О КОНЕЧНЫХ ГРУППАХ С ЗАДАННЫМИ СИСТЕМАМИ М-ДОБАВЛЯЕМЫХ ПОДГРУПП

***В.А. ВАСИЛЬЕВ*, А.Н. СКИБА**

A subgroup H of a group G is called modular in G if H is a modular element (in sense of Kurosh) of the lattice L(G) of all subgroups of G. The subgroup of H generated by all modular subgroups of G contained in H is called the modular core of H and denoted by H_mG. A subgroup H of a group G is called m-supplemented in G if there exists a subgroup K of G such that G=HK and $H \cap K \le H_mG$. Based on this concept groups with m-supplemented cyclic subgroups of normal subgroup were studied

Ключевые слова: конечная группа, нормальная подгруппа, модулярное ядро, m-добавляемая подгруппа, циклическая подгруппа

Все рассматриваемые в данной работе группы конечны.

Напомним, что подгруппа M группы G называется модулярной подгруппой в G, если выполняются следующие условия:

(1) $\langle X, M \cap Z \rangle = \langle X, M \rangle \cap Z$ для всех $X \le G$, $Z \le G$ таких, что $X \le Z$, и

(2) $\langle M, Y \cap Z \rangle = \langle M, Y \rangle \cap Z$ для всех $Y \le G$, $Z \le G$ таких, что $M \le Z$.

Отметим, что модулярная подгруппа является модулярным элементом (в смысле Куроша, [1]) решетки всех подгрупп группы. Понятие модулярной подгруппы впервые анализировалось в работе Р. Шмидта [2] и оказалось полезным в вопросах классификации составных групп. В частности, в монографии Р. Шмидта [1] модулярные подгруппы были использованы для получения новых характеризаций различных классов групп. Подгруппа, порожденная двумя модулярными подгруппами, сама является модулярной (см. раздел 5.1 [1]). Таким образом, каждая подгруппа H группы G обладает наибольшей содержащейся в ней модулярной подгруппой H_{mG} группы G. Мы называем подгруппу H_{mG} модулярным ядром подгруппы H. Базируясь на понятии модулярного ядра, в работе [3] нами было введено следующее обобщение понятия модулярной подгруппы.

Определение 3. Подгруппу H группы G назовем m-добавляемой в G, если в G существует такая подгруппа K, что G=HK и $H \cap K \le H_{mG}$.

Теорема 1 [4]. Пусть E – нормальная подгруппа группы G, p – простой делитель порядка подгруппы E и $(p-1,|E|)=1$. Если каждая циклическая подгруппа из E порядка p или порядка 4 является m-добавляемой в G, то каждый главный фактор группы G между E и $O_{p'}(E)$ является циклическим.

Теорема 2 [4]. Пусть E – нормальная подгруппа группы G. Если каждая циклическая подгруппа из E нечетного простого порядка является m-добавляемой в G, то каждый главный фактор группы G между E и $O_2(E)$ является циклическим.

Теорема 3 [4]. Пусть E – нормальная подгруппа группы G. Если каждая циклическая подгруппа из E простого порядка или порядка 4 является m-добавляемой в G, то каждый главный фактор группы G ниже E является циклическим.

Литература

1. *Schmidt, R.* Subgroup Lattices of Groups / R. Schmidt; Berlin etc: Walter de Gruyter, 1994. – 572 p.
2. *Schmidt, R.* Modulare Untergruppen endlicher Gruppen / R. Schmidt // J. Ill. Math. – 1969. – Vol. 13. – P. 358–377.
3. *Васильев, В.А.* Конечные группы с m-добавляемыми максимальными подгруппами силовских подгрупп / В.А. Васильев // Известия ГГУ им. Ф.Скорины. – 2011. – №4 (67). – С. 29–37.
4. *Васильев, В.А*. Об одном обобщении модулярных подгрупп / В.А. Васильев, А.Н. Скиба // Украинский математический журнал. – 2011. – Т. 63, №10. – С. 1314–1325.