. Huppert // Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York. – 1967 – 793 p.

6 Srinivasan, S. Two sufficient conditions for supersolubility of finite groups / S. Srinivasan // Israel J. Math. –1980. – 3(35) – P. 210–214.

7 Hu, B. Finite groups with given systems of σ-semipermutable subgroups, / B. Hu, J. Huang, A. N. Skiba // J. Algebra and its Application. – 2018. – Vol. 17. – № 02. – P. 1850031-1–1850031-4.

8 Doerk, K. Finite soluble groups / K. Doerk, T. Hawkes // Walter de Gruyter, Berlin–New York. – 1992. – 891 p.

9 Ballester-Bolinches, A. Products of Finite Groups / A. Ballester-Bolinches, R. Esteban-Romero, M. Asaad – Walter de Gruyter : Berlin-New York. – 2010. – 334 p.

10 Skiba, A. N. A generalization of a Hall theorem / A. N. Skiba // J. Algebra and its Application. –2015 – 15(4) – P. 21–36.