

Е.Ю. Кузьменкова

Беларусь, Гомель, ГГУ имени Ф. Скорины

СВОЙСТВО ИНДЕКСА ПРОИЗВЕДЕНИЯ ХАРАКТЕРОВ

Пусть X – группа характеров, G – компактная связная абелева группа.

Если в группе X имеется наименьший положительный элемент χ_1 , то через X^i будем обозначать (бесконечную циклическую) подгруппу группы X , порожденную

этим элементом. Пусть X_+ – положительный конус. $X_- = X \setminus X_+ = X_+^{-1} \setminus \{1\}$. Тогда X может быть представлена в следующем виде: $X = (X_+ \setminus X^i) \amalg X^i \amalg (X_- \setminus X^i)$.

Введем следующие определения.

Пусть X линейно упорядочена. Из [1, теорема 2] следует, что если существует наименьший положительный характер χ_1 , то $X^i = \{\chi_1^n : n \in \mathbb{Z}\}$ и $\text{ind} \chi_1^n = n$. Расширим данное определение для всей X .

Определение 1.

- 1) если $\chi \in X_+ \setminus X^i$, тогда $\text{ind} \chi := +\infty$.
- 2) в случае, когда $\chi \in X_- \setminus X^i$, $\text{ind} \chi := -\infty$.

Определение 2. Пусть S – абелева полугруппа, $S \neq \emptyset$. Подгруппа $I \subset S$ называется идеалом, если $I \cdot S \subset I$.

Были сформулированы и доказаны следующие леммы:

Лемма 1. Пусть в группе X имеется наименьший положительный элемент χ_1 , тогда:

- 1) множество $X_+ \setminus X^i$ есть идеал полугруппы X_+ ,
- 2) для любого $k \in \mathbb{Z}$ справедливо равенство $\chi_1^k (X_+ \setminus X^i) = X_+ \setminus X^i$.

Лемма 2. $\forall \xi \in X$ справедливо следующее равенство: $\text{ind} \xi^{-1} = -\text{ind} \xi$.

Была сформулирована и доказана следующая теорема:

Теорема 1. Справедливо следующее равенство $\text{ind}(\xi_1 \xi_2) = \text{ind} \xi_1 + \text{ind} \xi_2$, если правая часть имеет смысл.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Миротин, А. Р. Фредгольмовы и спектральные свойства тѐплицевых операторов в пространствах H^p над упорядоченными группами / А. Р. Миротин // Мат. сб. – 2011. – Т. 202, № 5. – С. 101–116.