ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Д. Павлова, В. С. Копылов. В сб. «Методы определения и исследования состояния газов в металлах». М., «Наука», 1968, стр. 31.
2. М. Н. Ивановский и др. «Атомная энергия», **24**, 227 (1968).
3. J. White, W. Rosse, R. Rowan. Anal. Chem., **26**, 210 (1954).

Распределение тепловых нейтронов в цилиндрической ячейке

Н. И. ЛАЛЕТИН

УДК 621.039.51.12

Задача о распределении тепловых нейтронов в цилиндрической ячейке решается развитым ранее [1] методом поверхностных псевдоисточников. Задачу сформулируем следующим образом. В многозонной цилиндрической ячейке имеются постоянные в каждой зоне источники тепловых нейтронов q_h. Полагаем, что поток тепловых нейтронов описывается односкоростным уравнением переноса, причем рассеяние повсюду изотропно и взаимодействие нейтронов с веществом характеризуется полным сечением взаимодействия Σ_h и сечением поглощения Σ_h^a. Рассматриваемое уравнение запишем в виде

$$\mu \frac{\partial \psi(\rho, \mu, \varphi)}{\partial \rho} + \frac{(1-\mu^2)\sin^2\varphi}{\rho} \cdot \frac{\partial \psi(\rho, \mu, \varphi)}{\partial \mu} - \frac{\mu \sin 2\varphi}{2\rho} \frac{\partial \psi(\rho, \mu, \varphi)}{\partial \varphi} = \frac{\Sigma_h - \Sigma_h^a}{4\pi} \int \psi(\rho, \mu, \varphi)\, d\mu\, d\varphi + q_h. \quad (1)$$

Здесь $\psi(\rho, \mu, \varphi)$ — пространственно-угловое распределение нейтронов; ρ — проекция проведенного в место нахождения нейтрона радиуса-вектора на плоскость, перпендикулярную оси цилиндра z; μ — косинус угла ϑ между направлением полета нейтрона $\mathbf{\Omega}$ и вектором $\boldsymbol{\rho}$; φ — угол между осью цилиндра и проекцией направления полета нейтрона на плоскость, перпендикулярную $\boldsymbol{\rho}$. Уравнение (1) дополняется условиями на границах между зонами и на внешней границе ячейки. На границах между зонами должна соблюдаться непрерывность распределения нейтронов. Условие на внешней границе ячейки сформулируем, предположив, что внешняя зона простирается до бесконечности. На расстоянии от границы ячейки, много большем длины свободного пробега нейтрона, расположим сток нейтронов, интенсивность которого определим из условия равенства нулю тока нейтронов на внешней границе ячейки R. Этот сток имитирует действие всех остальных поглощающих блоков, расположенных в других ячейках, на поле нейтронов в рассматриваемой ячейке. Такая формулировка граничного условия наряду с физической наглядностью имеет то преимущество, что она хорошо приспособлена к методу поверхностных псевдоисточников.

Введем еще цилиндрически симметричную функцию Грина, т. е. поле нейтронов от источника, расположенного в бесконечной однородной среде. В рассматриваемом методе удобно записать эту функцию в виде

$$G(\rho, \mathbf{\Omega}/\rho', \mathbf{\Omega}') = \sum_{n,\, m} \sum_{p,\, k} Y_n^m(\mathbf{\Omega})\, Y_p^k(\mathbf{\Omega}')\, G_{n,\, p}^{m,\, k}(\rho/\rho'),$$

где $Y_n^m(\mathbf{\Omega}) = P_n^m(\mu)\cos m\varphi$ — сферическая функция; $n\,(p) = 0, 1, 2, \ldots;\ m\,(k) = 0, 2, \ldots, 2\left[\frac{n}{2}\right] \left(2\left[\frac{p}{2}\right]\right)$.

Выражения для $G_{n,\, p}^{m,\, k}(\rho/\rho')$ приведены в работе [2].

Теперь можно записать распределение нейтронов в каждой зоне ячейки в виде

$$\psi_h(\rho, \mu, \varphi) = \frac{q_h}{\Sigma_h^a} + \sum_{\substack{n=1,\, 3,\, 5,\ldots \\ m=0,\, 2,\ldots,\, 2\left[\frac{n}{2}\right]}} g_{n,\, m}^{j} \times \sum_{\substack{p=0,\, 1,\, 2,\ldots \\ k=0,\, 2,\ldots,\, 2\left[\frac{p}{2}\right]}} Y_p^k(\mu, \varphi) \times G_{n,\, p}^{m,\, k}(\rho/\rho_j) + \sum_{\substack{n=1,\, 3,\, 5,\ldots \\ m=0,\, 2,\ldots,\, 2\left[\frac{n}{2}\right]}} g_{n,\, m}^{j+1} \times \sum_{\substack{p=0,\, 1,\, 2,\ldots \\ k=0,\, 2,\ldots,\, 2\left[\frac{p}{2}\right]}} Y_p^k(\mu, \varphi)\, G_{n,\, p}^{m,\, k}(\rho/\rho_{j+1}), \quad (2)$$

где $j = 2(h-1)$ — номер внутренней границы h-й зоны; $g_{n,\, m}^{j}$ — интенсивность псевдоисточника, расположенного на j-й границе и испускающего нейтроны с угловым распределением, описываемым сферической функцией $Y_n^m(\mu', \varphi')$; суммирование по n происходит только по нечетным значениям.

У центральной зоны имеется только внешняя граница, и поэтому при $h = 1$ второй член справа в выражении (2) пропадает. Для внешней зоны третий член справа в выражении (2) должен быть изменен, так как в этом случае он будет обусловлен стоком, расположенным далеко от границы ячейки. Угловое распределение нейтронов такого «источника» может быть описано асимптотической формулой $G_{as}(\rho, \mathbf{\Omega})$, причем оно не будет зависеть от деталей углового распределения нейтронов «источника». В результате для распределения нейтронов во внешней зоне получим выражение

$$\psi_H(\rho, \mu, \varphi) = \frac{q_H}{\Sigma_H^a} + \sum_{\substack{n=1,\, 3,\, 5,\ldots \\ m=0,\, 2,\ldots,\, 2\left[\frac{n}{2}\right]}} g_{n,\, m}^{j} \sum_{\substack{p=0,\, 1,\, 2,\ldots \\ k=0,\, 2,\ldots,\, 2\left[\frac{p}{2}\right]}} Y_p^k(\mu, \varphi) \times \left[G_{n,\, p}^{m,\, k}(\rho/\rho_j) - \frac{G_{n,\, 1}^{m,\, 0}(R/\rho_j)\, G_{as}^{p,\, k}(\rho)}{G_{as}^{1,\, 0}(R)} \right]. \quad (3)$$

Результаты расчета двухзонных ячеек Таблица 1

	I ячейка		II ячейка	
	$\overline{\Phi}_2/\overline{\Phi}_1$	θ	$\overline{\Phi}_2/\overline{\Phi}_1$	θ
P_1	1,627	—	—	—
S_8	1,898	—	—	—
А—В	1,891	—	—	—
G_1	1,895	0,8685	1,554	0,9187
G_3	1,881	0,8693	1,553	0,9188
G_5	1,877	0,8695	1,551	0,9189

Примечание. I ячейка: $\rho_1 = 1{,}30$ *см*; $R = 11{,}90$ *см*; $q_1 = 0$; $\Sigma_1 = 0{,}7221$ *см*$^{-1}$; $\Sigma_1^a = 0{,}3230$ *см*; $q_2 = 1$; $\Sigma_2 = 0{,}3721$ *см*$^{-1}$; $\Sigma_2^a = 3{,}118 \cdot 10^{-4}$ *см*$^{-1}$.

II ячейка: $\rho_1 = 0{,}199$ *см*; $R = 0{,}525$ *см*; $q_1 = 0$; $\Sigma_1 = 2{,}601$ *см*$^{-1}$; $\Sigma_1^a = 2{,}052$ *см*$^{-1}$; $q_2 = 1$; $\Sigma_2 = 3{,}470$ *см*$^{-1}$; $\Sigma_2^a = 0{,}0196$ *см*$^{-1}$.

Теперь приравняем угловые моменты распределений нейтронов на границах между зонами. Обрывая получающуюся бесконечную систему линейных алгебраических уравнений и решая конечную систему, получаем приближенные значения коэффициентов $g_{n,m}^{i}$ (G_N-приближение). Знание этих коэффициентов позволяет сразу же, используя лишь заранее вычисленные значения моментов функций Грина, получить потоки и токи нейтронов на границах зон, а следовательно, и средние по зонам потоки нейтронов. Для определения потока нейтронов в произвольной точке ячейки требуется вычисление моментов функций Грина в этой точке.

Описанным методом были выполнены расчеты нескольких ячеек. Результаты этих расчетов приведены в табл. 1—3. В таблицах использованы следующие обозначения: $\overline{\Phi}_h$ — средний поток нейтронов в зоне h; θ — коэффициент использования тепловых нейтронов; P_N означает P_N-приближение метода сферических гармоник; S_8 — приближение метода Карлсона; А — В — метод Амуяля — Бенуа. Числа, соответствующие значениям P_N, S_8 и А — В, взяты из работы [3]. Далее приведены результаты, полученные в последовательных G_N-приближениях.

Из данных табл. 1 следует, что для рассмотренных ячеек уже G_1-приближение обеспечивает практически достаточную точность. (Можно считать допустимой погрешность вычисления θ, меньшую 0,2—0,3%.)

Приближение G_1 обеспечивает достаточную точность и для других двухзонных ячеек (см. табл. 2).

Несколько хуже результаты для трехзонной ячейки (см. табл. 3), в которой замедлитель и горючее разделены зоной со сравнительно сильным поглощением (покрытие). Здесь для получения требуемой точности необходимо G_3-приближение.

Таким образом, в большинстве случаев достаточную точность можно получить с помощью G_1-приближения, а в наиболее неблагоприятных ситуациях — с помощью G_3-приближения. Ограничение низкими приближениями метода весьма существенно, так как переход к более высоким приближениям нежелателен, поскольку объем вычислительной работы растет с увеличением номера приближения примерно как N^3.

Результаты расчета двухзонных ячеек Таблица 2

	I ячейка		II ячейка		III ячейка	
	$\overline{\Phi}_2/\overline{\Phi}_1$	θ	$\overline{\Phi}_2/\overline{\Phi}_1$	θ	$\overline{\Phi}_2/\overline{\Phi}_1$	θ
P_1	1,510	—	1,594	—	1,736	—
P_3	1,708	—	1,842	—	1,994	—
P_5	1,756	—	1,893	—	2,032	—
А—В	1,791	—	1,931	—	2,070	—
Метод Монте-Карло [4]	1,780	—	—	—	—	—
G_1	1,796	0,9409	1,932	0,9521	2,067	0,9602
G_3	1,784	0,9413	1,918	0,9525	2,054	0,9605
G_5	1,782	0,9414	1,918	0,9525	2,053	0,9605

Примечание. Для всех трех ячеек: $R = 7{,}93$ *см*; $q_1 = 0$; $\Sigma_1 = 0{,}7221$ *см*$^{-1}$; $\Sigma_1^a = 0{,}3230$ *см*$^{-1}$; $q_2 = 1$; $\Sigma_2 = 0{,}3925$ *см*$^{-1}$; $\Sigma_2^a = 3{,}118 \cdot 10^{-4}$ *см*$^{-1}$.

Радиусы блоков: I — $\rho_1 = 1{,}30$ *см*; II — $\rho_1 = 1{,}50$ *см*; III — $\rho_1 = 1{,}70$ *см*.

Результаты расчета трехзонной ячейки Таблица 3

	$\overline{\Phi}_2/\overline{\Phi}_1$	$\overline{\Phi}_3/\overline{\Phi}_1$	θ
G_1	1,291	1,720	0,8746
G_3	1,273	1,670	0,8774
G_5	1,266	1,661	0,8781

Примечание. $\rho_1 = 0{,}169$ *см*; $\rho_2 = 0{,}199$ *см*; $R = 0{,}525$ *см*; $q_1 = 0{,}0170$; $q_2 = 0{,}0319$; $q_3 = 3{,}256$; $\Sigma_1 = 3{,}211$ *см*$^{-1}$; $\Sigma_2 = 1{,}115$ *см*$^{-1}$; $\Sigma_3 = 3{,}511$ *см*$^{-1}$; $\Sigma_1^a = 2{,}755$ *см*$^{-1}$; $\Sigma_2^a = 0{,}221$ *см*$^{-1}$; $\Sigma_3^a = 0{,}020$ *см*$^{-1}$.

Поступило в Редакцию 7/V 1969 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. И. Лалетин. В сб. «Вычислительные методы в теории переноса». М., Атомиздат, 1969, стр. 228.
2. Н. И. Лалетин. «Атомная энергия», **26**, 370 (1969).
3. A. Amouyal, P. Benoist, J. Horowitz. J. Nucl. Energy, **6**, 79 (1957).
4. А. Д. Франк-Каменецкий. «Ж. вычислит. математики и матем. физики», 3, 766 (1963).